

**М. С. Цедрик, Ф. Г. Китунович,
А. С. Микулич, А. М. Качинский**

Пособие по физике для поступающих в вузы

Издание 2-е, стереотипное

**Под общей редакцией
канд. физ.-мат. наук М. С. Цедрика**



**Издательство
«Высшая школа»
Минск 1966**

53
П62

2-3
43-66

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие ставит своей целью помочь абитуриентам подготовиться к сдаче экзаменов по физике в вуз. Опыт приема вступительных экзаменов показал, что основной трудностью для абитуриентов является решение задач. Поэтому в пособии особое внимание уделяется задачам.

Пособие состоит из четырех глав, содержащих отдельные параграфы. В начале каждого из них дается небольшое теоретическое введение (краткие определения понятий, формулировки законов, формулы без выводов). Пособие содержит типовые задачи с подробными решениями, что должно помочь не только усвоению и лучшему пониманию прочитанного, но и выработке навыков в решении задач. В конце каждой главы рекомендуются вопросы и задачи для самопроверки.

Пользующийся пособием сначала должен изучить материал по имеющимся учебникам физики, только после повторения соответствующего раздела по учебнику следует обращаться к данному пособию.

Начиная с 1963 г., в СССР принята единая Международная система единиц измерения — СИ.

Данная система ранее в школах не изучалась, поэтому в пособии даются основные и производные единицы системы СИ, а также соотношения единиц этой системы с единицами других систем. В настоящем пособии задачи решаются, как правило, в системе СИ.

Глава «Механика» написана Ф. Г. Китуновичем, глава «Теплота и молекулярная физика» и приложения — М. С. Цедриком, глава «Электричество» — А. С. Микуличем, глава «Оптика. Строение атома» — А. М. Качинским. В написании главы «Механика» принимал участие Н. А. Юшкевич.

Авторы с благодарностью примут все замечания и будут признательны за указание возможных погрешностей данного пособия. Отзывы и пожелания направлять по адресу: г. Минск, ул. Кирова, 24, издательство «Высшая школа».

Глава I

МЕХАНИКА

1. СЛОЖЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ СИЛ. УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛ

Сила — векторная величина, характеризующаяся численным значением, направлением и точкой приложения. Действие силы на тело не изменится, если точку приложения ее переносить вдоль прямой, в направлении которой действует сила.

Равнодействующей нескольких сил называется сила, производящая на тело такое же действие, как данные силы вместе. Сила, равная по величине и противоположная по направлению равнодействующей, называется *уравновешивающей*.

Равнодействующая нескольких сил, действующих на тело, определяется *векторным сложением* этих сил.

Если силы действуют по одной прямой и направлены в одну сторону, то равнодействующая равна их сумме и направлена в сторону действия сил.

Если две силы действуют по одной прямой и имеют противоположные направления, то равнодействующая равна разности этих сил и направлена в сторону большей силы.

Равнодействующая двух параллельных сил, направленных в одну сторону, равна сумме этих сил, параллельна им и направлена в ту же сторону. Точка приложения равнодействующей находится на отрезке, соединяющем точ-

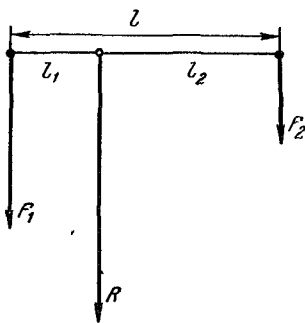


Рис. 1.

ки приложения слагаемых сил, и делит его на части, обратно пропорциональные величинам сил (рис. 1):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad \text{или} \quad \frac{F_1}{l_2} = \frac{F_2}{l_1} = \frac{R}{l},$$

Равнодействующая двух сил, направленных под углом друг к другу, численно равна диагонали параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах параллелограмма (рис. 2).

Для разложения силы на две составляющие, направленные под углом друг к другу, необходимо знать или направление этих сил (рис. 3, а), или направление и величину одной из них (рис. 3, б), или величины обеих составляющих (рис. 3, в). Величины и направления составляющих сил находятся путем построения параллелограмма, диагональю которого является данная сила.

Условие равновесия тел. Тело находится в равновесии в том случае, когда равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю или алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на тело, имеющее ось вращения, равна нулю:

$$R = 0 \text{ или } \Sigma M = 0.$$

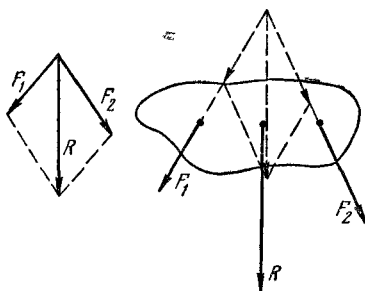


Рис. 2.

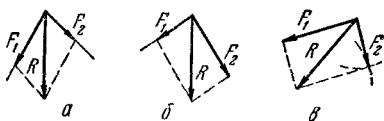


Рис. 3

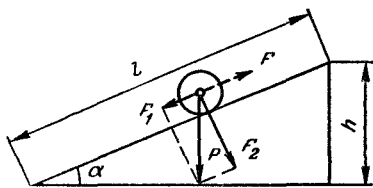


Рис. 4.

На наклонной плоскости тело находится в равновесии в том случае, когда скатывающая сила F_1 равна по величине удерживающей силе F (рис. 4):

$$F_1 = F, \text{ где } F_1 = P \frac{h}{l} = P \sin \alpha.$$

Тела, имеющие ось вращения или точку опоры, находятся в устойчивом

равновесии в том случае, когда центр тяжести при их перемещении повышается, в неустойчивом равновесии — когда центр тяжести при их перемещении понижается, и в безразличном равновесии — когда центр тяжести при их перемещении находится на одном уровне.

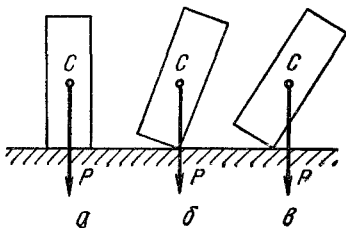


Рис. 5.

Тела, имеющие площадь опоры, находятся в устойчивом равновесии в том случае, когда вертикальная прямая, проведенная из центра тяжести, проходит через площадь основания (рис. 5, а), и в неустойчивом равновесии — когда вертикальная прямая, проведенная из центра тяжести, проходит через точку опоры или вне площади основания (рис. 5, б и в).

1. Человек весом 70 кГ, стоя на земле, равномерно поднимает груз массой 40 кг с помощью неподвижного блока. Определить силу давления человека на землю во время поднятия груза.

Условие: $P_1 = 70 \text{ кг} = 686 \text{ н};$
 $m_2 = 40 \text{ кг}.$
 $F = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Сила давления человека на землю меньше его веса на величину силы натяжения троса. Натяжение троса равно весу груза. Поэтому

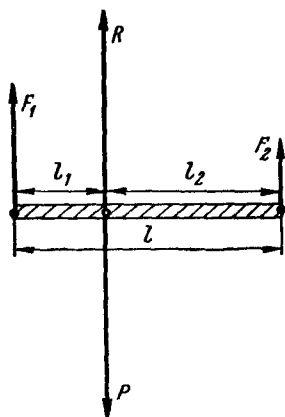
$$F = P_1 - P_2 = P_1 - m_2 \cdot g;$$

$$F = 686 - 40 \cdot 9,8 = 294 \text{ (н)}.$$

2. Двое рабочих переносят груз, подвешенный к железному лому длиной 1,5 м. Где должен быть подвешен груз, если нагрузка на одного рабочего в два раза больше, чем на другого? Весом лома пренебречь.

Условие: $l = 1,5 \text{ м};$
 $F_1 = 2F_2.$
 $l_1 = ? \quad l_2 = ?$

Решение. Для поднятия груза необходимо приложить равную весу груза силу R , которая складывается из двух параллельных сил, действующих на концах лома (рис. 6). Точка подвеса груза определяется из следующего соотношения:



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \text{ или } \frac{2F_2}{F_2} = \frac{l_2}{l-l_2}.$$

Отсюда

$$l_2 = 2(l - l_2), \text{ т. е. } l_2 = \frac{2}{3} l;$$

$$l_2 = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1 \text{ (м)}, \text{ а } l_1 =$$

$$= 1,5 - 1 = 0,5 \text{ (м)}.$$

Рис. 6.

3. Автомашина весом 6 Т идет по мостовому пролету длиной 30 м. Определить силы, действующие на опоры моста, если автомашина находится на расстоянии 10 м от начала пролета.

Условие: $P = 6 \text{ Т} = 58,8 \cdot 10^3 \text{ н};$
 $l = 30 \text{ м};$
 $l_1 = 10 \text{ м}.$
 $F_1 = ? \quad F_2 = ?$

Решение. Силы, действующие на опоры, являются параллельными составляющими веса автомашины, поэтому

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1},$$

где l_1 — расстояние от 1-й опоры до автомашины, l_2 — расстояние от автомашины до 2-й опоры. Но $F_2 = P - F_1$, а $l_2 = l - l_1$. Следовательно,

$$\frac{F_1}{P - F_1} = \frac{l - l_1}{l_1}.$$

Решив уравнение относительно F_1 , получим

$$F_1 = \frac{(l - l_1) P}{l};$$

$$F_1 = \frac{30 - 10}{30} \cdot 58,8 \cdot 10^3 = 39,2 \cdot 10^3 \text{ (н)}.$$

Тогда

$$F_2 = 58,8 \cdot 10^3 - 39,2 \cdot 10^3 = 19,6 \cdot 10^3 \text{ (н)}.$$

4. Рабочие несут бревно длиной 4 м и весом 200 кГ, положив его на палки (рис. 7), отстоящие от концов бревна на расстояниях 0,5 и 0,3 м. Какие силы прилагают рабочие?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } l = 4 \text{ м;} \\ P = 200 \text{ кГ} = 1960 \text{ н;} \\ l_1 = 0,5 \text{ м;} \\ l_2 = 0,3 \text{ м.} \\ \hline F_1 = ? \quad F_2 = ? \end{array}$$

Решение. На бревно действуют три силы: F_1 — равнодействующая сила первых двух рабочих, F_2 — равнодействующая второй пары рабочих и вес бревна P . Вес бревна является уравновешивающей силой равнодействующей сил F_1 и F_2 . Следовательно,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{l}{2} - l_2}{\frac{l}{2} - l_1} \text{ или } \frac{F_1}{P - F_1} = \frac{\frac{l}{2} - l_2}{\frac{l}{2} - l_1}.$$

Решив данное уравнение относительно F_1 , получим

$$F_1 = \frac{P(l - 2l_2)}{2(l - l_1 - l_2)}; \quad F_1 = \frac{1960 \cdot (4 - 2 \cdot 0,3)}{2 \cdot (4 - 0,5 - 0,3)} = 1040 \text{ (н)}.$$

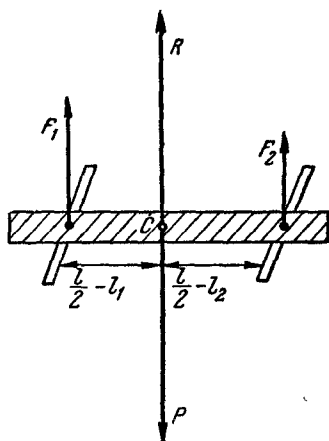


Рис. 7.

Тогда

$$F_2 = 1960 - 1040 = 920 \text{ (н)}.$$

Таким образом, каждый рабочий первой пары прилагает силу 520 н, а второй пары — 460 н.

5. Стержень одинакового поперечного сечения состоит из двух равных частей — свинцовой и железной (рис. 8). Определить центр тяжести стержня, если его длина 0,4 м.

Условие: $l = 0,4 \text{ м}$.

$$\begin{aligned} l_1 &= ? \\ \rho_c &= 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_{ж} &= 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \end{aligned}$$

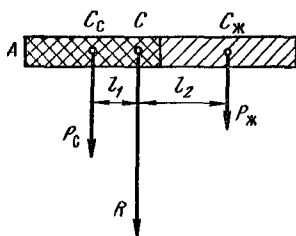


Рис 8

Решение. Центры тяжести свинцовой и железной частей стержня находятся в их геометрических центрах C_c и $C_{ж}$. Центр тяжести всего стержня расположен между точками C_c и $C_{ж}$ и делит расстояние между ними на части, обратно пропорциональные весам свинцовой и железной частей стержня:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{P_{ж}}{P_c}.$$

Но $P_{ж} = \rho_{ж} V \cdot g$ и $P_c = \rho_c V \cdot g$, а $l_2 = \frac{l}{2} - l_1$. Следовательно,

$$\frac{l_1}{\frac{l}{2} - l_1} = \frac{\rho_{ж}}{\rho_c}.$$

Решив данное равенство относительно l_1 , получим:

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{\rho_{ж} \cdot l}{2(\rho_c + \rho_{ж})}, \\ l_1 &= \frac{7,8 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2(11,3 \cdot 10^3 + 7,8 \cdot 10^3)} = 0,08 \text{ (м)}; \\ l_2 &= 0,20 - 0,08 = 0,12 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Тогда центр тяжести находится от конца стержня A на расстоянии $0,10 + 0,08 = 0,18 \text{ (м)}$.

6. Определить равнодействующую трех сил, не лежащих в одной плоскости и направленных под прямым углом друг к другу (рис. 9), если $F_1 = 3 \cdot 10^2 \text{ н}$, $F_2 = 4 \cdot 10^2 \text{ н}$ и $F_3 = 866 \text{ н}$.

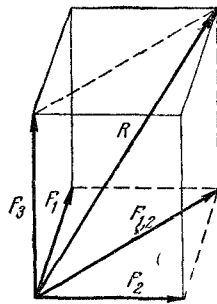


Рис 9

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } F_1 = 3 \cdot 10^2 \text{ н;} \\ F_2 = 4 \cdot 10^2 \text{ н;} \\ F_3 = 866 \text{ н.} \\ \hline R = ? \end{array}$$

Решение. Сначала сложим F_1 и F_2 , получим результирующую $F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ или $F_{1,2} = \sqrt{(9 + 16) \cdot 10^4} = 5 \cdot 10^2 \text{ (н)}$. Затем сложим $F_{1,2}$ и F_3 и найдем равнодействующую всех трех сил:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{F_{1,2}^2 + F_3^2}; \\ R &= \sqrt{5^2 \cdot 10^4 + 866^2} = 10^3 \text{ (н)} = \\ &= 1 \text{ (кн)}. \end{aligned}$$

7. На кронштейне подвешен груз массой 50 кг. Определить силы, действующие на горизонтальную балку и подкос кронштейна, если длина балки 0,6 м, а подкоса 1 м (рис. 10).

$$\begin{array}{l} \text{Условие. } m = 50 \text{ кг;} \\ AB = 0,6 \text{ м;} \\ BC = 1 \text{ м.} \\ \hline F_1 = ? \quad F_2 = ? \end{array}$$

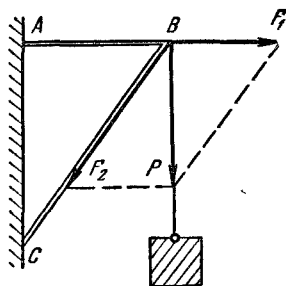


Рис 10.

Решение. Вес груза P разложим на две составляющие: F_1 , действующую на горизонтальную балку, и F_2 , действующую на подкос. Из подобия $\triangle ABC$ и $\triangle BF_1P$ найдем, что

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BF_1}{BP} \text{ или } \frac{AB}{\sqrt{BC^2 - AB^2}} = \frac{F_1}{P}.$$

Решим относительно F_1 :

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{AB}{\sqrt{BC^2 - AB^2}} \cdot P; \\ F_1 &= \frac{0,6}{\sqrt{1 - 0,36}} \cdot 50 \cdot 9,8 = 367,5 \text{ (н)}. \end{aligned}$$

Из соотношения $\frac{BC}{AC} = \frac{F_1 P}{BP} = \frac{F_2}{P}$ определим силу

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{BC}{AC} \cdot P; \\ F_2 &= \frac{1}{0,8} \cdot 50 \cdot 9,8 = 612,5 \text{ (н)}. \end{aligned}$$

8. Определить силы, действующие на стрелу BC и трос AB башенного крана при подъеме груза весом $10\ T$, если $AB = 10\ \text{м}$, а $BC = 8,5\ \text{м}$ (рис. 11).

Условие: $P = 10\ T = 9,8 \cdot 10^4\ \text{н};$
 $AB = 10\ \text{м};$
 $BC = 8,5\ \text{м}.$

 $F_1 = ?\ F_2 = ?$

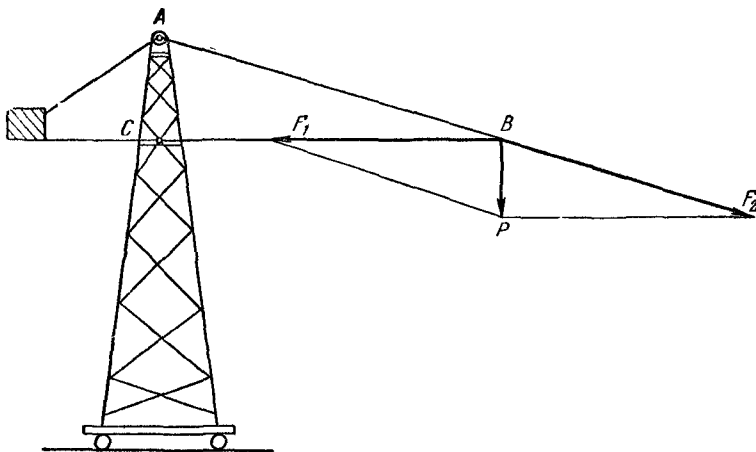


Рис. 11.

Решение. Вес поднимаемого груза разложим на две составляющие: F_1 , действующую на стрелу крана, и F_2 , действующую на трос. Из подобия $\triangle ABC$ и $\triangle BF_1P$ найдем, что

$$\frac{BC}{AC} = \frac{BF_1}{BP} \text{ или } \frac{BC}{\sqrt{AB^2 - BC^2}} = \frac{F_1}{P}.$$

Решив относительно F_1 , получим

$$F_1 = \frac{BC}{\sqrt{AB^2 - BC^2}} \cdot P;$$

$$F_1 = \frac{8,5}{\sqrt{10^2 - 8,5^2}} \cdot 9,8 \cdot 10^4 =$$

$$= 15,7 \cdot 10^4\ (\text{н}).$$

Сила F_2 определится из соотношения

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BF_2}{BP} = \frac{F_2}{P};$$

$$F_2 = \frac{AB}{AC} \cdot P;$$

$$F_2 = \frac{10}{5,3} \cdot 9,8 \cdot 10^4 = 18,5 \cdot 10^4\ (\text{н}).$$

9. Над серединой улицы висит сигнальный фонарь (рис. 12). Определить силу натяжения троса, если масса фонаря 10 кг, длина троса 15 м, а точка подвеса фонаря отстоит от горизонтальной прямой, соединяющей точки A и B , на 0,1 м.

Условие: $m = 10 \text{ кг};$
 $l = 15 \text{ м};$
 $h = 0,1 \text{ м}.$
 $F_A = ?$

Решение. Силы натяжения троса F_A и F_B являются составляющими веса фонаря P . Поэтому из подобия $\triangle ACD$ и $\triangle F_AOD$ запишем, что $\frac{AD}{CD} = \frac{DF_A}{DO}$, где $AD = \frac{l}{2}$, $CD = h$, а $DO = \frac{P}{2}$, т. е. $\frac{l}{2h} = \frac{2F_A}{P}$. Отсюда

$$F_A = \frac{lP}{4h};$$

$$F_A = \frac{15 \cdot 10 \cdot 9,8}{4 \cdot 0,1} = 3675 \text{ (н)}.$$

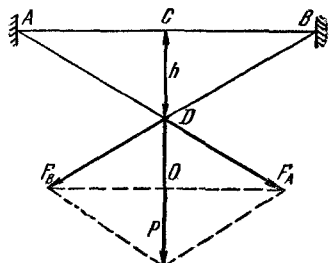


Рис. 12.

10. Схема крепления троллейбусных проводов дана на рис. 13. Определить силы натяжения троса на участках AC (BD) и CD , если вес проводов между соседними столбами вдоль улицы 37,5 кГ, а $KC = MD = 0,25 \text{ м}$.

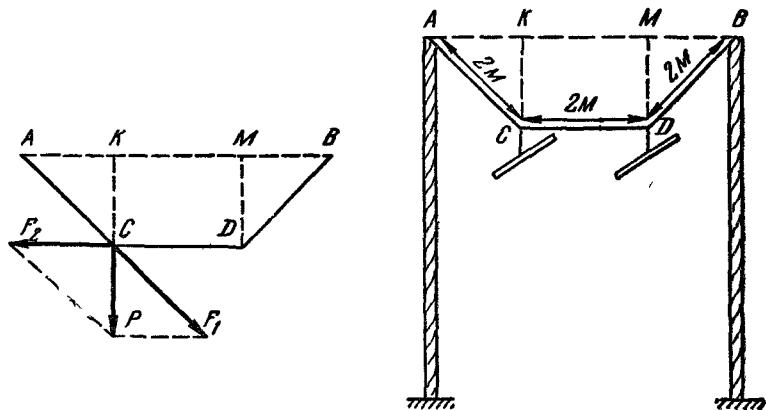


Рис. 13.

Условие: $AC = CD = DB = 2 \text{ м};$
 $KC = MD = 0,25 \text{ м};$
 $P = 37,5 \text{ кГ} = 367,5 \text{ н}.$
 $F_1 = ? \quad F_2 = ?$

Решение. Вес провода разложим на две составляющие: F_1 , создающую натяжение троса на участке AC , и F_2 , создающую натяжение троса на участке CD . Из подобия $\triangle AKC$ и $\triangle CF_1P$ найдем, что

$$\frac{AC}{KC} = \frac{CF_1}{CP} \text{ или } \frac{AC}{KC} = \frac{F_1}{P}.$$

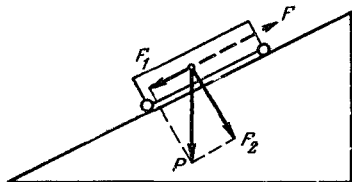


Рис 14

Решив данное уравнение относительно F_1 , получим

$$F_1 = \frac{AC}{KC} \cdot P;$$

$$F_1 = \frac{2}{0,25} \cdot 367,5 = 2940 \text{ (н)}.$$

Из соотношения $\frac{AK}{KC} = \frac{PF_1}{CP}$ или

$$\frac{\sqrt{AC^2 - KC^2}}{KC} = \frac{F_2}{P} \text{ определим}$$

$$F_2 = \frac{\sqrt{AC^2 - KC^2}}{KC} \cdot P; \quad F_2 = \frac{\sqrt{2^2 - 0,25^2}}{0,25} \cdot 367,5 = 2910 \text{ (н)}.$$

11. Какую силу нужно приложить к автомобилю, чтобы удержать его на наклонной плоскости длиной 10 м и высотой 1 м, если вес автомобиля с грузом 8 Т, а коэффициент трения 0,02 (рис. 14)?

Условие: $l = 10 \text{ м};$
 $h = 1 \text{ м};$
 $P = 8 \text{ Т} = 78,4 \cdot 10^3 \text{ н};$
 $k = 0,02.$

 $F = ?$

Решение. На автомобиль, находящийся на наклонной плоскости, действуют скатывающая сила F_1 и сила трения $F_{\text{тр}}$. (Сила нормального давления автомобиля уравновешивается реакцией наклонной плоскости) Для удержания его на наклонной плоскости необходимо приложить силу $F = F_1 - F_{\text{тр}}$, где $F_{\text{тр}} = kF_2$. Силы F_1 и F_2 найдем, если вес автомобиля разложим на такие составляющие: F_1 , параллельную наклонной плоскости, и F_2 , перпендикулярную к ней. Тогда $F_1 = \frac{h}{l} \cdot P$, а F_2 определим из соотношения $\frac{F_2}{P} = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$, т. е. $F_2 = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \cdot P$. Отсюда $F_{\text{тр}} = k \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \cdot P$. Таким образом,

$$F = \frac{h}{l} \cdot P - k \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \cdot P = P \left(\frac{h}{l} - k \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \right);$$

$$F = 78,4 \cdot 10^3 \left(\frac{1}{10} - 0,02 \cdot \frac{\sqrt{10^2 - 1^2}}{10} \right) = 6270 \text{ (н)}.$$

12. В кузове автомобиля стоит бочка. Высота бочки 1 м, а диаметр 0,6 м. При каком максимальном угле наклона кузова бочка не опрокинется?

Условие: $h = 1 \text{ м};$
 $d = 0,6 \text{ м}.$
 $\alpha = ?$

Решение. Максимальный угол наклона соответствует положению бочки, когда вертикальная прямая, направленная из центра тяжести ее, проходит через грань основания бочки (рис. 15). Следовательно, $\angle BAC = \angle A_1OB_1$, а

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{\frac{h}{2}} = \frac{d}{h}; \quad \operatorname{tg} \alpha = 0,6.$$

Отсюда

$$\alpha = 31^\circ.$$

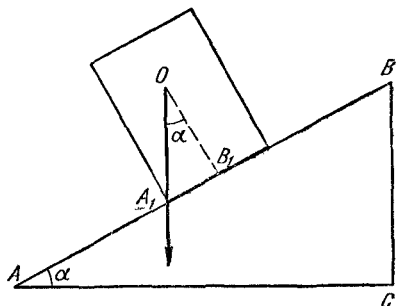


Рис 15

13. Стальной вал длиной 2,4 м и весом 48 кГ лежит на ящике, выступая за край ящика с правой стороны на 0,6 м, а с левой — на 0,8 м. Какие силы нужно приложить, чтобы поднять вал с правой или с левой стороны (рис. 16)?

Условие: $l = 2,4 \text{ м};$
 $P = 48 \text{ кГ} = 470,4 \text{ н};$
 $AO_1 = 0,8 \text{ м};$
 $BO_2 = 0,6 \text{ м}.$
 $F_1 = ? \quad F_2 = ?$

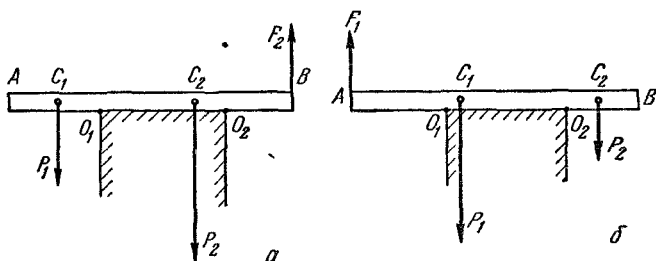


Рис 16

Решение. При поднятии вала с правой стороны точкой опоры служит точка O_1 . Поэтому

$$P_1 \cdot C_1O_1 + F_2 \cdot BO_1 = P_2 \cdot C_2O_1,$$

где

$$P_1 = \frac{P}{l} AO_1, \quad P_2 = \frac{P}{l} BO_1, \quad C_2 O_1 = \frac{BO_1}{2}, \quad C_1 O_1 = \frac{AO_1}{2} \text{ и } BO_1 = l - AO_1.$$

Отсюда

$$F_2 = \frac{P_2 \cdot C_2 O_1 - P_1 \cdot C_1 O_1}{BO_1},$$

$$F_2 = \frac{313,6 \cdot 0,8 - 156,8 \cdot 0,4}{1,6} = 117,6 \text{ (н)}.$$

Аналогичным образом найдем и силу F_1 , приложенную слева для поднятия вала:

$$F_1 \cdot AO_2 + P_2 \cdot C_2 O_2 = P_1 \cdot C_1 O_2;$$

$$F_1 = \frac{P_1 \cdot C_1 O_2 - P_2 \cdot C_2 O_2}{AO_2},$$

откуда

$$F_1 = \frac{352,8 \cdot 0,9 - 117,6 \cdot 0,3}{1,8} = 156,8 \text{ (н)}.$$

2. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Движение, при котором за любые равные промежутки времени тело проходит одинаковые отрезки пути, называется *равномерным*.

Формула пути равномерного движения

$$s = v \cdot t,$$

где v — скорость, t — время.

Равнопеременным называется такое движение, при котором за единицу времени скорость изменяется на постоянную величину.

Изменение скорости за единицу времени называется *ускорением*:

$$a = \frac{v - v_0}{t},$$

где v — конечная скорость, v_0 — начальная скорость, t — время, за которое произошло данное изменение скорости.

Единицей ускорения (1 м/сек^2) является такое ускорение, при котором скорость изменяется на величину 1 м/сек за секунду.

Мгновенной скоростью неравномерного движения называется скорость в данный момент времени.

Формула мгновенной скорости для равнопеременного движения

$$v = v_0 + at.$$

Если начальная скорость $v_0 = 0$, то

$$v = at.$$

Средней скоростью неравномерного движения называется скорость такого равномерного движения, при котором тело проходит такой же путь и за такое же время, как и при данном неравномерном движении:

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t}.$$

Для равнопеременного движения

$$v_{\text{ср}} = v_0 + \frac{at}{2} \quad \text{или} \quad v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

Формула пути равнопеременного движения с начальной скоростью

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{или} \quad s = v_{\text{ср}} t.$$

Если начальная скорость равна нулю, то

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Из формулы пути равноускоренного движения $s = v_{\text{ср}} t$ при $v_0 = 0$ получаем соотношение, полезное для решения задач:

$$s = \frac{v^2}{2a} \quad \text{или} \quad v = \sqrt{2as}.$$

Формулы свободного падения тел

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad v = gt, \quad v = \sqrt{2gh},$$

где h — высота падения, g — ускорение силы тяжести.

1. Пассажирский катер проходит расстояние 150 км между двумя пристанями по течению за 2 часа, а против течения — за 3 часа. Определить скорость катера в стоячей воде и скорость течения воды в реке.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad s = 150 \text{ км} = 15 \cdot 10^4 \text{ м;} \\ \quad t_1 = 2 \text{ ч} = 72 \cdot 10^2 \text{ сек;} \\ \quad t_2 = 3 \text{ ч} = 108 \cdot 10^2 \text{ сек.} \\ \hline v_{\text{к}} - ? \quad v_{\text{в}} - ? \end{array}$$

Р е ш е н и е. Скорость катера относительно берега реки по течению $v_1 = v_{\text{к}} + v_{\text{в}}$, а против течения $v_2 = v_{\text{к}} - v_{\text{в}}$. Следовательно,

$$s = v_1 \cdot t_1 = (v_{\text{к}} + v_{\text{в}}) \cdot t_1,$$

$$s = v_2 \cdot t_2 = (v_{\text{к}} - v_{\text{в}}) \cdot t_2.$$

Решив эти уравнения относительно $v_{\text{к}}$ и $v_{\text{в}}$, получим:

$$v_{\text{к}} = \frac{s(t_2 + t_1)}{2 \cdot t_1 \cdot t_2},$$

$$v_{\text{к}} = \frac{15 \cdot 10^4 (108 \cdot 10^2 + 72 \cdot 10^2)}{2 \cdot 72 \cdot 10^2 \cdot 108 \cdot 10^2} = 17,4 \text{ (м/сек)} = 62,5 \text{ (км/ч)};$$

$$v_{\text{в}} = \frac{s(t_2 - t_1)}{2 \cdot t_1 \cdot t_2},$$

$$v_{\text{в}} = \frac{15 \cdot 10^4 (108 \cdot 10^2 - 72 \cdot 10^2)}{2 \cdot 72 \cdot 10^2 \cdot 108 \cdot 10^2} = 3,5 \text{ (м/сек)} = 12,5 \text{ (км/ч)}.$$

2. Пассажирский поезд идет со скоростью 72 км/ч. По соседнему пути движется навстречу товарный поезд длиной 140 м со

скоростью 54 км/ч. Сколько времени пассажир, стоящий у окна, будет видеть проходящий мимо него товарный поезд?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } v_1 = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек;} \\ v_2 = 52 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/сек;} \\ l = 140 \text{ м.} \\ \hline t = ? \end{array}$$

Решение. Относительная скорость движения обоих поездов $v = v_1 + v_2$. Следовательно, время, в течение которого мимо пассажирского поезда пройдет товарный, определим по формуле

$$t = \frac{l}{v};$$

$$t = \frac{140}{20 + 15} = 4 \text{ (сек).}$$

3. Посадочная скорость пассажирского самолета 135 км/ч, а длина пробега его 500 м. Определить время пробега по посадочной полосе и ускорение самолета, считая движение равнозамедленным.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } v_0 = 135 \text{ км/ч} = 37,5 \text{ м/сек;} \\ s = 500 \text{ м.} \\ \hline t = ? \quad a = ? \end{array}$$

Решение. Время пробега самолета при посадке находим из формулы пути

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где a для равнозамедленного движения определится из формулы $v = v_0 + at$ при $v = 0$, т. е. $a = -\frac{v_0}{t}$. Следовательно,

$$s = v_0 t - \frac{\frac{v_0}{t} \cdot t^2}{2},$$

откуда

$$t = \frac{2s}{v_0};$$

$$t = \frac{2 \cdot 500}{37,5} = 27 \text{ (сек).}$$

Ускорение

$$a = -\frac{v_0}{t};$$

$$a = \frac{37,5}{27} = -1,4 \text{ (м/сек}^2\text{)}.$$

4. Автомобиль, имея скорость 32,4 км/ч, за 22 сек увеличил ее до 72 км/ч. Определить ускорение и путь, пройденный авто-

мобилем за это время, считая движение равноускоренным. Начертить график скорости.

Условие: $v_1 = 32,4 \text{ км/ч} = 9 \text{ м/сек};$
 $v_2 = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек};$
 $t = 22 \text{ сек.}$

 $a = ? \quad s = ?$

Решение. Ускорение найдем по формуле

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t};$$

$$a = \frac{20 - 9}{22} = 0,5 \text{ (м/сек}^2\text{)}.$$

Пройденный автомобилем за время t путь

$$s = v_{\text{ср}} \cdot t = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t;$$

$$s = \frac{9 + 20}{2} \cdot 22 = 319 \text{ (м)}.$$

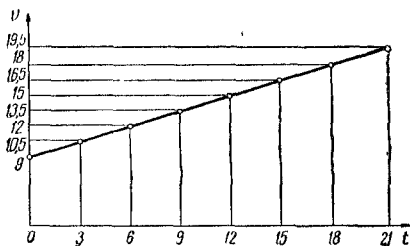


Рис. 17.

График скорости (рис. 17) строим согласно формуле $v = v_1 + at$ придавая t различные значения:

t	0	3	6	9	12	15	18	21
v	9	10,5	12	13,5	15	16,5	18	19,5

и т. д.

5. Два автомобиля движутся навстречу друг другу, один с начальной скоростью 36 км/ч и ускорением $0,3 \text{ м/сек}^2$, а второй с начальной скоростью 54 км/ч и ускорением $-0,5 \text{ м/сек}^2$. Через какое время встретятся автомобили и какое расстояние до встречи пройдет каждый из них, если начальное расстояние между автомобилями 250 м ?

Условие: $s = 250 \text{ м};$
 $v_1 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/сек};$
 $a_1 = 0,3 \text{ м/сек}^2;$
 $v_2 = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/сек};$
 $a_2 = -0,5 \text{ м/сек}^2.$

 $t = ? \quad s_1 = ? \quad s_2 = ?$

Решение. По условию задачи $s_1 + s_2 = s$, где

$$s_1 = v_1 t + \frac{a_1 t^2}{2}, \quad \text{а} \quad s_2 = v_2 t + \frac{a_2 t^2}{2}.$$

Следовательно,

$$v_1 t + \frac{a_1 t^2}{2} = s - v_2 t - \frac{a_2 t^2}{2}.$$

Решив данное уравнение относительно t , получим

$$t = \frac{-(v_1 + v_2) \pm \sqrt{(v_1 + v_2)^2 + (a_1 + a_2) \cdot 2s}}{a_1 + a_2};$$

$$t = \frac{-(10 + 15) \pm \sqrt{(10 + 15)^2 + (0,3 - 0,5) \cdot 500}}{0,3 - 0,5} = 10,5 \text{ (сек)}.$$

Путь первого автомобиля

$$s_1 = 10 \cdot 10,5 + \frac{0,3 \cdot 10,5^2}{2} = 121,5 \text{ (м)}.$$

Путь второго автомобиля

$$s_2 = 250 - 121,5 = 128,5 \text{ (м)}.$$

6. Мимо поста прошел автомобиль, который двигался с постоянной скоростью 72 км/ч. Спустя 2 мин с поста отправился в том же направлении второй автомобиль, который, через 25 сек достигнув скорости 90 км/ч, двигался равномерно. Через сколько времени и на каком расстоянии от поста второй автомобиль догонит первый?

У с л о в и е:

$$\begin{array}{l} v_1 = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек}; \\ t_1 = 2 \text{ мин} = 120 \text{ сек}; \\ t_2 = 25 \text{ сек}; \\ v_2 = 90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/сек}. \\ \hline t - ? \quad s - ? \end{array}$$

Решение. Первый автомобиль, пока его догнал второй, прошел от поста путь $s = v_1(t + t_1)$. Второй автомобиль прошел это же расстояние, двигаясь сначала равноускоренно, а потом равномерно:

$$s = \frac{at_2^2}{2} + v_2(t - t_2), \text{ где } a = \frac{v_2}{t_2}.$$

Решив эти уравнения относительно t , найдем

$$t = \frac{2v_1t_1 + v_2t_2}{2(v_2 - v_1)};$$

$$t = \frac{2 \cdot 20 \cdot 120 + 25 \cdot 25}{2(25 - 20)} = 542 \text{ (сек)}.$$

Расстояние

$$s = v_1(t + t_1);$$

$$s = 20(542 + 120) = 13\,240 \text{ (м)} = 13,24 \text{ (км)}.$$

7. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, за пятую секунду прошло путь 18 м. Чему равно ускорение и какой путь тело прошло за 5 сек?

У с л о в и е:

$$\begin{array}{l} t_5 - t_4 = 1 \text{ сек}; \\ s = 18 \text{ м}; \\ t = 5 \text{ сек}. \\ \hline a - ? \quad s_5 - ? \end{array}$$

Решение. Путь, пройденный телом за пятую секунду,

$$s = s_5 - s_4 = \frac{at_5^2}{2} - \frac{at_4^2}{2}.$$

Отсюда

$$a = \frac{2s}{t_5^2 - t_4^2};$$

$$a = \frac{2 \cdot 18}{5^2 - 4^2} = 4 \text{ (м/сек}^2\text{)}.$$

Путь, пройденный телом за 5 сек,

$$s_5 = \frac{at^2}{2};$$

$$s_5 = \frac{4 \cdot 25}{2} = 50 \text{ (м)}.$$

8. Тело, имея начальную скорость 5 м/сек, прошло за пятую секунду путь, равный 4,5 м. Определить ускорение и путь, пройденный телом за 10 сек.

Условие:

$$\begin{array}{l} v_0 = 5 \text{ м/сек;} \\ s_5 - s_4 = 4,5 \text{ м;} \\ t = 10 \text{ сек.} \\ \hline a - ? \quad s - ? \end{array}$$

Решение. За пятую секунду тело прошло путь

$$s_5 - s_4 = v_0 t_5 + \frac{at_5^2}{2} - v_0 t_4 - \frac{at_4^2}{2},$$

откуда

$$a = \frac{2v_0(t_5 - t_4) - 2(s_5 - s_4)}{t_4^2 - t_5^2};$$

$$a = \frac{2 \cdot 5 - 2 \cdot 4,5}{16 - 25} \approx -0,1 \text{ (м/сек}^2\text{)}.$$

Путь, пройденный телом за 10 сек,

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$s = 5 \cdot 10 - \frac{0,1 \cdot 10^2}{2} = 45 \text{ (м)}.$$

9. В последнюю секунду свободно падающее тело прошло половину своего пути. Сколько времени и с какой высоты падало тело?

Условие:

$$\begin{array}{l} h_n - h_{n-1} = \frac{1}{2} h_n. \\ \hline t - ? \quad h_n - ? \\ g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{array}$$

Решение. Путь, пройденный за все время падения,

$$h_n = \frac{gt^2}{2}.$$

До последней секунды тело прошло путь

$$\frac{h_n}{2} = \frac{g(t-1)^2}{2}.$$

Следовательно,

$$\frac{gt^2}{2} = g(t-1)^2 \text{ или } t^2 - 4t + 2 = 0.$$

Отсюда

$$t = 2 + \sqrt{2} = 3,4 \text{ (сек).}$$

Высота падения

$$h_n = \frac{9,8 \cdot 3,4^2}{2} \approx 57 \text{ (м).}$$

10. Камень падает в шахту. Через 6 сек слышен удар камня о дно шахты. Определить глубину шахты, если скорость звука 330 м/сек.

У с л о в и е: $t = 6 \text{ сек};$
 $v = 330 \text{ м/сек.}$
 $h = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Если обозначить через t_1 время падения камня, то время распространения звука будет $t - t_1$. Путь, пройденный камнем при свободном падении, $h = \frac{gt_1^2}{2}$, а звуком — $h = v(t - t_1)$.

Следовательно,

$$\frac{gt_1^2}{2} = v(t - t_1) \text{ или } gt_1^2 + 2vt_1 - 2vt = 0.$$

Решив данное уравнение, получим $t_1 = 5,5 \text{ сек}$. Глубина шахты

$$h = \frac{gt_1^2}{2};$$

$$h = \frac{9,8 \cdot 5,5^2}{2} = 148 \text{ (м).}$$

11. Жонглер бросил вертикально вверх шарик. Когда шарик достиг верхней точки своего пути, был брошен второй шарик с той же начальной скоростью. На какой высоте встретятся шарик, если высота бросания их 4,9 м?

У с л о в и е: $h = 4,9 \text{ м.}$
 $h_2 = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Первый шарик, падая из верхней точки своего пути, и второй, поднимаясь вверх до встречи, за одно и то же время прошли пути

$$h_1 = \frac{gt^2}{2} \text{ и } h_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

По условию задачи $h = h_1 + h_2$ или $\frac{gt^2}{2} + v_0 t - \frac{gt^2}{2} = h$, откуда $v_0 t = h$. Так как начальная скорость бросания v_0 и конечная скорость свободного падения v_t равны, то $v_0 = \sqrt{2gh}$ и $\sqrt{2gh} \cdot t = h$. Отсюда

$$t = \frac{h}{\sqrt{2gh}};$$

$$t = \frac{4,9}{\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 4,9}} = 0,5 \text{ (сек).}$$

Высота, на которой встретятся шарики,

$$h_2 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 4,9} \cdot 0,5 - \frac{9,8 \cdot 0,5^2}{2} = 3,7 \text{ (м).}$$

3. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

Первый закон Ньютона: всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока действие сил не изменит это состояние.

Второй закон Ньютона: ускорение, сообщаемое телу данной силой, прямо пропорционально величине этой силы и обратно пропорционально массе тела:

$$a = \frac{F}{m} \text{ или } F = ma$$

Вес тела — это сила, с которой тело притягивается к центру Земли или давит на подставку. Следовательно, вес тела определяется формулой

$$P = mg,$$

где g — ускорение силы тяжести.

Плотность вещества определяется отношением массы тела к его объему:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Третий закон Ньютона: действия тел друг на друга всегда равны по величине и противоположны по направлению:

$$F_1 = -F_2.$$

Эти силы приложены к разным телам, и поэтому складывать их нельзя.

Количеством движения тела называется величина, равная произведению массы движущегося тела на его скорость:

$$K = m \cdot v.$$

Закон сохранения количества движения: сумма количеств движения взаимодействующих тел не меняется, если на тела не действуют внешние силы:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2.$$

Закон всемирного тяготения: два тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где r — расстояние между телами.

Коэффициент пропорциональности (γ) называется *гравитационной постоянной*. Она численно равна силе, с которой притягиваются две материальные точки массой 1 кг каждая, находящиеся друг от друга на расстоянии 1 м. $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{сек}^2$.

Для тел, поднятых над Землей, при $h \ll R$ (h — высота поднятия, R — радиус Земли) формула закона всемирного тяготения запишется иначе:

$$F = \gamma \frac{m \cdot M}{R^2},$$

где M — масса Земли, m — масса тела.

Из формулы закона всемирного тяготения находим, что

$$P = m \cdot g = \gamma \frac{m \cdot M}{R^2} \quad \text{или} \quad g = \gamma \frac{M}{R^2}.$$

1. Трамвай идет со скоростью 30,6 км/ч. В течение какого времени и на каком расстоянии произойдет полная его остановка при торможении, если развиваемая при этом сила сопротивления составляет 0,25 веса трамвая?

$$\begin{array}{l} \text{Условие:} \quad v = 30,6 \text{ км/ч} = 8,5 \text{ м/сек;} \\ \quad \quad \quad F = 0,25 P. \\ \hline t = ? \quad s = ? \end{array}$$

Решение. Время, в течение которого трамвай остановится, найдем из формулы $v + at = 0$ или $v = -at$: $t = -\frac{v}{a}$. По условию задачи $F = 0,25P$, поэтому $a = -0,25g$. Следовательно,

$$\begin{aligned} t &= \frac{v}{0,25g}; \\ t &= \frac{8,5}{0,25 \cdot 9,8} = 3,5 \text{ (сек)}. \end{aligned}$$

Путь, на котором произошло торможение трамвая,

$$\begin{aligned} s &= vt + \frac{at^2}{2}; \\ s &= 8,5 \cdot 3,5 - \frac{0,25 \cdot 9,8 \cdot 3,5^2}{2} = 13,6 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

2. Паровоз по горизонтальному пути развивает постоянную силу тяги $25 \cdot 10^4 \text{ н}$. Определить силу сопротивления движению поезда массой 10^3 т , если на участке пути в 300 м его скорость возросла с 36 до 54 км/ч.

Условие: $F_T = 25 \cdot 10^4 \text{ н};$
 $m = 10^3 \text{ т} = 10^6 \text{ кг};$
 $s = 300 \text{ м};$
 $v_1 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/сек};$
 $v_2 = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/сек}.$
 $F_c = ?$

Решение. Силу сопротивления движению определим по условию $F_T - F_c = ma$, где F_T — сила тяги. Отсюда $F_c = F_T - ma$. Для определения ускорения запишем формулы пути и скорости:

$$s = v_1 t + \frac{at^2}{2} \text{ и } v_2 = v_1 + at,$$

откуда

$$a = \frac{(v_2 + v_1)(v_2 - v_1)}{2s}.$$

Подставив значение a в выражение для силы сопротивления, получим

$$F_c = F_T - \frac{m(v_2 + v_1)(v_2 - v_1)}{2 \cdot s},$$

$$F_c = 25 \cdot 10^4 - \frac{10^6(15 + 10) \cdot (15 - 10)}{2 \cdot 300} = 4,2 \cdot 10^4 \text{ (н)}.$$

3. Поезд массой 1000 т , отходя от станции, развивает силу тяги $25 \cdot 10^4 \text{ н}$. Какой скорости достигает поезд на расстоянии 1 км , если сила сопротивления движению считается постоянной и составляет $0,005$ веса поезда? Через сколько времени будет достигнута эта скорость?

Условие: $m = 1000 \text{ т} = 10^6 \text{ кг};$
 $F_T = 25 \cdot 10^4 \text{ н};$
 $F_c = 0,005 P;$
 $s = 1 \text{ км} = 1 \cdot 10^3 \text{ м}.$
 $v = ? \quad t = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. По второму закону Ньютона $F_T - F_c = ma$, где $F_c = 0,005 mg$. Отсюда

$$a = \frac{F_T - 0,005mg}{m}.$$

Скорость поезда

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{2(F_T - 0,005mg) \cdot s}{m}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (25 \cdot 10^4 - 0,005 \cdot 10^6 \cdot 9,8) \cdot 10^3}{10^6}} = 20 \text{ (м/сек)}.$$

Время, в течение которого поезд приобретет эту скорость, определится из формулы $s = \frac{at^2}{2}$:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}};$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3}{0,2}} = 100 \text{ (сек)}.$$

4. Определить натяжение троса при равноускоренном опускании кабины лифта массой 400 кг, если за 10 сек она прошла расстояние 30 м.

Условие: $m = 400 \text{ кг};$
 $t = 10 \text{ сек};$
 $s = 30 \text{ м}.$

 $F = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. К кабине лифта приложены две силы: сила тяжести P , направленная вниз, и сила натяжения троса F , направленная вверх. По второму закону Ньютона $P - F = ma$, откуда $F = mg - ma = m(g - a)$. Ускорение кабины определим из формулы $s = \frac{at^2}{2}$: $a = \frac{2s}{t^2}$. Следовательно,

$$F = m \left(g - \frac{2s}{t^2} \right);$$

$$F = 400 \left(9,8 - \frac{2 \cdot 30}{100} \right) = 3680 \text{ (н)}.$$

5. Определить силу давления пассажиров на пол кабины лифта, если вес пассажиров 150 кг, а лифт поднимается с ускорением 0,66 м/сек. Чему равна сила давления на пол при опускании кабины лифта с тем же ускорением?

Условие: $P = 150 \text{ кг} = 1470 \text{ н};$
 $a = 0,66 \text{ м/сек}.$

 $F_1 = ? \quad F_2 = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. По второму закону Ньютона

$$F_1 = P + ma;$$

$$F_1 = 1470 + \frac{1470}{9,8} \cdot 0,66 = 1569 \text{ (н)}.$$

Согласно третьему закону Ньютона, эта сила является силой давления пассажиров на пол кабины. При опускании кабины лифта с ускорением 0,66 м/сек сила давления пассажиров

$$F_2 = P - ma;$$

$$F_2 = 1470 - \frac{1470}{9,8} \cdot 0,66 = 1371 \text{ (н)}.$$

6. Камень массой 1 кг при свободном падении с высоты 25 м приобрел в конце пути скорость 20 м/сек. Определить среднюю силу сопротивления воздуха при падении камня.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m = 1 \text{ кг;} \\ h = 25 \text{ м;} \\ v = 20 \text{ м/сек.} \\ F_c = ? \\ g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{array}$$

Решение. На камень действуют две силы: сила тяжести P и сила сопротивления воздуха F_c , направленная вверх. Сила P больше силы F_c , чем и обуславливается падение камня с ускорением, т. е. $P - F_c = ma$. Среднюю силу сопротивления воздуха определим по формуле $F_c = mg - ma = m(g - a)$. Из формулы $v^2 = 2as$ определим ускорение: $a = \frac{v^2}{2s}$. Следовательно,

$$\begin{aligned} F_c &= m \left(g - \frac{v^2}{2s} \right); \\ F_c &= 1 \cdot \left(9,8 - \frac{400}{2 \cdot 25} \right) = 1,8 \text{ (н)}. \end{aligned}$$

7. Какого сечения должен быть стальной трос, чтобы с помощью его можно было поднимать груз массой 1000 кг с ускорением 1,2 м/сек², если предел прочности стали $5 \cdot 10^8$ н/м², а коэффициент запаса прочности 5?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m = 10^3 \text{ кг;} \\ a = 1,2 \text{ м/сек}^2; \\ \sigma_{\text{пр}} = 5 \cdot 10^8 \text{ н/м}^2; \\ n = 5. \\ S = ? \\ g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{array}$$

Решение. Натяжение троса при подъеме груза с ускорением определим из условия $F = P + ma = m(g + a)$. С учетом коэффициента запаса прочности получим $F' = nF = nm(g + a)$. Сечение троса определим из формулы $F' = \sigma_{\text{пр}} S$:

$$\begin{aligned} S &= \frac{F'}{\sigma_{\text{пр}}} = \frac{nm(g + a)}{\sigma_{\text{пр}}}; \\ S &= 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 110 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

8. Снаряд массой 6 кг вылетает из ствола орудия со скоростью 570 м/сек. Чему равна средняя сила давления пороховых газов на снаряд и сколько времени двигался снаряд внутри ствола, если длина ствола 2 м?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m = 6 \text{ кг;} \\ v = 570 \text{ м/сек;} \\ l = 2 \text{ м.} \\ F = ? \quad t = ? \end{array}$$

Решение. Сила давления пороховых газов на снаряд определится по формуле $F = m \cdot a$. Для определения ускорения запишем формулу $v^2 = 2as$, откуда $a = \frac{v^2}{2s}$. Тогда найдем

$$F = m \cdot \frac{v^2}{2s};$$

$$F = 6 \cdot \frac{570^2}{2 \cdot 2} = 4,87 \cdot 10^5 \text{ (н)}.$$

Время движения снаряда внутри ствола определим из формулы $v = at$: $t = \frac{v}{a}$, где $a = \frac{v^2}{2s}$. Следовательно,

$$t = \frac{2s}{v};$$

$$t = \frac{2 \cdot 2}{570} = 0,007 \text{ (сек)}.$$

9. Автомобиль при торможении остановился в течение 2,5 сек, пройдя при этом расстояние 12 м. Определить начальную скорость автомобиля и среднюю силу торможения, если масса груженого автомобиля 5 т. Движение автомобиля считать равнозамедленным.

Условия: $t = 2,5 \text{ сек};$
 $s = 12 \text{ м};$
 $m = 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}.$
 $v_0 - ? \quad F - ?$

Решение. Начальная скорость определится из уравнений $v = v_0 + at = 0$ или $v_0 = -at$ и $v_0^2 = -2as$. Решая эти два уравнения относительно v_0 , получим

$$v_0 = \frac{2s}{t};$$

$$v_0 = \frac{2 \cdot 12}{2,5} = 9,6 \text{ (м/сек)}.$$

Сила торможения $F = ma$, где $a = -\frac{v_0}{t}$. Следовательно,

$$F = -m \cdot \frac{v_0}{t};$$

$$F = -5 \cdot 10^3 \frac{9,6}{2,5} = -1,9 \cdot 10^4 \text{ (н)}.$$

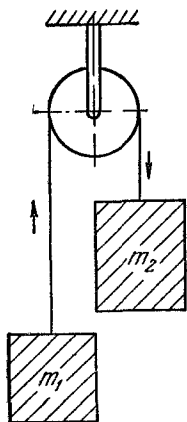


Рис 18.

10. Через неподвижный блок перекинута нить с грузами 3 и 5 кг (рис. 18). С каким ускорением движутся грузы и какова сила натяжения нити?

Условие: $m_1 = 3 \text{ кг};$
 $m_2 = 5 \text{ кг}.$
 $a = ? \quad F = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. На каждое тело действуют две силы: сила тяжести, направленная вниз, и сила натяжения нити, направленная вверх. Под действием результирующей силы первое тело будет ускоренно перемещаться вверх, а второе — вниз, т. е.

$$F - P_1 = m_1 a \text{ и } P_2 - F = m_2 a,$$

где $P_1 = m_1 g$ и $P_2 = m_2 g$. Решая эти два равенства относительно a и F , получим:

$$a = \frac{(m_2 - m_1) g}{m_2 + m_1},$$

$$a = \frac{5 - 3}{5 + 3} \cdot 9,8 = 2,45 \text{ (м/сек}^2\text{)};$$

$$F = \frac{2 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot g}{m_1 + m_2},$$

$$F = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9,8}{3 + 5} = 36,7 \text{ (н)}.$$

11. По наклонной плоскости с углом наклона 30° перемещается вверх тело массой 6 кг под действием второго тела массой 5 кг , связанного с первым нитью, перекинутой через неподвижный блок (рис. 19). С каким ускорением будут двигаться тела и чему равна сила натяжения нити, если коэффициент трения $0,3$?

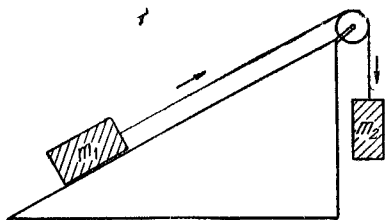


Рис. 19.

Условие: $\alpha = 30^\circ;$
 $m_1 = 6 \text{ кг};$
 $m_2 = 5 \text{ кг};$
 $k = 0,3.$
 $a = ? \quad F = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. По второму закону Ньютона $F - (F_1 + F_{\text{тр}}) = m_1 a$, где $F_1 = P_1 \sin \alpha$ — скатывающая сила, $F_{\text{тр}} = k P_1 \cos \alpha$ — сила трения, F — сила натяжения нити. Следовательно,

$$F - m_1 \cdot g (\sin \alpha + k \cos \alpha) = m_1 a.$$

На второе тело m_2 действуют две силы: вес P_2 и сила натяжения нити F . Результирующая этих сил перемещает тело вниз с тем же ускорением:

$$P_2 - F = m_2 a.$$

Решая эти два уравнения относительно a и F , получим:

$$a = \frac{g(m_2 - m_1 \sin \alpha - k m_1 \cos \alpha)}{m_1 + m_2},$$

$$a = \frac{9,8(5 - 6 \cdot 0,5 - 0,3 \cdot 6 \cdot 0,87)}{6 + 5} = 0,4 \text{ (м/сек}^2\text{)};$$

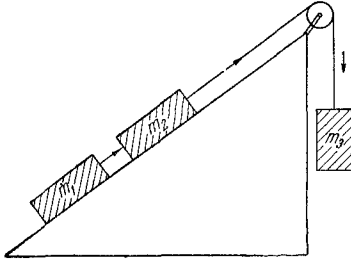


Рис 20.

$$F = \frac{g \cdot m_1 m_2 (1 + \sin \alpha + k \cos \alpha)}{m_1 + m_2},$$

$$F = \frac{9,8 \cdot 5 \cdot 6 (1 + 0,5 + 0,3 \cdot 0,87)}{6 + 5} = 47 \text{ (н)}.$$

12. По наклонной плоскости перемещаются два груза под действием третьего, связанного с первыми двумя нитью, перекинутой через блок (рис. 20). С каким ускорением будут двигаться грузы и чему равны силы натяжения нити между грузами, если массы грузов 3, 4 и 5 кг, коэффициент трения 0,2, а наклонная плоскость составляет с горизонтальной угол 30° ?

Условие: $m_1 = 3 \text{ кг};$
 $m_2 = 4 \text{ кг};$
 $m_3 = 5 \text{ кг};$
 $k = 0,2;$
 $\alpha = 30^\circ.$

$a = ? \quad F_{н(1)} = ? \quad F_{н(2)} = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. По второму закону Ньютона для первого груза $F_{н(1)} - (F_1 + F_{тр}) = m_1 a$, где $F_{н(1)}$ — сила натяжения нити между 1-м и 2-м грузами, F_1 — скатывающая сила, $F_{тр}$ — сила трения. Тогда

$$F_{н(1)} - (P_1 \sin \alpha + k P_1 \cos \alpha) = m_1 a.$$

Для второго груза $F_{н(2)} - (F'_1 + F'_{тр} + F_{н(1)}) = m_2 a$, где $F_{н(2)}$ — сила натяжения нити между 2-м и 3-м грузами, F'_1 — скатывающая сила второго груза, а $F'_{тр}$ — его сила трения. Тогда

$$F_{н(2)} - (P_2 \sin \alpha + k P_2 \cos \alpha + F_{н(1)}) = m_2 a.$$

На третий груз действуют две силы: вес P_3 и сила натяжения нити $F_{н(2)}$. Результирующая этих сил перемещает груз вниз с тем же ускорением:

$$P_3 - F_{н(2)} = m_3 a.$$

Решая эти три уравнения относительно a , $F_{н(1)}$ и $F_{н(2)}$, получим:

$$a = \frac{g[m_3 - (\sin \alpha + k \cos \alpha)(m_2 + m_1)]}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$a = \frac{9,8 \cdot [5 - (0,5 + 0,2 \cdot 0,87) \cdot (4 + 3)]}{3 + 4 + 5} \approx 0,25 \text{ (м/сек}^2\text{)};$$

$$F_{н(1)} = m_1 (a + g \sin \alpha + k g \cos \alpha),$$

$$F_{н(1)} = 3 \cdot (0,25 + 9,8 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 9,8 \cdot 0,87) \approx 20,5 \text{ (н)};$$

$$F_{н(2)} = m_3 (g - a),$$

$$F_{н(2)} = 5 \cdot (9,8 - 0,25) = 47,75 \text{ (н)}.$$

13. Человек, стоя в лодке, тянет к себе с помощью веревки вторую лодку. Определить пути, пройденные первой и второй лодками за 5 сек, если масса первой лодки 200 кг, второй — 100 кг, а сила натяжения веревки 100 н. Силами трения пренебречь, воду считать покоящейся, а движение лодок равноускоренным.

Условие:

$$\begin{aligned} t &= 5 \text{ сек;} \\ m_1 &= 200 \text{ кг;} \\ m_2 &= 100 \text{ кг;} \\ F &= 100 \text{ н.} \end{aligned}$$

$$s_1 - ? \quad s_2 - ?$$

Решение. Пути найдем по формулам $s_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$ и $s_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$,

где $a_1 = \frac{F}{m_1}$, а $a_2 = \frac{F}{m_2}$. Подставив вместо a_1 и a_2 их выражения, получим:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot m_1}, \\ s_1 &= \frac{100 \cdot 25}{200 \cdot 2} = 6,25 \text{ (м)}; \\ s_2 &= \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot m_2}, \\ s_2 &= \frac{100 \cdot 25}{100 \cdot 2} = 12,5 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

14. Мальчик, стоя на тележке, тянет к себе с помощью веревки вторую тележку с постоянной силой 100 н. Определить скорости первой и второй тележек через 2 сек после начала движения, если масса тележки с мальчиком 100 кг, а масса второй тележки 80 кг. Трением пренебречь.

Условие:

$$\begin{aligned} F &= 100 \text{ н;} \\ t &= 2 \text{ сек;} \\ m_1 &= 100 \text{ кг;} \\ m_2 &= 80 \text{ кг;} \\ v_0 &= 0. \end{aligned}$$

$$v_1 - ? \quad v_2 - ?$$

Решение. Считая движение равноускоренным, конечные скорости определим по формулам $v_1 = a_1 t$ и $v_2 = a_2 t$, где $a_1 = \frac{F}{m_1}$,

а $a_2 = \frac{F}{m_2}$. Следовательно,

$$v_1 = \frac{F \cdot t}{m_1},$$

$$v_1 = \frac{100 \cdot 2}{100} = 2 \text{ (м/сек)};$$

$$v_2 = \frac{F \cdot t}{m_2},$$

$$v_2 = \frac{100 \cdot 2}{80} = 2,5 \text{ (м/сек)}.$$

15. Человек массой 75 кг прыгнул с движущейся тележки массой 100 кг в сторону, противоположную движению тележки, так, что его скорость относительно Земли стала равной нулю. Чему равна скорость тележки после прыжка, если до прыжка она была 4 м/сек?

У с л о в и е:

$$m_1 = 75 \text{ кг};$$

$$m_2 = 100 \text{ кг};$$

$$v_1 = 0;$$

$$v = 4 \text{ м/сек.}$$

$$v_2 = ?$$

Решение. По закону сохранения количества движения $(m_1 + m_2)v = m_2v_2$, откуда

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2)v}{m_2};$$

$$v_2 = \frac{(75 + 100) \cdot 4}{100} = 7 \text{ (м/сек)}.$$

16. Мальчик догнал тележку, движущуюся со скоростью 3 м/сек, и вскочил на нее. Чему равна скорость тележки после того, как вскочил на нее мальчик, если скорость прыжка мальчика 4 м/сек, вес мальчика 50 кг, а масса тележки 80 кг? Чему будет равна скорость тележки, если мальчик прыгнет навстречу движущейся тележке?

У с л о в и е:

$$v_1 = 3 \text{ м/сек};$$

$$v_2 = 4 \text{ м/сек};$$

$$P_2 = 50 \text{ кг} = 490 \text{ н};$$

$$m_1 = 80 \text{ кг.}$$

$$v = ?$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. По закону сохранения количества движения $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$, откуда

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2};$$

$$v = \frac{80 \cdot 3 + \frac{490}{9,8} \cdot 4}{80 + \frac{490}{9,8}} = 3,4 \text{ (м/сек)}.$$

При встречном движении тележки $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$, откуда

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

$$v = \frac{80 \cdot 3 - \frac{490}{9,8} \cdot 4}{80 + \frac{490}{9,8}} = 0,3 \text{ (м/сек)}.$$

17. Человек весом 80 кг переходит с носа на корму в лодке длиной 5 м. Сколько весит лодка, если она за время этого перехода переместилась в стоячей воде в обратном направлении на 2 м? Начальная скорость лодки относительно воды равна нулю.

Условие: $P_1 = 80 \text{ кг} = 784 \text{ н};$
 $l = 5 \text{ м};$
 $v_1 = v_2 = 0;$
 $s = 2 \text{ м}.$

$P_2 = ?$

Решение. Запишем закон сохранения количества движения $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$. Так как $v_1 = v_2 = 0$, то $m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = 0$ или $\frac{m_1}{m_2} = -\frac{v'_2}{v'_1}$, где m_1 — масса человека, m_2 — масса лодки, v'_2 — скорость лодки относительно воды, v'_1 — скорость человека относительно воды, равная сумме скорости человека относительно лодки v и скорости лодки относительно воды v_2 , т. е. $v'_1 = v + v_2$. Следовательно, $\frac{m_1}{m_2} = -\frac{v'_2}{v + v_2}$. Так как время взаимодействия для обоих тел одинаково, можно записать

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{v'_2 \cdot t}{(v + v_2) t} \text{ или } \frac{P_1}{P_2} = -\frac{s}{l + s},$$

где P_1 — вес человека, а P_2 — вес лодки. Отсюда

$$P_2 = -\frac{P_1 (l + s)}{s};$$

$$P_2 = -\frac{784 \cdot (5 + 2)}{-2} = 1176 \text{ (н)}.$$

18. На железнодорожной платформе массой 16 т установлено орудие массой 3 т, ствол которого расположен вдоль полотна дороги под углом 60° к горизонтальной плоскости. Чему равна ско-

рость снаряда массой 50 кг, если при выстреле платформа откатилась на 3 м за 6 сек?

Условие: $m_1 = 50 \text{ кг};$
 $m_2 = 16 \text{ т} = 16 \cdot 10^3 \text{ кг};$
 $m_3 = 3 \text{ т} = 3 \cdot 10^3 \text{ кг};$
 $\alpha = 60^\circ;$
 $s = 3 \text{ м};$
 $t = 6 \text{ сек.}$

$v_1 = ?$

Решение. По закону сохранения количества движения $m_1 v_1 = m'_2 v_2$, где $m'_2 = m_2 + m_3$; v_1 — скорость снаряда; v_2 — скорость отдачи платформы. Следовательно,

$$v_1 = \frac{(m_2 + m_3) v_2}{m_1}.$$

Скорость v_2 определим из условия равнозамедленного движения платформы при отдаче. Разложим скорость v_2 на вертикальную составляющую $v'_2 = v_2 \sin \alpha$, оказывающую давление на рельсы, и горизонтальную составляющую $v''_2 = v_2 \cos \alpha$, вызывающую перемещение платформы с орудием (рис. 21). Тогда

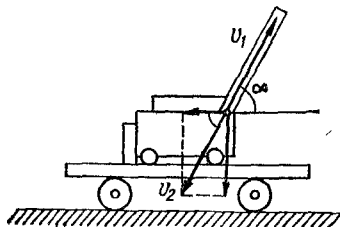


Рис. 21.

$s = v''_2 t + \frac{at^2}{2}$, где $a = -\frac{v''_2}{t}$, т. е.
 $s = \frac{1}{2} v''_2 t$. Отсюда $v''_2 = \frac{2s}{t}$, а $v_2 = \frac{2s}{t \cos \alpha}$. Подставим v_2 в равенство для v_1 , получим

$$v_1 = \frac{(m_2 + m_3) 2s}{m_1 t \cos \alpha};$$

$$v_1 = \frac{(16 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^3) \cdot 2 \cdot 3}{50 \cdot 6 \cdot 0,5} = 760 \text{ (м/сек)}.$$

19. Определить массу земного шара, если радиус Земли $6,4 \cdot 10^3 \text{ км}$, а ускорение свободного падения $9,8 \text{ м/сек}^2$.

Условие: $R_3 = 6,4 \cdot 10^3 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м};$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

$M = ?$

$$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{сек}^2.$$

Решение. Массу Земли находим из формулы $\gamma \frac{m \cdot M}{R_3^2} = m \cdot g$, где R_3 — радиус Земли. Тогда

$$M = \frac{g R_3^2}{\gamma};$$

$$M = \frac{9,8 \cdot 6,4^2 \cdot 10^{12}}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ (кг)} = 6 \cdot 10^{21} \text{ (т)}.$$

4. РАБОТА, МОЩНОСТЬ, ЭНЕРГИЯ

Работой в механике называется величина, равная произведению действующей силы на путь, пройденный по направлению силы:

$$A = F \cdot s,$$

где F — сила тяги, а s — путь. При условии несовпадения направления силы и направления пути работа выражается формулой

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

где α — угол между направлениями силы и пути.

В системе СИ единицей работы является джоуль (*дж*). Джоуль есть работа силы в 1 ньютон на пути 1 метр:

$$1 \text{ дж} = 1 \text{ н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ н} \cdot \text{м}.$$

В системе СГС за единицу работы принимают работу силы в 1 дину на пути, совпадающем с направлением силы и равным 1 см. Эта единица работы называется эргом (*эрг*):

$$1 \text{ дж} = 10^7 \text{ эрг}.$$

Мощностью называется величина, численно равная работе, совершенной в единицу времени:

$$N = \frac{A}{t} \quad \text{или} \quad N = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v,$$

где v при неравномерном движении имеет среднее значение.

В системе СИ единицей мощности является ватт (*вт*). Ватт есть мощность, при которой в 1 секунду совершается работа 1 джоуль:

$$1 \text{ вт} = \frac{1 \text{ дж}}{1 \text{ сек}}.$$

В системе СГС единицей мощности будет эрг в секунду (*эрг/сек*). Эрг в секунду — это мощность, при которой ежесекундно совершается работа, равная 1 эргу:

$$1 \text{ вт} = 10^7 \text{ эрг/сек}.$$

Энергией называется физическая величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать работу. Механическая энергия бывает двух видов — потенциальная и кинетическая.

Потенциальная энергия — это энергия, которая определяется взаимным положением тел или частей одного и того же тела. При поднятии тела над поверхностью Земли потенциальная энергия выражается формулой

$$W_{\text{п}} = mgh,$$

где m — масса тела, g — ускорение свободного падения, h — высота поднятия тела.

Кинетическая энергия — это энергия, которой обладает тело вследствие своего движения. Кинетическая энергия выражается формулой

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2},$$

где m — масса движущегося тела, v — скорость движения.

Закон сохранения энергии: энергия не исчезает и не создается; она лишь превращается из одного вида в другой в равных количествах. В механике кинетическая энергия превращается в потенциальную и наоборот. Мерой превращения энергии в механике является работа.

1. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, на участке пути 100 м набрал скорость 72 км/ч. Определить работу двигателя автомобиля на этом участке, если масса его с грузом 1800 кг, а коэффициент трения 0,05

Условие: $s = 100 \text{ м};$
 $v = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек};$
 $m = 1800 \text{ кг};$
 $k = 0,05.$

$A = ?$

Решение. Работа определяется по формуле $A = F \cdot s$. Сила тяги F состоит из двух слагаемых сил: $F_1 = kmg$ и $F_2 = m \cdot a$. Сила F_1 необходима для равномерного перемещения автомобиля, а сила F_2 придает ему ускорение. Следовательно, $A = kmg \cdot s + mas$. Ускорение a находим из формулы $v^2 = 2as$: $a = \frac{v^2}{2s}$. Подставляя в формулу работы выражение для a , получим

$$A = kmg \cdot s + \frac{mv^2}{2};$$

$$A = 0,05 \cdot 1800 \cdot 9,8 \cdot 100 + \frac{1800 \cdot 20^2}{2} = 448\,200 \text{ (дж)} = 448,2 \text{ (кдж)}.$$

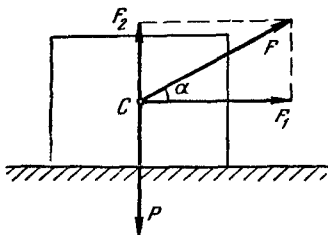


Рис 22

2. Какая работа выполнена при равномерном перемещении ящика массой 100 кг по горизонтальной поверхности на расстояние 49,6 м, если коэффициент трения скольжения 0,33, а веревка, с помощью которой тянули ящик, составила с горизонтальной поверхностью угол 31° (рис. 22)?

Условие: $m = 100 \text{ кг};$
 $s = 49,6 \text{ м};$
 $k = 0,33;$
 $\alpha = 31^\circ.$

$A = ?$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Работа определяется по формуле $A = F_1 \cdot s$, где F_1 — горизонтальная составляющая силы тяги. По условию задачи $F_1 = k(P - F_2)$. Но подставив $F_2 = F_1 \tan \alpha$, получим

$$F_1 = kP - kF_1 \tan \alpha \text{ или } F_1 = \frac{kP}{1 + k \tan \alpha}.$$

Подставляя в формулу работы выражение для F_1 , получим

$$A = \frac{mg \cdot s}{\frac{1}{k} + \tan \alpha};$$

$$A = \frac{100 \cdot 9,8 \cdot 49,6}{3 + 0,6} = 13,5 \cdot 10^3 \text{ (дж)} = 13,5 \text{ (кдж)}.$$

3. Лошадь равномерно везет груженный воз весом 400 кГ в гору с уклоном 15° . Определить работу, выполненную лошадью на пути 200 м , если коэффициент трения $0,02$ (рис. 23).

Условие: $P = 400 \text{ кГ} = 3920 \text{ н};$
 $s = 200 \text{ м};$
 $\alpha = 15^\circ;$
 $k = 0,02.$

 $A = ?$

Решение. Работа определяется по формуле $A = F \cdot s$, где F — сила тяги. При равномерном перемещении повозки в гору сила тяги уравнивает скатывающую силу $F_1 = P \sin \alpha$ и силу трения $F_{\text{тр}} = kF_2 = kP \cos \alpha$. Следовательно,

$$A = P (\sin \alpha + k \cos \alpha) \cdot s;$$

$$A = 3920 \cdot (0,26 +$$

$$+ 0,02 \cdot 0,97) \cdot 200 \approx 220 \cdot 10^3 \text{ (дж)} =$$

$$= 220 \text{ (кдж)}.$$

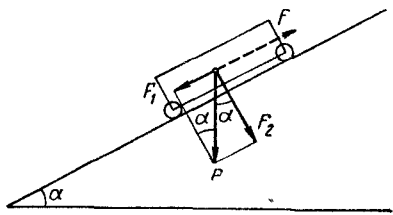


Рис. 23.

4. Вертолет, масса которого с грузом $6 \cdot 10^3 \text{ кг}$, за $2,5 \text{ мин}$ набрал высоту 2250 м . Определить работу двигателя за это время, считая подъем вертолета равноускоренным.

Условие: $m = 6 \cdot 10^3 \text{ кг};$
 $t = 2,5 \text{ мин} = 150 \text{ сек};$
 $h = 2250 \text{ м}.$

 $A = ?$

Решение. Работа двигателя $A = F \cdot h$. Но так как подъем груза осуществляется с ускорением, то сила F состоит из двух слагаемых сил: $F_1 = P$, поднимающей груз равномерно, и $F_2 = m \cdot a$, сообщающей ускорение. Следовательно, $F = P + ma$. Тогда $A = P \cdot h + ma \cdot h$. Найдем из формулы $h = \frac{at^2}{2}$ ускорение: $a = \frac{2h}{t^2}$. Подставим это выражение в формулу работы:

$$A = mgh + \frac{2m \cdot h^2}{t^2};$$

$$A = 6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 2250 + \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 2250^2}{150^2} = 135 \cdot 10^6 \text{ (дж)} =$$

$$= 135 \text{ (Мдж)}.$$

5. Двухступенчатая ракета под действием порохового ускорителя и двигателя второй ступени поднимается на высоту $3 \cdot 10^4 \text{ м}$ и приобретает скорость 1100 м/сек . Какая работа выполняется

обеими ступенями при подъеме ракеты, если средняя масса ракеты 500 кг (изменение g с высотой в расчет не принимать)?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } h = 3 \cdot 10^4 \text{ м;} \\ v = 1100 \text{ м/сек;} \\ m = 500 \text{ кг.} \\ \hline A = ? \\ g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{array}$$

Решение. Работа $A = F \cdot h$, где $F = F_1 + F_2$. Сила $F_1 = P$ служит для равномерного подъема ракеты, а сила $F_2 = m \cdot a$ сообщает ей ускорение. Следовательно, $A = P \cdot h + ma \cdot h$. Ускорение a найдем из формулы $v^2 = 2ah$: $a = \frac{v^2}{2h}$. Подставим в формулу работы выражение для a и получим

$$A = mgh + \frac{mv^2}{2};$$

$$A = 500 \cdot 9,8 \cdot 3 \cdot 10^4 + \frac{500 \cdot 1100^2}{2} = 450 \cdot 10^6 \text{ (дж)} = 450 \text{ (Мдж)}.$$

6. Клеть с грузом поднимается из шахты глубиной 180 м равноускоренно за 60 сек. Определить мощность двигателя, если масса груженой клетки $8 \cdot 10^3$ кг.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } h = 180 \text{ м;} \\ t = 60 \text{ сек;} \\ m = 8 \cdot 10^3 \text{ кг.} \\ \hline N = ? \end{array}$$

Решение. Мощность определяется по формуле $N = \frac{A}{t}$. Работа $A = F \cdot h$ где $F = F_1 + F_2$. Сила $F_1 = P$ служит для равномерного поднятия груза, а сила $F_2 = ma$ сообщает ему ускорение. Следовательно, $A = P \cdot h + ma \cdot h$. Ускорение a определим из формулы $h = \frac{at^2}{2}$: $a = \frac{2h}{t^2}$. Тогда $A = P \cdot h + \frac{2m \cdot h^2}{t^2}$. Подставим это выражение в формулу мощности и найдем

$$N = \frac{mgh}{t} + \frac{2mh^2}{t^3};$$

$$N = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 180}{60} + \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 180^2}{60^3} = 238 \cdot 10^3 \text{ (вт)} = 238 \text{ (квт)}.$$

7. Тяговая мощность гусеничного трактора 36 л. с. Определить поперечное сечение стального троса, соединяющего трактор с грузом, если скорость трактора при трелевке 5,4 км/ч, предел прочности стали 40 кг/мм², а коэффициент запаса прочности троса 4.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } N = 36 \text{ л. с.} = 26496 \text{ вт;} \\ v = 5,4 \text{ км/ч} = 1,5 \text{ м/сек;} \\ \sigma_{\text{пр}} = 40 \text{ кг/мм}^2 = 392 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2; \\ n = 4. \\ \hline S = ? \end{array}$$

Решение. Определим тяговое усилие трактора $F = \frac{N}{v}$. Затем, учитывая коэффициент запаса прочности, из формулы $4F = \sigma_{пр} S$ найдем поперечное сечение троса:

$$S = \frac{4F}{\sigma_{пр}} \text{ или } S = \frac{4 \cdot N}{v \sigma_{пр}};$$

$$S = \frac{4 \cdot 26\,496}{1,5 \cdot 392 \cdot 10^6} = 180 \cdot 10^{-6} \text{ (м}^2\text{)} = 180 \text{ (мм}^2\text{)}.$$

8. Какую скорость может развить трамвай на подъеме с уклоном 10° , имеющий четыре электродвигателя мощностью 55 кВт каждый, если вес трамвая с пассажирами 30 Т , а коэффициент трения $0,05$ (см. рис. 23)?

Условие:

$$\begin{aligned} n &= 4; \\ N_1 &= 55 \text{ кВт} = 55 \cdot 10^3 \text{ Вт}; \\ \alpha &= 10^\circ; \\ P &= 30 \text{ Т} = 294 \cdot 10^3 \text{ Н}; \\ k &= 0,05. \end{aligned}$$

$v = ?$

Решение. Скорость движения определяем из формулы мощности: $v = \frac{N}{F}$, где $N = 4N_1$, а F — сила тяги. Как видно из рисунка, $F = F_1 + F_{тр}$ или $F = P \sin \alpha + kP \cos \alpha$. Подставим это выражение в формулу скорости:

$$v = \frac{4N_1}{P \sin \alpha + kP \cos \alpha};$$

$$v = \frac{4 \cdot 55 \cdot 10^3}{294 \cdot 10^3 \cdot 0,17 + 5 \cdot 10^{-2} \cdot 294 \cdot 10^3 \cdot 0,98} = 3,4 \text{ (м/сек)}.$$

9. Автомобиль движется на подъеме с уклоном 10° со скоростью 4 м/сек . Определить коэффициент трения, если масса груженого автомобиля 5 т , а мощность двигателя 70 л. с.

Условие:

$$\begin{aligned} \alpha &= 10^\circ; \\ v &= 4 \text{ м/сек}; \\ m &= 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}; \\ N &= 70 \text{ л. с.} = 51\,520 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

$k = ?$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Коэффициент трения можно определить из формулы силы тяги на подъеме $F = F_1 + F_{тр}$, где F — сила тяги, $F_1 = P \sin \alpha$, а $F_{тр} = kF_2 = kP \cos \alpha$. Следовательно, $F = P \sin \alpha + kP \cos \alpha$. Отсюда

$$k = \frac{F - mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha}.$$

Из формулы мощности $N = Fv$ определим силу тяги: $F = \frac{N}{v}$.

Тогда

$$k = \frac{\frac{N}{v} - mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha};$$

$$k = \frac{\frac{51\,520}{4} - 5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,17}{5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,98} = 0,09.$$

10. Самолет отрывается от земли при скорости 80 км/ч. Какую мощность развивает при этом двигатель самолета, если масса его 1026 кг, длина пробега 150 м, а коэффициент трения 0,02?

Условие: $v = 80 \text{ км/ч} = 22,2 \text{ м/сек};$
 $m = 1026 \text{ кг};$
 $s = 150 \text{ м};$
 $k = 0,02.$

$N = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Мощность определяется по формуле $N = F \cdot v$. Сила тяги в данном случае преодолевает силу трения $F_{\text{тр}} = kP$ и придает самолету ускорение $F_1 = m \cdot a$. Следовательно, $F = kP + ma$. Ускорение a определяется из формулы $v^2 = 2as$: $a = \frac{v^2}{2s}$.

Тогда $F = kmg + \frac{mv^2}{2s}$. Подставим это выражение силы тяги в формулу мощности и получим

$$N = kmgv + \frac{mv^3}{2s};$$

$$N = 0,02 \cdot 1026 \cdot 9,8 \cdot 22,2 + \frac{1026 \cdot 22,2^3}{2 \cdot 150} = 41\,880 \text{ (вт)} = 41,88 \text{ (квт)}.$$

11. Ракета под действием ракетносителя была поднята на высоту $4 \cdot 10^4 \text{ м}$ и приобрела скорость $1,4 \cdot 10^3 \text{ м/сек}$. Определить работу, выполненную ракетносителем, а также кинетическую и потенциальную энергию ракеты на этой высоте, если масса ракеты 500 кг.

Условие: $h = 4 \cdot 10^4 \text{ м};$
 $v = 1,4 \cdot 10^3 \text{ м/сек};$
 $m = 500 \text{ кг}.$

$A = ? \quad W_k = ? \quad W_{\text{п}} = ?$

Решение. Работа по поднятию ракеты определяется по формуле $A = F \cdot h$, где F — сила тяги, состоящая из силы $F_1 = P$, уравновешивающей вес ракеты, и силы $F_2 = ma$, придающей ракете ускорение: $A = P \cdot h + mah$. Ускорение найдем по формуле $a = \frac{v^2}{2h}$. Следовательно,

$$A = P \cdot h + \frac{mv^2}{2}.$$

Работа равна сумме потенциальной и кинетической энергии ракеты. Потенциальная энергия ракеты

$$W_{\text{п}} = mgh;$$

$$W_{\text{п}} = 500 \cdot 9,8 \cdot 4 \cdot 10^4 = 196 \cdot 10^6 \text{ (дж)} = 196 \text{ (Мдж)}.$$

Кинетическая энергия ракеты

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2};$$

$$W_{\text{к}} = \frac{500 \cdot 1,4^2 \cdot 10^6}{2} = 490 \cdot 10^6 \text{ (дж)} = 490 \text{ (Мдж)}.$$

Тогда работа

$$A = 196 + 490 = 686 \text{ (Мдж)}.$$

12. Снаряд массой 10 кг вылетает из ствола орудия со скоростью 600 м/сек. Определить среднюю силу давления пороховых газов, если время движения снаряда в стволе 0,01 сек.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m = 10 \text{ кг;} \\ v = 600 \text{ м/сек;} \\ t = 0,01 \text{ сек.} \\ \hline F = ? \end{array}$$

Решение. Работа пороховых газов численно равна изменению кинетической энергии вылетевшего снаряда: $F \cdot s = \frac{mv^2}{2}$, откуда $F = \frac{mv^2}{2s}$, где s — длина ствола орудия. Считая движение внутри ствола равноускоренным, длину ствола определяем по формуле $s = \frac{at^2}{2}$, где $a = \frac{v}{t}$, значит, $s = \frac{vt}{2}$. Подставим в уравнение силы выражение, найденное для s , получим

$$F = \frac{mv}{t};$$

$$F = \frac{10 \cdot 600}{0,01} = 6 \cdot 10^5 \text{ (н)} = 0,6 \text{ (Мн)}.$$

13. Грузовой автомобиль массой 4200 кг движется по горизонтальному пути со скоростью 54 км/ч. Определить силу и время торможения автомобиля, если он при торможении прошел путь 1,5 м.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m = 4200 \text{ кг;} \\ v = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/сек;} \\ s = 1,5 \text{ м.} \\ \hline F = ? \quad t = ? \end{array}$$

Решение. Работа тормозящей силы численно равна изменению кинетической энергии движущегося автомобиля: $F \cdot s = \frac{mv^2}{2}$,

откуда

$$F = \frac{mv^2}{2 \cdot s};$$
$$F = \frac{4200 \cdot 15^2}{2 \cdot 1,5} = 315 \cdot 10^3 \text{ (н)} = 315 \text{ (кн)}.$$

Время торможения определяется из формулы $v_t = v + at$ при условии, что $v_t = 0$: $t = -\frac{v}{a}$, где $a = -\frac{v^2}{2 \cdot s}$. Следовательно,

$$t = \frac{2 \cdot s}{v};$$
$$t = \frac{2 \cdot 1,5}{15} = 0,2 \text{ (сек)}.$$

14. Определить к. п. д. установки водоснабжения животноводческой фермы, если бак водоизмещением 40 м^3 , размещенный на высоте 10 м , наполняется водой за 12 мин насосом с электроприводом мощностью 7 квт .

У с л о в и е:

$$V = 40 \text{ м}^3;$$
$$h = 10 \text{ м};$$
$$N = 7 \text{ квт} = 7 \cdot 10^3 \text{ вт};$$
$$t = 12 \text{ мин} = 720 \text{ сек}.$$

$$\eta = ?$$
$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$
$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. К. п. д. определяется по формуле $\eta = \frac{A_1}{A}$. Полезной работой в данном случае является работа по наполнению бака водой: $A_1 = mg \cdot h$. Вся произведенная электродвигателем работа $A = N \cdot t$. Тогда найдем

$$\eta = \frac{mg \cdot h}{N \cdot t} \text{ или } \eta = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{N \cdot t};$$
$$\eta = \frac{10^3 \cdot 40 \cdot 9,8 \cdot 10}{7 \cdot 10^3 \cdot 720} = 0,78; \eta = 78\%.$$

15. С какой скоростью металлический шарик достигнет дна сосуда высотой $0,92 \text{ м}$, наполненного жидкостью, если его кинетическая энергия в момент соприкосновения с дном сосуда в два раза меньше потенциальной энергии на поверхности жидкости? Во что превратится половина потенциальной энергии шарика?

У с л о в и е:

$$h = 0,92 \text{ м};$$
$$W_k = 0,5 W_{\text{п}}.$$

$$v = ?$$
$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. По условию задачи $\frac{mv^2}{2} = 0,5 mg \cdot h$. Отсюда

$$v = \sqrt{g \cdot h};$$
$$v = \sqrt{9,8 \cdot 0,92} = 3 \text{ (м/сек)}.$$

Половина потенциальной энергии шарика превратится во внутреннюю энергию жидкости.

16. Ракета массой 0,2 кг вылетела из ракетницы вертикально вверх со скоростью 50 м/сек. Определить кинетическую и потенциальную энергию ракеты через 1 сек после выстрела, считая, что масса ракеты за это время не изменилась.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } m &= 0,2 \text{ кг;} \\ v_0 &= 50 \text{ м/сек;} \\ t &= 1 \text{ сек.} \\ W_k &= ? \quad W_n = ? \\ g &= 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. Кинетическую энергию определим по формуле $W_k = \frac{mv^2}{2}$. Но так как $v = v_0 - gt$, то

$$W_k = \frac{m(v_0 - gt)^2}{2};$$

$$W_k = \frac{0,2(50 - 9,8 \cdot 1)^2}{2} = 160 \text{ (дж)}.$$

Потенциальную энергию определим по формуле $W_n = mgh$. Но $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, следовательно,

$$W_n = mg \left(v_0 t - \frac{gt^2}{2} \right);$$

$$W_n = 0,2 \cdot 9,8 \left(50 \cdot 1 - \frac{9,8 \cdot 1^2}{2} \right) = 88 \text{ (дж)}.$$

5. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Движение, траекторией которого является кривая линия, называется *криволинейным*. Примером криволинейного движения служит движение тел в поле силы тяжести. Скорость криволинейного движения в каждой точке траектории направлена по касательной к траектории в данной точке.

Если тело брошено горизонтально, то оно одновременно движется вперед в горизонтальном направлении по инерции и падает вниз под действием силы тяжести. Скорость v такого сложного движения складывается из скорости v_s , направленной горизонтально, и скорости v_h , направленной вертикально вниз (рис. 24).

Если тело брошено под углом к горизонту, то скорость v раскладывается на составляющую в горизонтальном направлении $v_s = v \cos \alpha$ и составляющую в вертикальном направлении $v_h = v \sin \alpha - gt$ (рис. 25). Скорость тела в горизонтальном направлении, без учета сопротивления воздуха, является постоянной. Скорость в вертикальном направлении изменяется под действием силы тяжести.

1. На холме высотой 20 м установлено орудие и произведен выстрел в горизонтальном направлении. На каком расстоянии от

места выстрела упадет снаряд, если скорость вылета снаряда из ствола орудия 600 м/сек? Дальность полета снаряда в воздухе составляет 30% дальности полета в безвоздушном пространстве.

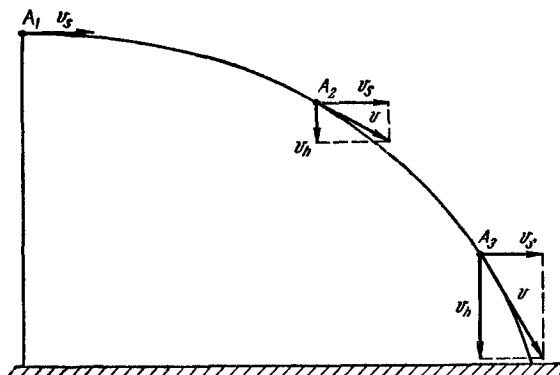


Рис. 24.

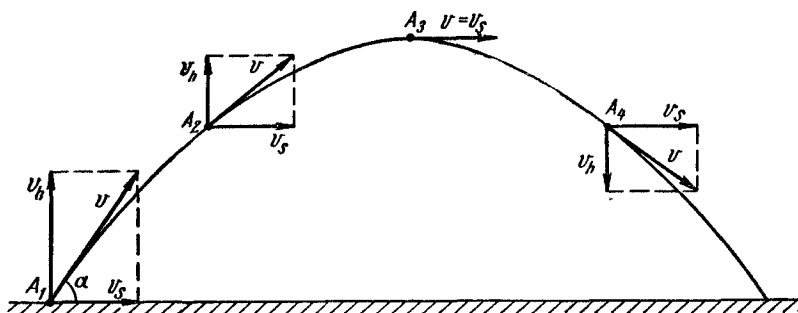


Рис. 25.

Условие:

$$\begin{array}{l}
 h = 20 \text{ м;} \\
 v = 600 \text{ м/сек;} \\
 s = 30\% s_1. \\
 \hline
 s - ? \\
 g = 9,8 \text{ м/сек}^2.
 \end{array}$$

Решение. Снаряд одновременно летит вперед и падает вниз, поэтому время движения снаряда в горизонтальном направлении равно времени падения. Это время определим из формулы $h = \frac{gt^2}{2}$:

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Дальность полета в безвоздушном пространстве $s_1 = v \cdot t$. С учетом сопротивления воздуха дальность полета снаряда

да $s = v \cdot t \cdot 0,3$. Подставим в эту формулу выражение для t , получим

$$s = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot 0,3;$$

$$s = 600 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9,8}} \cdot 0,3 = 360 \text{ (м)}.$$

2. На каком расстоянии от места выстрела упадет снаряд, вылетевший из орудия со скоростью 800 м/сек, если ствол орудия установлен под углом 30° к горизонту (рис. 26)? Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета в 3,5 раза.

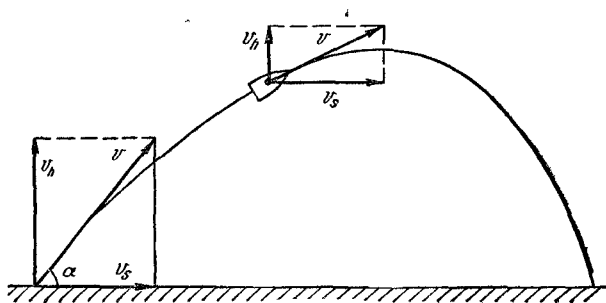


Рис. 26.

Условие:

$$\begin{aligned} v &= 800 \text{ м/сек}; \\ \alpha &= 30^\circ; \\ s_1 &= 3,5s. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s &= ? \\ g &= 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. Скорость снаряда разложим на составляющую $v_s = v \cos \alpha$, направленную горизонтально, и составляющую $v_h = v \sin \alpha$, направленную вверх. Время подъема снаряда вверх найдем из формулы $v'_h = v_h - gt$. Так как скорость в точке возвышения $v'_h = 0$, то $t = \frac{v_h}{g}$. Дальность полета в безвоздушном пространстве

$$s_1 = v_s \cdot 2t = \frac{2 \cdot v_s \cdot v_h}{g} \text{ или } s_1 = \frac{2v^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

С учетом сопротивления воздуха дальность полета

$$s = \frac{s_1}{3,5} = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{3,5 \cdot g};$$

$$s = \frac{800^2 \cdot \sqrt{3}}{3,5 \cdot 9,8 \cdot 2} = 16 \cdot 10^3 \text{ (м)} = 16 \text{ (км)}.$$

3. При каком угле наклона к горизонту достигается наибольшая дальность полета?

Условие: $\frac{s = \max.}{\alpha = ?}$

Решение. Дальность полета определяется по формуле

$$s = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Наибольшее значение s будет при $\sin 2\alpha = 1$, т. е. при $\alpha = 45^\circ$.

4. На берегу на высоте 18 м над уровнем моря под углом 45° к горизонту установлено орудие. Определить высоту подъема и дальность полета снаряда, если скорость вылета снаряда из ствола орудия 600 м/сек, а сопротивление воздуха уменьшает дальность полета в 3,5 раза (рис. 27).

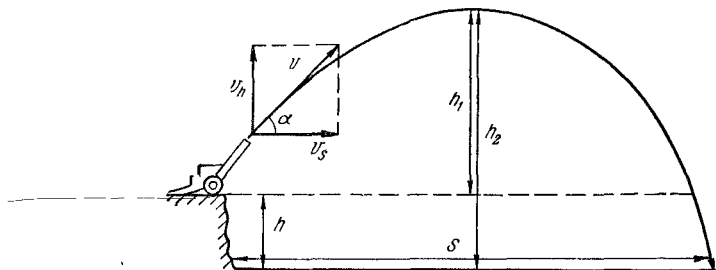


Рис. 27.

Условие: $h = 18 \text{ м};$
 $\alpha = 45^\circ;$
 $v = 600 \text{ м/сек};$
 $s_1 = 3,5s.$

 $h_1 = ? \quad s = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. При выстреле под углом к горизонту снаряд сначала будет равнозамедленно подниматься вверх и равномерно лететь вперед. Время подъема снаряда $t_1 = \frac{v_h}{g}$. За это время снаряд поднимется (без учета сопротивления воздуха) на высоту

$$h_1 = v_h t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_h^2}{2g} \text{ или } h_1 = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Подставив численные значения величин, получим

$$h_1 = \frac{600^2 \cdot 2}{2 \cdot 9,8 \cdot 4} = 9 \cdot 10^3 \text{ (м)} = 9 \text{ (км)}.$$

Время падения снаряда t_2 определится из формулы $h_2 = \frac{gt_2^2}{2},$

где $h_2 = h_1 + h$, откуда $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$. Время полета снаряда

$$t_3 = t_1 + t_2 \text{ или } t_3 = \frac{v_h}{g} + \sqrt{\frac{2h_2}{g}}.$$

Дальность полета в безвоздушном пространстве

$$s_1 = v_s \left(\frac{v_h}{g} + \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \right) \text{ или } s_1 = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{2g} + v \cos \alpha \sqrt{\frac{2h_2}{g}};$$

$$s_1 = \frac{600^2 \cdot 1}{2 \cdot 9,8} + 600 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{\frac{2(9 \cdot 10^3 + 18)}{9,8}} = 35\,900 \text{ (м)}.$$

С учетом сопротивления воздуха дальность полета снаряда

$$s = \frac{35\,900}{3,5} = 10,3 \cdot 10^3 \text{ (м)} = 10,3 \text{ (км)}.$$

5. Под каким углом нужно бросать тело, чтобы высота подъема равнялась половине дальности полета? Сопротивление воздуха не учитывать.

У с л о в и е: $\frac{h = 0,5s.}{\alpha - ?}$

Р е ш е н и е. Высота подъема определяется из формулы $v_h^2 = 2gh$:

$$h = \frac{v_h^2}{2g} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Дальность полета

$$s = v_s \cdot 2t = \frac{2v^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}.$$

По условию задачи $h = 0,5s$, т. е.

$$\frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \text{ или } \sin \alpha = 2 \cos \alpha,$$

откуда $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Значит,

$$\alpha = 63^\circ 30'.$$

6. С вышки высотой 20 м из пистолета под углом 30° к горизонту произведен выстрел (рис. 28). Определить скорость вылета, высоту подъема и дальность полета пули, если при падении она прошла последние 20 м пути (высоту вышки) за 0,5 сек. Сопротивлением воздуха пренебречь.

У с л о в и е: $\frac{h = 20 \text{ м};}{\alpha = 30^\circ;}$
 $\frac{t_1 = 0,5 \text{ сек.}}{v - ? \quad h_2 - ? \quad s - ?}$

Р е ш е н и е. Скорость вылета пули из ствола пистолета определим из формулы $v_h = v \sin \alpha$: $v = \frac{v_h}{\sin \alpha}$, где v_h — начальная

скорость движения пули вверх или скорость падения пули в момент, когда она находилась на уровне вышки. Скорость v_h является начальной скоростью пули при прохождении последних 20 м пути. Следовательно,

$$h = v_h t_1 + \frac{gt_1^2}{2} \text{ или } v_h = \frac{h}{t_1} - \frac{gt_1}{2}.$$

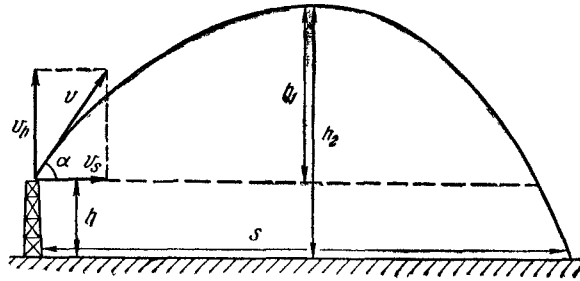


Рис. 28.

Подставив выражение v_h в формулу скорости, получим

$$v = \left(\frac{h}{t_1} - \frac{gt_1}{2} \right) \cdot \frac{1}{\sin \alpha};$$

$$v = \left(\frac{20}{0,5} - \frac{9,8 \cdot 0,5}{2} \right) \cdot 2 = 75 \text{ (м/сек)}.$$

Высота подъема пули $h_2 = h_1 + h$. Высоту h_1 определим из формулы $v_h^2 = 2gh_1$: $h_1 = \frac{v_h^2}{2g}$. Отсюда

$$h_2 = \frac{v_h^2}{2g} + h;$$

$$h_2 = \frac{75^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 4} + 20 \approx 91,8 \text{ (м)}.$$

Дальность полета пули определим по формуле $s = v_s \cdot t_3$, где $v_s = v \cos \alpha$, а $t_3 = t_2 + (t_2 - t_1)$ (t_2 — время падения пули; $t_2 - t_1$ — время движения пули вверх). Время t_2 определим из формулы $h_2 = \frac{gt_2^2}{2}$: $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$. Следовательно,

$$s = v \cos \alpha \left[\sqrt{\frac{2h_2}{g}} + \left(\sqrt{\frac{2h_2}{g}} - t_1 \right) \right] \text{ или}$$

$$s = v \cos \alpha \left(2 \sqrt{\frac{2h_2}{g}} - t_1 \right);$$

$$s = 75 \cdot 0,87 \cdot \left(2 \sqrt{\frac{2 \cdot 91,8}{9,8}} - 0,5 \right) \approx 530 \text{ (м)}.$$

7. На каком расстоянии от намеченной точки на земле самолет, летящий на высоте 180 м со скоростью 360 км/ч, должен

сбросить груз? Дальность полета в воздухе составляет 30% дальности в безвоздушном пространстве (рис. 29).

Условие: $h = 180 \text{ м};$
 $v = 360 \text{ км/ч} = 100 \text{ м/сек};$
 $s = 30\% s_1$

 $s - ?$

Решение. Расстояние в горизонтальном направлении определяется по формуле $s_1 = v \cdot t$, где v — скорость самолета, а $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ — время падения груза с высоты h . Следовательно, $s_1 = v \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $s_1 = 100 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 180}{9,8}} = 600 \text{ (м)}$. Дальность полета в

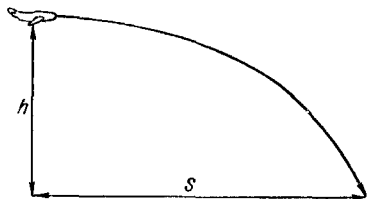


Рис 29.

$$s = 600 \cdot 0,3 = 180 \text{ (м)}$$

8. Из самолета, летящего на высоте 125 м со скоростью 144 км/ч, сброшен груз. На какое расстояние по горизонтали уйдет самолет от точки приземления груза за время падения его? Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета груза в 4 раза.

Условие: $h = 125 \text{ м};$
 $v = 144 \text{ км/ч} = 40 \text{ м/сек};$
 $s_1 = 4s.$

 $s_2 - ?$

Решение. Время падения груза определяется по формуле $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. За это время самолет пролетит расстояние $s_1 = v \cdot t$ или $s_1 = v \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Груз за такое же время пройдет в горизонтальном направлении расстояние $s = \frac{s_1}{4}$ или $s = \frac{v}{4} \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Следовательно, самолет удалится от точки приземления груза на расстояние

$$s_2 = s_1 - s \text{ или } s_2 = v \sqrt{\frac{2h}{g}} \left(1 - \frac{1}{4}\right);$$

$$s_2 = 40 \sqrt{\frac{2 \cdot 125}{9,8}} \cdot \frac{3}{4} = 150 \text{ (м)}.$$

9. Военный самолет для поражения цели пикирует с высоты 500 м под углом 60° к горизонту (рис. 30). На каком расстоянии

от цели должна быть сброшена бомба, если скорость самолета 612 км/ч? Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета в 2 раза.

Условие: $h = 500 \text{ м};$
 $v = 612 \text{ км/ч} = 170 \text{ м/сек};$
 $\alpha = 60^\circ;$
 $s_1 = 2s.$

$s = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

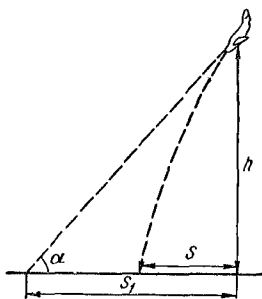


Рис. 30

Решение. Если не учитывать сопротивления воздуха, то бомба движется в горизонтальном направлении равномерно со скоростью $v_s = v \cos \alpha$ и падает со скоростью $v'_h = v \sin \alpha + gt$. Время падения бомбы определяется из формулы $h = v_h t + \frac{gt^2}{2}$:

$$t = -\frac{v_h}{g} + \sqrt{\frac{v_h^2}{g^2} + \frac{2h}{g}}.$$

В безвоздушном пространстве расстояние до цели

$$s_1 = v_s t; \quad s_1 = -\frac{v_s v_h}{g} + v_s \sqrt{\frac{v_h^2}{g^2} + \frac{2h}{g}};$$

$$s_1 = -\frac{v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} + v \cos \alpha \sqrt{\frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g^2} + \frac{2h}{g}};$$

$$s_1 = -\frac{170^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 1}{9,8 \cdot 2 \cdot 2} + 170 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{170^2 \cdot 3}{9,8^2 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 500}{9,8}} \approx 263 \text{ (м)}.$$

С учетом сопротивления воздуха расстояние до цели

$$s = \frac{263}{2} = 131,5 \text{ (м)}.$$

6. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПО ОКРУЖНОСТИ

Простейшим видом криволинейного движения является равномерное движение тела по окружности, которое характеризуется угловой и линейной скоростями

Величина, измеряемая отношением угла поворота радиуса, соединяющего движущуюся точку с центром вращения, ко времени, за которое совершается этот поворот, называется *угловой скоростью*:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ или } \omega = 2\pi f,$$

где ω — угловая скорость, 2π — угол в радианах, соответствующий одному обороту вращающегося тела, T — период вращения, f — частота вращения. При вращательном движении все точки твердого тела имеют одинаковую угловую скорость.

Единицей измерения угловой скорости является радиан в секунду (*рад/сек*).
Линейной скоростью называется скорость, с которой точка движется по окружности. Эта скорость для разных точек твердого тела различна и определяется отношением пути, пройденного данной точкой по окружности, ко времени:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f,$$

где r — радиус, соединяющий данную точку с центром вращения.

Линейная и угловая скорости во вращательном движении связаны между собой следующим соотношением:

$$v = \omega r.$$

Всякое криволинейное движение происходит под действием силы, направленной под углом к скорости. В случае равномерного движения по окружности этот угол будет прямым, т. е. сила направлена к центру вращения.

Ускорение всегда направлено в сторону действия силы. Ускорение, направленное по радиусу к центру вращения, называется *центростремительным*. Оно выражается формулой

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r,$$

где v — линейная скорость, r — радиус окружности, ω — угловая скорость.

Сила, удерживающая вращающееся тело на окружности и направленная к центру вращения, называется *центростремительной* и выражается формулой

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} = m \omega^2 r.$$

При движении тела по любой кривой всегда на него действует центростремительная сила, направленная по радиусу кривизны к центру кривизны. На связь, удерживающую тело на криволинейном пути, действует *центробежная сила*, равная центростремительной на основании третьего закона Ньютона. Центробежная и центростремительная силы равны по величине и противоположны по направлению, но не уравновешивают друг друга, так как приложены к разным телам.

1. Во сколько раз линейная скорость конца минутной стрелки часов больше линейной скорости конца часовой стрелки, если минутная стрелка в 1,5 раза длиннее часовой?

Условие: $r_m = 1,5 r_{\text{ч}}$
 $\frac{v_m}{v_{\text{ч}}} = ?$

Решение. Угловая скорость минутной стрелки в 12 раз больше угловой скорости часовой стрелки: $\omega_m = 12 \omega_{\text{ч}}$, а радиус точки конца минутной стрелки в 1,5 раза больше радиуса точки конца часовой стрелки: $r_m = 1,5 r_{\text{ч}}$. Но $v_m = \omega_m r_m$ или $v_m = 12 \cdot 1,5 \omega_{\text{ч}} r_{\text{ч}} = 18 v_{\text{ч}}$, откуда

$$\frac{v_m}{v_{\text{ч}}} = 18.$$

2. Чему равна линейная скорость верхней точки на ободе колеса автомобиля относительно земли, если скорость движения автомобиля 72 км/ч (рис. 31)?

Условие:
$$\frac{v = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек.}}{v_A - ?}$$

Решение. Точка C по отношению к полотну дороги находится в состоянии относительного покоя и является центром вращения. Линейная скорость точки A на ободе колеса в 2 раза больше линейной скорости точки O на оси колеса, так как точки A и O имеют одинаковые угловые скорости, а $AC = 2 OC$: $v_A = 2v$, где v — скорость движения автомобиля. Следовательно,

$$v_A = 20 \cdot 2 = 40 \text{ (м/сек)}$$

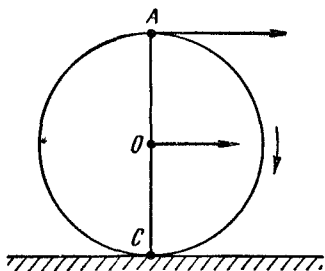


Рис. 31

3. Определить линейную скорость точки поверхности Земли, соответствующей широте г. Минска, при суточном вращении Земли, если город расположен на $53^\circ 50'$ северной широты, а радиус Земли $64 \cdot 10^5 \text{ м}$ (рис 32).

Условие:
$$\frac{\alpha = 53^\circ 50';}{R = 64 \cdot 10^5 \text{ м.}} \\ v - ?$$

Решение. Линейная скорость точки при вращательном движении определяется по формуле $v = \omega r$, где ω — угловая скорость суточного вращения Земли; r — радиус, соединяющий движущуюся точку с центром вращения. В данном случае $r = R \cos \alpha$, а $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T — период суточного вращения Земли). Таким образом,

$$v = \frac{2\pi}{T} R \cos \alpha;$$

$$v = \frac{2 \cdot 3,14}{86400} \cdot 64 \cdot 10^5 \cdot 0,590 = 274 \text{ (м/сек)}.$$

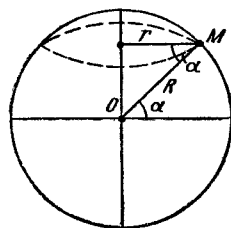


Рис. 32.

4. Вал совершает 1440 об/мин. Определить период вращения шкива, насаженного на вал, и линейную скорость точек на его ободе, если диаметр шкива 0,4 м

Условие:
$$\frac{n = 1440 \text{ об/мин};}{f = 24 \text{ 1/сек};} \\ \omega = 48\pi \text{ рад/сек}; \\ d = 0,4 \text{ м.} \\ T - ? \quad v - ?$$

Решение. Линейная скорость точек при вращательном движении

$$v = 2\pi r f \text{ или } v = \omega r;$$

$$v = 48 \cdot 3,14 \cdot 0,2 = 30,1 \text{ (м/сек)}.$$

Период вращения шкива определится по формуле

$$T = \frac{1}{f};$$

$$T = \frac{1}{24} = 0,042 \text{ (сек)}.$$

5. Определить среднюю скорость движения поршня трактора, если ход поршня равен 130 мм, а коленчатый вал делает 1500 об/мин.

Условие: $s = 130 \text{ мм} = 0,13 \text{ м};$
 $n = 1500 \text{ об/мин};$
 $f = 25 \text{ 1/сек}.$

 $v = ?$

Решение. Средняя скорость определяется по формуле $v = \frac{s}{t}$. Так как за один оборот коленчатого вала поршень делает два хода, то $v = \frac{2s}{T}$, где s — ход поршня, а $T = \frac{1}{f}$. Следовательно,

$$v = 2sf;$$

$$v = 2 \cdot 0,13 \cdot 25 = 6,5 \text{ (м/сек)}.$$

6. Масса автомобиля «Волга» с полной нагрузкой 3600 кг, а скорость его движения 72 км/ч. Определить силу давления автомобиля, проезжающего через середину горизонтального, выпуклого и вогнутого мостов, если радиус кривизны 50 м (рис. 33).

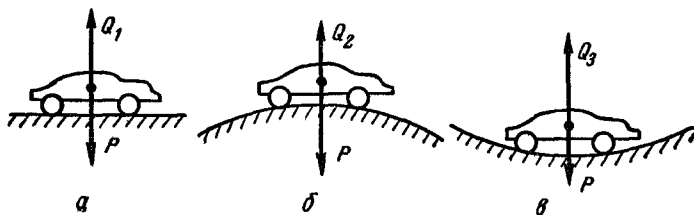


Рис. 33.

Условие: $m = 3600 \text{ кг};$
 $v = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек};$
 $r = 50 \text{ м}.$

 $F_1 = ? \quad F_2 = ? \quad F_3 = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. При движении автомобиля по мосту на него действуют сила тяжести P и сила реакции моста Q (сила трения не учитывается). На горизонтальном мосту эти силы равны по величине и противоположны по направлению (рис. 33, а): $Q_1 = -P$. По третьему закону Ньютона $F_1 = -Q_1$, где F_1 — сила давления автомобиля на мост. Следовательно,

$$F_1 = P;$$

$$F_1 = 35\,280 \text{ н.}$$

При движении автомобиля по выпуклому мосту (рис. 33, б) на него действует еще центробежная сила $F_{ц}$, являющаяся равнодействующей сил P и Q_2 : $F_{ц} = P - Q_2$ или $Q_2 = P - F_{ц}$, где $F_{ц} = \frac{mv^2}{r}$. Следовательно, $Q_2 = mg - \frac{mv^2}{r}$; $Q_2 = 3600 \cdot 9,8 - \frac{3600 \cdot 20^2}{50} = 6480 \text{ (н)}$. По третьему закону Ньютона сила давления автомобиля на мост равна по величине силе реакции моста, поэтому

$$F_2 = 6480 \text{ н.}$$

При движении автомобиля по вогнутому мосту (рис. 33, в) $F_{ц} = Q_3 - P$ или $Q_3 = mg + \frac{mv^2}{r}$. Подставив численные значения величин, получим

$$Q_3 = 3600 \cdot 9,8 + \frac{3600 \cdot 20^2}{50} = 64\,080 \text{ (н)} = 64 \text{ (кн)}.$$

Следовательно,

$$F_3 = 64 \text{ кн.}$$

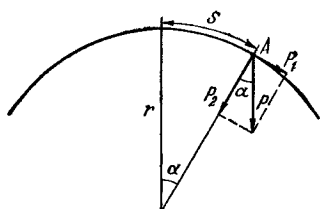


Рис. 34.

7. Чему равна сила давления автомобиля ГАЗ-63 на выпуклый мост в 26 м от его середины, если масса автомобиля с грузом $5 \cdot 10^3 \text{ кг}$, скорость 54 км/ч, а радиус кривизны моста 50 м (рис. 34)?

Условие:

$$\begin{aligned} s &= 26 \text{ м;} \\ m &= 5 \cdot 10^3 \text{ кг;} \\ v &= 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/сек;} \\ r &= 50 \text{ м.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= ? \\ g &= 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. Отъехав от середины моста на 26 м, автомобиль окажется в точке А, что соответствует повороту радиуса r на угол α :

$$\alpha = \frac{s \cdot 360^\circ}{2\pi r}; \quad \alpha = \frac{26 \cdot 360^\circ}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} \approx 30^\circ.$$

Сила давления автомобиля, находящегося в точке A , на мост определится по формуле $F = P_2 - \frac{mv^2}{r}$, где $P_2 = P \cos \alpha$, значит,

$$F = P \cos \alpha - \frac{mv^2}{r};$$

$$F = 5 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 15^2}{50} = 19900 \text{ (н)} = 19,9 \text{ (кн)}.$$

8. Какую скорость необходимо сообщить спутнику, чтобы вывести его на круговую орбиту на расстоянии 400 км от поверхности Земли?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } & h = 400 \text{ км} = 4 \cdot 10^5 \text{ м.} \\ & v = ? \\ & R_3 = 6400 \text{ км} = 64 \cdot 10^5 \text{ м;} \\ & M_3 = 5,98 \cdot 10^{21} \text{ т} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг;} \\ & \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. При движении спутника по круговой орбите вокруг Земли его удерживает сила всемирного тяготения. Поэтому

$$\frac{mv^2}{r} = \gamma \frac{mM}{r^2},$$

где левая часть равенства — центростремительная сила, а правая — сила притяжения спутника к Земле. Из данного равенства определяем скорость:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\gamma \frac{M}{r}} = \sqrt{\gamma \frac{M}{h + R_3}}; \\ v &= \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{68 \cdot 10^5}} = 7700 \text{ (м/сек)} = 7,7 \text{ (км/сек)}. \end{aligned}$$

9. Для подготовки летчиков-космонавтов к перегрузкам применяются специальные центрифуги. Сколько оборотов в минуту должна делать центрифуга радиусом 6 м, чтобы космонавт испытывал десятикратную перегрузку?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } & r = 6 \text{ м;} \\ & P_1 = 10 P. \\ & n = ? \\ & g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. Перегрузка создается центростремительной силой. По условию задачи $m\omega^2 r = 10 mg$ или $\omega^2 r = 10g$. Так как $\omega = 2\pi f$, то $4\pi^2 f^2 r = 10g$. Отсюда

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{\frac{10g}{4\pi^2 r}}; \\ f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10 \cdot 9,8}{6}} = 0,64 \text{ (1/сек)} = 38,4 \text{ (об/мин)}. \end{aligned}$$

10. Мальчик вращает в вертикальной плоскости грузик массой 0,1 кг, привязанный к веревке длиной 0,8 м. Определить силу натяжения веревки в момент нахождения грузика в верхней и нижней точках окружности вращения, если скорость вращения 120 об/мин.

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} m &= 0,1 \text{ кг}; \\ r &= 0,8 \text{ м}; \\ n &= 120 \text{ об/мин}; \\ \omega &= 4\pi \text{ рад/сек.} \\ \hline F_1 - ? \quad F_2 - ? \\ g &= 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. Действующая на грузик центростремительная сила $F_{ц}$ является равнодействующей сил натяжения веревки F_1 и веса грузика P . При нахождении грузика в верхней точке силы F_1 и P совпадают по направлению. Поэтому $F_{ц} = F_1 + P$, откуда $F_1 = F_{ц} - P$ или

$$F_1 = \frac{mv^2}{r} - mg = m(\omega^2 r - g);$$

$$F_1 = 0,1 \cdot (4^2 \cdot 3,14^2 \cdot 0,8 - 9,8) = 11,6 \text{ (н)}.$$

При нахождении грузика в нижней точке силы F_2 и P направлены в противоположные стороны. Поэтому $F_{ц} = F_2 - P$, откуда $F_2 = F_{ц} + P$ или

$$F_2 = m(\omega^2 r + g);$$

$$F_2 = 0,1 \cdot (4^2 \cdot 3,14^2 \cdot 0,8 + 9,8) = 13,6 \text{ (н)}.$$

11. Какова скорость самолета при выполнении «мертвой петли» радиусом 200 м, если в верхней точке петли летчик находится в состоянии невесомости или давит на сиденье с силой, равной собственному весу?

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} r &= 200 \text{ м}; \\ P_1 &= 0; \\ P_2 &= P. \\ \hline v_1 - ? \quad v_2 - ? \\ g &= 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. В состоянии невесомости летчик не оказывает давления на сиденье. Поэтому при нахождении летчика в верхней точке петли центростремительная сила равна его весу: $\frac{mv_1^2}{r} = mg$. Отсюда

$$v_1 = \sqrt{gr};$$

$$v_1 = \sqrt{9,8 \cdot 200} = 44,3 \text{ (м/сек)}.$$

Если летчик, находясь в верхней точке петли, давит на сиденье с силой, равной собственному весу, то $F_{ц} = P_2 + P = 2P$, откуда $\frac{mv_2^2}{r} = 2mg$. Тогда

$$v_2 = \sqrt{2gr};$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 200} = 62,6 \text{ (м/сек)}.$$

12. С какой высоты должен спускаться велосипедист, не вращая педалями, чтобы описать «мертвую петлю» радиусом 5 м и не оторваться от нее в верхней точке? Трением пренебречь (рис. 35).

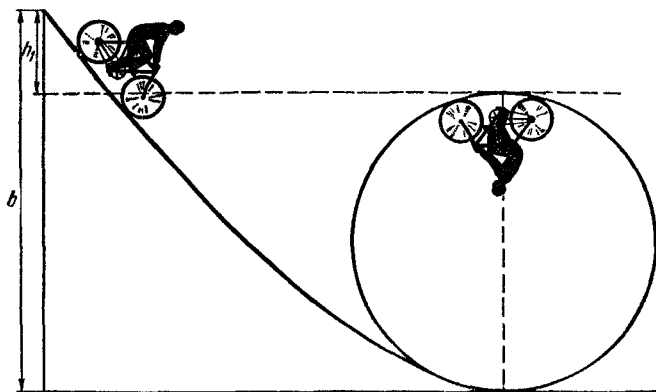


Рис 35.

Решение. Чтобы велосипедист не оторвался от петли в верхней точке ее, центростремительная сила должна быть равна или больше веса велосипедиста вместе с велосипедом: $\frac{mv^2}{r} \geq P$, где $v^2 = 2gh_1$. Тогда $\frac{2mgh_1}{r} = mg$, откуда $h_1 = \frac{r}{2}$. По отношению к нижней точке петли высота

$$h = h_1 + 2r \text{ или } h = 2,5r;$$

$$h = 2,5 \cdot 5 = 12,5 \text{ (м)}.$$

13. Тело скользит без трения по поверхности полусферы, имеющей радиус 1,5 м. На какой высоте тело оторвется от поверхности полусферы (рис. 36)?

Условие: $\frac{r = 1,5 \text{ м.}}{h - ?}$

Решение. Тело оторвется от поверхности в том случае, если центростремительная сила будет равна нормальной составляющей веса тела:

$$\frac{mv^2}{r} = P_2 \text{ или } \frac{mv^2}{r} = mg \cos \alpha.$$

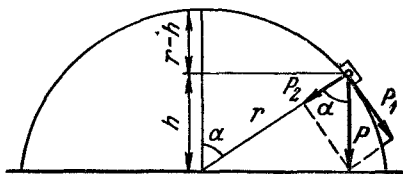


Рис 36

Подставив во второе уравнение выражения $\cos \alpha = \frac{h}{r}$ и $v^2 = 2g(r - h)$, получим

$$\frac{2mg(r - h)}{r} = mg \frac{h}{r}.$$

Отсюда

$$h = \frac{2}{3} r;$$

$$h = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1 \text{ (м)}.$$

14. Автомобиль движется со скоростью 54 км/ч. Каков наименьший радиус поворота автомобиля, если коэффициент трения скольжения колес о полотно дороги 0,5?

Условие: $v = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/сек};$
 $k = 0,5.$

$r = ?$

$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Центробежной силой, удерживающей автомобиль на повороте, является сила трения:

$$\frac{mv^2}{r} = kP = kmg.$$

Отсюда

$$r = \frac{v^2}{kg};$$

$$r = \frac{15^2}{0,5 \cdot 9,8} = 46 \text{ (м)}.$$

15. На сколько наружный рельс должен быть уложен выше внутреннего на повороте железнодорожного полотна с радиусом кривизны 300 м, чтобы устранить боковое давление поезда, движущегося со скоростью 43,2 км/ч, на рельсы, если ширина колеи 1,5 м (рис. 37)?

Условие: $r = 300 \text{ м};$

$v = 43,2 \text{ км/ч} =$

$= 12 \text{ м/сек};$

$l = 1,5 \text{ м}.$

$h = ?$

$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. На поезд действуют две силы: вес P и

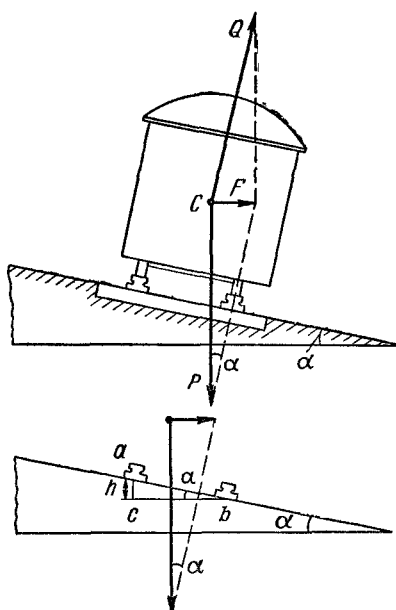


Рис. 37

реакция рельсов Q . Результирующая этих сил обеспечит нужное центростремительное ускорение при движении поезда по закруглению. Из подобия $\triangle PFC$ и $\triangle abc$ запишем, что

$$\frac{h}{l} = \frac{F}{\sqrt{F^2 + P^2}} \quad \text{или} \quad h = \frac{Fl}{\sqrt{F^2 + P^2}} = \frac{l}{\sqrt{1 + \frac{P^2}{F^2}}}.$$

Зная, что $P = mg$, найдем $F = \frac{mv^2}{r}$. Тогда

$$h = \frac{l}{\sqrt{1 + \frac{g^2 r^2}{v^4}}};$$

$$h = \frac{1,5}{\sqrt{1 + \frac{9,8^2 \cdot 300^2}{12^4}}} = 0,074 \text{ (м)} = 7,4 \text{ (см)}.$$

16. С какой максимальной скоростью может ехать велосипедист на повороте и на какой угол от вертикали он должен отклониться в сторону закругления для того, чтобы не упасть, если коэффициент трения резины о полотно дороги 0,4, а радиус закругления пути 100 м (рис. 38)?

Условие: $k = 0,4$;
 $r = 100 \text{ м.}$
 $v = ? \quad \alpha = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

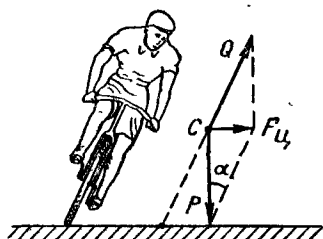


Рис. 38.

Решение. На велосипедиста с велосипедом действуют две силы: вес P и реакция полотна дороги Q . Результирующей этих сил является центростремительная сила $F_{ц}$, равная силе трения $F_{тр}$: $\frac{mv^2}{r} = kP = kmg$, откуда

$$v = \sqrt{kgr};$$

$$v = \sqrt{0,4 \cdot 9,8 \cdot 100} = 20 \text{ (м/сек)}.$$

Угол наклона найдем из треугольника $PCF_{ц}$: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{ц}}{P}$ или $\operatorname{tg} \alpha = \frac{mv^2}{mgr} = \frac{v^2}{gr}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{20^2}{9,8 \cdot 100} = 0,41$. Отсюда

$$\alpha = 22^\circ.$$

17. Длина подвеса металлических шаров центробежного регу-

лягатора 0,35 м. Определить высоту подъема шаров при вращении со скоростью 90 об/мин (рис. 39).

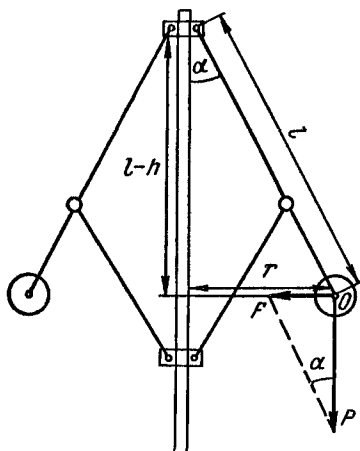


Рис. 39.

Условие: $l = 0,35 \text{ м};$
 $n = 90 \text{ об/мин};$
 $\omega = 3\pi \text{ рад/сек.}$
 $h = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. При вращении регулятора центробежная сила $F = m\omega^2 r$, где $r = l \sin \alpha$. Эта сила вызвана весом шаров и реакцией подвеса. Из $\triangle FOP$ $F = mg \tan \alpha$. Следовательно, $m\omega^2 l \sin \alpha = mg \tan \alpha$ или $\omega^2 l \cos \alpha = g$. Так как $l \cos \alpha = l - h$, то $\omega^2 (l - h) = g$, откуда

$$h = l - \frac{g}{\omega^2};$$

$$h = 0,35 - \frac{9,8}{9 \cdot 3,14^2} = 0,24 \text{ (м)}.$$

7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ЗВУК

Движение, при котором тело перемещается около своего наиболее устойчивого положения равновесия, отклоняясь от него то в одну, то в другую сторону, называется *колебательным (колебанием)*.

Простейшим видом колебательного движения является *гармоническое колебание*. Оно совершается под действием силы упругости, т. е. силы, пропорциональной смещению и направленной к положению равновесия: $F = -kx$. Гармоническое колебание может совершаться и под действием силы тяжести, когда результирующая силы тяжести и силы реакции пропорциональна смещению и направлена к положению равновесия: $F = -\frac{P}{l}x$, где l — длина маятника

Формула гармонического колебания

$$x = A \sin \omega t,$$

где x — смещение, A — амплитуда, ωt — фаза колебания $\left(\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\right)$.

Гармоническое колебание характеризуется амплитудой, периодом, частотой и фазой колебания.

Амплитуда — это наибольшее отклонение колеблющейся точки от положения равновесия.

Периодом называется время, за которое совершается полное колебание. Период колебания математического маятника выражается формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Частотой называется число колебаний, совершенных за 1 сек. Эта величина обратна периоду:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Частота измеряется в герцах (гц). Герц — это частота, при которой совершается одно колебание в секунду. 1 килогерц (кгц) = 10^3 гц.

Фаза колебания измеряется углом, стоящим под знаком синуса и характеризующим положение колеблющейся точки с течением времени.

Резонансом называется явление резкого увеличения амплитуды колебания, когда частота внешней вынуждающей силы равна частоте собственных колебаний тела.

Колебания распространяются в упругой среде в виде *волн*. Скорость распространения колебаний равна произведению длины волны на частоту колебаний:

$$v = \lambda f.$$

Звук — это распространение механических колебаний частотой от 20 до $20 \cdot 10^3$ гц в упругой среде. Механические колебания частотой более $20 \cdot 10^3$ гц называются *ультразвуком*. Звуковые колебания характеризуются силой звука.

Сила звука определяется количеством энергии, ежесекундно протекающей через площадку в 1 м^2 , перпендикулярную к направлению распространения звуковой волны

Силе звука соответствует ощущение *громкости*, а частоте колебаний — *высота тона*.

1. Определить отклонение колеблющейся точки от положения равновесия за время $0,25 T$; $0,5 T$; $0,6 T$.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad t_1 = 0,25 T; \\ \quad \quad \quad t_2 = 0,5 T; \\ \quad \quad \quad t_3 = 0,6 T. \\ \hline x_1 - ? \quad x_2 - ? \quad x_3 - ? \end{array}$$

Решение. Смещение при колебательном движении определяется по формуле

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

При $t_1 = 0,25 T$ смещение

$$x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} \cdot 0,25 T = A \sin \frac{\pi}{2} = A.$$

При $t_2 = 0,5 T$ смещение

$$x_2 = A \sin \frac{2\pi}{T} \cdot 0,5 T = A \sin \pi = 0.$$

При $t_3 = 0,6 T$ смещение

$$x_3 = A \sin \frac{2\pi}{T} \cdot 0,6 T = A \sin 1,2\pi = -0,59A.$$

2. За сколько времени маятник отклонится от положения равновесия на половину амплитуды, если период колебания $3,6 \text{ сек}$?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad x = \frac{1}{2} A; \\ \quad \quad \quad T = 3,6 \text{ сек.} \\ \hline t - ? \end{array}$$

Решение. Время отклонения маятника найдем из формулы

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

По условию задачи $x = \frac{1}{2} A$, поэтому $\frac{1}{2} A = A \sin \frac{2\pi}{T} t$, т. е.
 $\sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{1}{2}$ или $\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6}$. Отсюда

$$t = \frac{T}{12};$$

$$t = \frac{3,6}{12} = 0,3 \text{ (сек.)}$$

3. Математический маятник длиной 2,45 м совершил 100 колебаний за 314 сек. Определить период колебания маятника и ускорение свободного падения для данной местности.

Условие: $l = 2,45 \text{ м};$
 $n = 100;$
 $t = 314 \text{ сек.}$
 $\frac{T = ? \quad g = ?}{}$

Решение. Период колебания

$$T = \frac{t}{n};$$

$$T = \frac{314}{100} = 3,14 \text{ (сек.)}$$

Ускорение свободного падения определится из формулы $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}; \quad g = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 2,45}{3,14^2} = 9,8 \text{ (м/сек}^2\text{)}.$$

4. Два маятника в одном и том же месте Земли за одинаковое время совершают один 30, а второй 40 колебаний. Какова длина каждого маятника, если разность их длин 0,07 м?

Условие: $n_1 = 30;$
 $n_2 = 40;$
 $l_1 - l_2 = 0,07 \text{ м.}$
 $\frac{l_1 = ? \quad l_2 = ?}{}$

Решение. Длины маятников определим из отношения

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}} \text{ или } \frac{f_2^2}{f_1^2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Следовательно, $l_1 = \frac{f_2^2}{f_1^2} l_2$, где $l_2 = l_1 - 0,07$. А так как $\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_2}{n_1}$, то $l_1 = \frac{n_2^2}{n_1^2} (l_1 - 0,07)$. Отсюда

$$l_1 = \frac{0,07 n_2^2}{n_1^2 - n_2^2};$$

$$l_1 = \frac{0,07 \cdot 40^2}{40^2 - 30^2} = 0,16 \text{ (м)}.$$

Тогда

$$l_2 = 0,16 - 0,07 = 0,09 \text{ (м)}.$$

5. Как изменится период колебания маятника длиной 1 м при перемещении его вверх и опускании вниз с ускорением 1,1 м/сек²?

У с л о в и е:

$$l = 1 \text{ м};$$

$$a = 1,1 \text{ м/сек}^2.$$

$$\frac{T_1}{T} = ? \quad \frac{T_2}{T} = ?$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Р е ш е н и е. Период колебания маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2 \text{ (сек)}.$$

При перемещении маятника вверх с ускорением период колебания определится по формуле $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$, так как $g_1 = g + a$. Подставив численные значения величин, получим

$$T_1 = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1}{9,8 + 1,1}} = 1,9 \text{ (сек)}.$$

Отсюда

$$\frac{T_1}{T} = \frac{1,9}{2} = 0,95.$$

При опускании маятника с ускорением период колебания $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}}$, так как $g_2 = g - a$. Следовательно,

$$T_2 = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1}{9,8 - 1,1}} = 2,1 \text{ (сек)}.$$

Тогда

$$\frac{T_2}{T} = \frac{2,1}{2} = 1,05.$$

6. Определить частоту колебания поршня в цилиндре автомобиля, движущегося со скоростью 78 км/ч, при прямом включении передачи, если радиус колеса 344 мм.

У с л о в и е:

$$v = 78 \text{ км/ч} = 21,66 \text{ м/сек};$$

$$r = 344 \text{ мм} = 0,344 \text{ м}.$$

$$f = ?$$

Р е ш е н и е. За один оборот коленчатого вала поршень совершит полное колебание. Поэтому частота колебания поршня

определился числом оборотов колеса на пути, пройденном автомобилем за 1 сек:

$$f = \frac{v}{2\pi r};$$

$$f = \frac{21,66}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,344} = 10 \text{ (сек}^{-1}\text{)}.$$

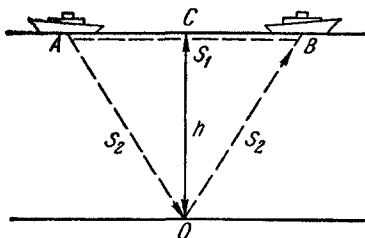


Рис. 40.

7. Какова глубина моря, если сигнал звукового эхолота, посланный из лодки A, принят в лодке B, находящейся на расстоянии 3 км, дважды через промежуток времени 2 сек? Скорость звука в воде 1500 м/сек (рис. 40).

$$\begin{aligned} \text{Условие: } s_1 &= 3 \text{ км} = 3 \cdot 10^3 \text{ м;} \\ t &= 2 \text{ сек;} \\ v &= 1500 \text{ м/сек.} \\ h &= ? \end{aligned}$$

Решение. Из рисунка видно, что глубина определится по формуле $h = \sqrt{AO^2 - AC^2}$, где $AC = \frac{s_1}{2}$, а $AO = s_2 = \frac{s_1}{2} + v \frac{t}{2}$, так как второй путь звука больше первого на расстояние, пройденное звуком в воде за промежуточное время. Следовательно,

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{\left(\frac{s_1}{2} + v \frac{t}{2}\right)^2 - \frac{s_1^2}{4}} = \sqrt{s_1 v \frac{t}{2} + \frac{v^2 t^2}{4}}; \\ h &= \sqrt{3 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^3 \cdot 1 + 1,5^2 \cdot 10^6 \cdot 1} = 2600 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

8. Стальные детали проверяются ультразвуковым дефектоскопом. На какой глубине в детали обнаружен дефект (трещина, раковина или неоднородность) и какова толщина детали, если после излучения ультразвукового сигнала получены два отраженных сигнала через $1 \cdot 10^{-4}$ и $2 \cdot 10^{-4}$ сек? Скорость распространения ультразвука в стали 5200 м/сек (рис. 41).

$$\begin{aligned} \text{Условие: } t_1 &= 1 \cdot 10^{-4} \text{ сек;} \\ t_2 &= 2 \cdot 10^{-4} \text{ сек;} \\ v &= 5200 \text{ м/сек.} \\ h_1 &= ? \quad h_2 = ? \end{aligned}$$

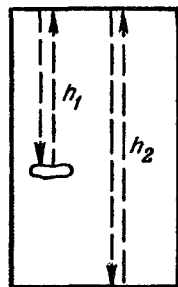


Рис. 41.

Решение. Так как путь до дефекта и обратно пройден за время t_1 , то глубина, на которой обнаружен дефект, определится по формуле

$$h_1 = \frac{vt_1}{2};$$

$$h_1 = \frac{5200 \cdot 10^{-4}}{2} = 0,26 \text{ (м)} = 2,6 \text{ (см)}.$$

Аналогичным образом находится толщина детали:

$$h_2 = \frac{vt_2}{2};$$

$$h_2 = \frac{5200 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{2} = 0,52 \text{ (м)} = 5,2 \text{ (см)}.$$

8. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

Жидкость давит на дно и стенки сосуда, в котором находится. Она давит со всех сторон и на погруженное в нее тело.

Величина, измеряемая отношением силы, действующей на поверхность, к площади этой поверхности, называется *давлением*:

$$p = \frac{F}{S},$$

где F — сила давления, S — площадь. Давление жидкости зависит от глубины h и плотности жидкости ρ :

$$p = \rho gh,$$

где g — ускорение свободного падения. Так как на поверхность жидкости действует атмосферное давление, то полное давление

$$p = p_{\text{атм}} + \rho gh.$$

Закон Паскаля: жидкость (или газ), заключенная в замкнутый сосуд, передает оказываемое на нее давление одинаково по всем направлениям.

Закон сообщающихся сосудов для однородной жидкости: однородная жидкость в сообщающихся сосудах устанавливается на одном уровне.

Атмосфера также оказывает давление на находящиеся в ней тела. Атмосферное давление непостоянно и зависит от наличия водяных паров в атмосфере и высоты подъема. Атмосферное давление, равное $1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$ (760 мм рт. ст.), называется *нормальным*. Давление $0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$ (1 кг/см^2) называется *технической атмосферой*.

Закон Архимеда: на погруженное в жидкость (или газ) тело действует выталкивающая сила, равная весу жидкости (или газа), вытесненной этим телом.

Условие плавания тел. На тело, погруженное в жидкость, действует сила тяжести P и выталкивающая сила F . Если $F = P$, то тело находится в состоянии безразличного равновесия; если $F < P$, то тело тонет; если $F > P$, то тело всплывает.

Движение жидкости, при котором через любое поперечное сечение трубы в каждый момент времени протекает одинаковое количество жидкости, называется *стационарным*. При таком движении

$$S_1 v_1 = S_2 v_2,$$

где S — поперечное сечение трубы, v — скорость течения жидкости. Тогда

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1},$$

т. е. скорости течения жидкости обратно пропорциональны площадям сечения труб.

Движущаяся жидкость обладает *статическим* и *динамическим* давлениями. При увеличении скорости течения жидкости динамическое давление повышается,

а статическое понижается, и, наоборот, при уменьшении скорости течения динамическое давление понижается, а статическое повышается. Следовательно, при стационарном движении жидкости в местах сужения трубы статическое давление жидкости меньше, а в местах расширения — больше

1. Какую силу давления испытывает водолазный скафандр площадью 4 м^2 при погружении водолаза в море на глубину 300 м ?

У с л о в и е:

$$\begin{array}{l} S = 4 \text{ м}^2; \\ h = 300 \text{ м}. \\ \hline F = ? \\ \rho = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ p_{\text{атм}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2; \\ g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{array}$$

Р е ш е н и е. Сила давления определяется по формуле

$$F = p \cdot S;$$

$$F = (1,01 \cdot 10^5 + 1,03 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 300) \cdot 4 \approx 12\,500\,000 \text{ (Н)} = 12,5 \text{ (МН)}.$$

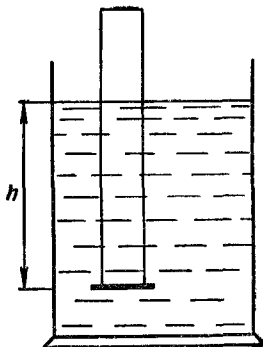


Рис. 42.

2. Стекло́нная трубка с одной стороны закрыта пластинкой и опущена этим концом вертикально в воду на глубину $0,68 \text{ м}$ (рис. 42). Какой высоты нужно налить в трубку ртуть или керосин, чтобы пластинка отпала?

У с л о в и е:

$$\begin{array}{l} h = 0,68 \text{ м}. \\ \hline h_1 = ? \quad h_2 = ? \\ \rho = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_1 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \end{array}$$

Р е ш е н и е. Пластинка отпадает тогда, когда давление ртути или керосина сверху уравнивает давление воды на пластинку снизу: $p = p_1$ или $\rho gh = \rho_1 gh_1$, откуда $\frac{h_1}{h} = \frac{\rho}{\rho_1}$, т. е. высоты налитых жидкостей будут обратно пропорциональны их удельным весам. Высота столбика налитой в трубку ртути

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{\rho}{\rho_1} \cdot h; \\ h_1 &= \frac{1 \cdot 10^3}{13,6 \cdot 10^3} \cdot 0,68 = 0,05 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Высота столбика налитого в трубку керосина

$$h_2 = \frac{1 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^3} \cdot 0,68 = 0,85 \text{ (м)}.$$

3. Какую силу давления испытывает плотина длиной 150 м , если высота напора воды 8 м ?

Условие: $l = 150 \text{ м};$

$$h = 8 \text{ м.}$$

$$F = ?$$

$$\rho = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{атм}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2;$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Сила давления на плотину определяется по формуле $F = p_{\text{ср}} \cdot S$, где $p_{\text{ср}} = p_{\text{атм}} + \frac{\rho gh}{2}$. Тогда

$$F = \left(p_{\text{атм}} + \frac{\rho gh}{2} \right) lh = p_{\text{атм}} lh + \frac{\rho g l h^2}{2};$$

$$F = 1,01 \cdot 10^5 \cdot 150 \cdot 8 + \frac{10^3 \cdot 9,8 \cdot 150 \cdot 8^2}{2} = 168 \text{ (Мн)}.$$

4. Какую силу давления испытывает стенка аквариума длиной 3 м, если угол наклона ее 30° , а высота воды в аквариуме 2 м (рис. 43)?

Условие: $l = 3 \text{ м};$

$$h = 2 \text{ м},$$

$$\alpha = 30^\circ.$$

$$F = ?$$

$$\rho_{\text{атм}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2;$$

$$\rho = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

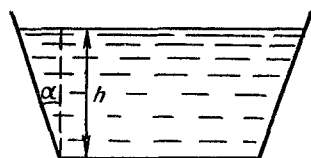


Рис 43

Решение. Сила давления воды на стенку аквариума $F = p_{\text{ср}} \cdot S$, где $p_{\text{ср}} = p_{\text{атм}} + \frac{\rho gh}{2}$, а $S = l \frac{h}{\cos \alpha}$. Отсюда

$$F = \left(p_{\text{атм}} + \frac{\rho gh}{2} \right) l \frac{h}{\cos \alpha} = \frac{p_{\text{атм}} \cdot lh}{\cos \alpha} + \frac{\rho g l h^2}{2 \cos \alpha};$$

$$F = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{10^3 \cdot 9,8 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 770\,800 \text{ (н)} = 770,8 \text{ (кн)}.$$

5. Как определить удельный вес твердого вещества, не растворимого в воде, и удельный вес жидкости с помощью весов?

Решение. Для определения удельного веса твердого вещества его взвешивают в воздухе и в воде. Удельный вес определяется по формуле $\rho g = \frac{P}{V}$, где P — вес вещества в воздухе, а V — его объем. Объем вещества можно найти взвешиванием тела в воде: $V = \frac{P - P_1}{\rho_1 g}$, где P_1 — вес тела в воде, $\rho_1 g$ — удельный вес воды. Подставим вместо V его выражение, получим

$$\rho g = \frac{P}{P - P_1} \rho_1 g.$$

Для определения удельного веса жидкости в нее погружают твердое тело, которое взвешивают в данной жидкости и в воздухе. Разность $P - P_{\text{ж}}$, где P — вес тела в воздухе и $P_{\text{ж}}$ — вес тела в жидкости, дает вес жидкости в объеме погруженного тела. Объем погруженного тела находится путем взвешивания его в воде: $V = \frac{P - P_1}{\rho_1 g}$, где P_1 — вес тела в воде, $\rho_1 g$ — удельный вес воды. Исходя из формулы удельного веса, получим

$$\rho_{\text{ж}} g = \frac{P - P_{\text{ж}}}{P - P_1} \rho_1 g.$$

6. Деталь отлита из сплава железа и никеля. Определить, какой процент по объему составляют железо и никель, а также объем всей детали, если деталь в воздухе весит 3,42 кг, а в воде 3,02 кг.

Условие: $P = 3,42 \text{ кг} = 33,516 \text{ н};$
 $P_1 = 3,02 \text{ кг} = 29,596 \text{ н}.$

$$\frac{V_{\text{ж}}}{V} = ? \quad \frac{V_{\text{н}}}{V} = ? \quad V = ?$$

$$\rho_{\text{ж}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{н}} = 8,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_1 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Зная удельный вес воды $\rho_1 g$, найдем объем детали:

$$V = \frac{P - P_1}{\rho_1 g};$$

$$V = \frac{33,516 - 29,596}{9,8 \cdot 10^3} = 0,0004 \text{ (м}^3\text{)} = 400 \text{ (см}^3\text{)}.$$

Если обозначить объем чистого железа в сплаве через $V_{\text{ж}}$, то объем никеля будет равен $(0,0004 - V_{\text{ж}})$. Зная удельный вес железа $\rho_{\text{ж}} g$ и удельный вес никеля $\rho_{\text{н}} g$, составим уравнение

$$\rho_{\text{ж}} g \cdot V_{\text{ж}} + \rho_{\text{н}} g (0,0004 - V_{\text{ж}}) = P.$$

Подставив численные значения величин и решив уравнение, получим объем чистого железа: $76\,440 V_{\text{ж}} + 86\,240 (0,0004 - V_{\text{ж}}) = 33,516$, откуда $V_{\text{ж}} = 0,0001 \text{ м}^3 = 100 \text{ см}^3$, что составляет

$$\frac{V_{\text{ж}}}{V} = \frac{100}{400} \cdot 100\% = 25\%.$$

Объем никеля $V_{\text{н}} = 400 - 100 = 300 \text{ (см}^3\text{)}$, что составляет

$$\frac{V_{\text{н}}}{V} = \frac{300}{400} \cdot 100\% = 75\%.$$

7. Пароход после погрузки опустился в воду на 1 м. Каков вес груза, принятого пароходом, если площадь поперечного сечения парохода на уровне ватерлинии 1800 м², а борта парохода на этом уровне вертикальные?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } h = 1 \text{ м;} \\ S = 1800 \text{ м}^2. \\ \hline P = ? \\ \rho = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \end{array}$$

Решение. На основании закона Архимеда вес груза равен весу вытесненной пароходом воды:

$$P = \rho g V = \rho g S h;$$

$$P = 1,03 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 1800 \cdot 1 = 18\,169\,200 \text{ (н)} = 1854 \text{ (Т)}.$$

8. В море плавает льдина, часть которой объемом 195 м^3 находится над водой. Определить объем всей льдины и ее подводной части.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } V_1 = 195 \text{ м}^3. \\ \hline V = ? \quad V_2 = ? \\ \rho_1 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_2 = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{array}$$

Решение. На основании закона Архимеда вес воды в объеме погруженной части льдины равен весу льдины:

$$\rho_2 g V_2 = \rho_1 g (V_2 + V_1)$$

или

$$V_2 = \frac{V_1 \rho_1}{\rho_2 - \rho_1};$$

$$V_2 = \frac{195 \cdot 0,9 \cdot 10^3}{1,03 \cdot 10^3 - 0,9 \cdot 10^3} = 1350 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Объем всей льдины

$$V = V_2 + V_1;$$

$$V = 1350 + 195 = 1545 \text{ (м}^3\text{)}.$$

9. Сколько весит пароход с грузом, имеющий площадь поперечного сечения на уровне ватерлинии 1200 м^2 , если при переходе его из реки в море глубина осадки уменьшится на $0,15 \text{ м}$?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } S = 1200 \text{ м}^2; \\ h = 0,15 \text{ м.} \\ \hline P = ? \\ \rho_1 = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_2 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ g = 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{array}$$

Решение. Вес парохода с грузом равен весу вытесненной им воды: $P = \rho_1 g V_1$, где V_1 — объем морской воды, вытесненной пароходом. Так как вес вытесненной пароходом морской воды равен весу вытесненной пароходом речной воды, то

$$\rho_1 g V_1 = \rho_2 g (V_1 + S h) \text{ или } V_1 = \frac{\rho_2 S h}{\rho_1 - \rho_2}.$$

Зная V_1 , найдем

$$P = \rho_1 g \frac{\rho_2 Sh}{\rho_1 - \rho_2};$$

$$P = \frac{1,03 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 10^3 \cdot 1200 \cdot 0,15}{1,03 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3} = 60\,564 \cdot 10^3 \quad (H) = 6180 \quad (T).$$

10. Для подъема груза массой 60 т на высоту 0,45 м воспользовались гидравлическим прессом с к. п. д. 75%. Сколько ходов сделает малый поршень, ход которого равен 0,2 м, а площадь меньше площади большого поршня в 100 раз?

Условие: $m = 60 \text{ т} = 6 \cdot 10^4 \text{ кг};$

$h = 0,45 \text{ м};$

$\eta = 0,75;$

$S_2 = 100S_1;$

$l = 0,2 \text{ м}.$

$n = ?$

Решение. Чтобы определить число ходов малого поршня, нужно знать всю работу поршня A и работу одного его хода A_1 , так как $n = \frac{A}{A_1}$. Вся работа малого поршня $A = \frac{A_2}{\eta}$, где $A_2 = Ph$ — работа большого поршня. Поэтому $A = \frac{Ph}{\eta}$. Работа одного хода поршня $A_1 = F_1 l$, где F_1 — сила давления малого поршня, определяемая из соотношения $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{100}$, т. е. $F_1 = \frac{F_2}{100}$. Тогда $A_1 = \frac{F_2}{100} l = \frac{P}{100} l$. Зная выражения для A и A_1 , получим

$$n = \frac{Ph \cdot 100}{\eta P l} = \frac{100h}{\eta l};$$

$$n = \frac{100 \cdot 0,45}{0,75 \cdot 0,2} = 300 \text{ (ходов)}.$$

Вопросы и задачи для самопроверки

✓ 1. Какую силу должен приложить к веревке человек весом 80 кг, чтобы удержать себя на подвесной площадке, прикрепленной к другому концу веревки, которая перекинута через неподвижный блок (рис. 44)? Весом площадки пренебречь.

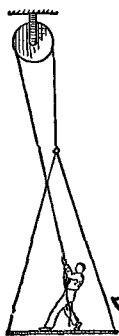


Рис. 44.

✓ 2. Человек весом 80 кг держит в руках груз весом 20 кг. С какой силой он давит на Землю?

✓ 3. Одинаково ли растянется пружина, если: 1) растягивать ее двумя руками за противоположные концы; 2) закрепив один конец к стене, тянуть за другой двумя руками?

✓ 4. Какой наибольший груз может поднять человек весом 80 кг, пользуясь неподвижным блоком или подвижным блоком с к. п. д. 60%?

✓ 5. Почему человек, несущий в одной руке тяжелый груз, наклоняется в противоположную сторону?

✓ 6. Когда легче перевозить груз на тележке — тянуть тележку или толкать ее перед собой?

✓ 7. Почему трудно встать со стула, не нагибая корпуса вперед?

✓ 8. На канате висит груз. Как будет изменяться натяжение каната, если при постоянной длине его менять расстояние между точками крепления каната?

✓ 9. Длина уклона 200 м, высота его 5 м. Какую силу надо приложить к автомобилю весом 8 Т, чтобы удержать его на вершине уклона, если коэффициент трения 0,02?

10. Вес крана 70 Т, его грузоподъемность 30 Т. Расстояние между точками опоры 3 м, расстояние от противовеса до линии, проходящей через заднюю точку опоры, 2,5 м, а от груза до передней точки опоры — 8 м (рис. 45). Какой вес должен иметь противовес во время работы крана?

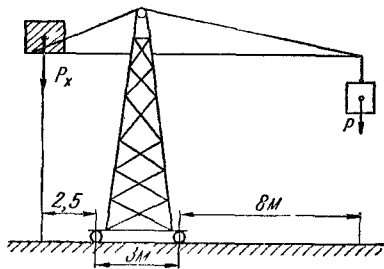


Рис 45

11. На перекладине висит груз весом 600 кг на расстоянии $\frac{1}{3}$ от одной из опор. Какие силы действуют на опоры?

12. На тело действуют две параллельные и противоположно направленные силы 50 и 80 н. Расстояние между направлениями сил 0,3 м. Чему равна равнодействующая сила, как она направлена и где находится ее точка приложения?

13. Для равномерного перемещения груза весом 300 кг по горизонтальной плоскости действуют силой под углом 45° к горизонту. Определить величину этой силы, если коэффициент трения 0,5.

14. Танк движется со скоростью 45 км/ч. Какую скорость имеют верхние и нижние части гусениц танка относительно земли?

15. Как будет изменяться ускорение, с которым движется груз по наклонной плоскости, если увеличивать угол наклона?

16. С некоторой высоты падают два тела с интервалом во времени 1 сек. Будет ли изменяться расстояние между ними во время падения?

17. Два тела движутся навстречу друг другу: одно ускоренно, другое замедленно. В какую сторону направлены их ускорения?

18. Какое движение совершают капли дождя при падении на землю?

✓ 19. Посадочная скорость пассажирского самолета 135 км/ч , а длина пробега его 500 м . С каким ускорением происходит пробег при посадке и сколько времени он длится?

20. Автомобиль, двигаясь со скоростью 36 км/ч , увеличил свою скорость в два раза. Какой путь он прошел за это время, если его ускорение 1 м/сек^2 ?

21. При движении поезда на подъеме длиной 150 м и высотой 2 м в верхней точке после остановки произошло отделение вагона. Сколько времени длится скатывание и чему равна скорость в конце пути? Трение в расчет не принимать.

✓ 22. Автомобиль подходит к уклону со скоростью 36 км/ч . Чему равна длина уклона и ускорение, с которым скатывается автомобиль, если он прошел уклон за 30 сек , а скорость его в конце уклона 54 км/ч ?

✓ 23. Два тела начали двигаться одновременно в одном направлении: одно равномерно со скоростью 54 км/ч , другое равноускоренно с ускорением $0,6 \text{ м/сек}^2$. Через сколько времени второе тело догонит первое? Начертить график движения обоих тел.

✓ 24. Для каких целей в двигателях внутреннего сгорания на валу устанавливается маховик?

25. В каком направлении легче тащить ящик в движущемся поезде — при отходе поезда от станции или при подходе к ней?

26. Почему при прыжке в момент приземления нужно совершать приседание?

27. С какой целью наковальни всегда делают очень массивными?

28. Растягивая пружинный динамометр, два ученика могут развить силу по 196 н каждый. Что покажет динамометр?

29. Будет ли двигаться ракета в безвоздушном пространстве?

30. На катках лежит доска. Что будет с доской, если два человека будут бежать по ней в одном направлении? в противоположных направлениях?

31. Что покажет динамометр, если взвешивать один и тот же груз на высокой горе и в глубокой шахте?

32. Одно и то же тело взвесили на пружинных и рычажных весах на экваторе и на полюсе. Каковы были показания обоих весов в этих точках?

33. Как будет падать человек, поскользнувшись или споткнувшись?

✓ 34. Вес автомобиля 3 Т , коэффициент трения $0,25$. Какую силу тяги развивает автомобиль при равномерном движении на горизонтальном участке дороги? с уклона и на уклон длиной 150 м и высотой $2,5 \text{ м}$?

✓ 35. Автомобиль весом 8 Т при торможении имеет ускорение $-0,5 \text{ м/сек}^2$. Определить тормозящую силу, время торможения и тормозной путь, если автомобиль двигался со скоростью 54 км/ч .

36. Автомобиль весом $9\ T$ при торможении останавливается в течение $10\ \text{сек}$, проходя при этом расстояние $35\ \text{м}$. Чему равны начальная скорость и сила торможения автомобиля?

37. Какую силу надо приложить, чтобы поезд весом $600\ T$, движущийся со скоростью $72\ \text{км/ч}$, остановить за $10\ \text{сек}$?

38. Чему равна сила натяжения сцепления между составом поезда и паровозом, если состав поезда без паровоза весит $1078\ T$, а паровоз в течение $60\ \text{сек}$ развивает скорость $54\ \text{км/ч}$? Трение не учитывать.

39. Какую силу сопротивления будет испытывать автомобиль массой $5\ \text{т}$ при равномерном движении с уклона длиной $150\ \text{м}$ и высотой $2\ \text{м}$, если коэффициент трения шин о поверхность земли $0,6$?

40. Тяговое усилие электротрактора $20\ 580\ \text{кн}$. Определить работу трактора за $2\ \text{ч}$, если средняя скорость при вспашке поля $1,2\ \text{м/сек}$.

41. Совершает ли работу сила притяжения Луны Землей?

42. Лошадь везет груженные сани, приложив усилие $3 \cdot 10^3\ \text{н}$. Какую работу выполнит лошадь на пути $2\ \text{км}$, если оглобли составляют с горизонтальным полотном дороги угол 30° ?

43. Чему равны работа, выполненная при вертикальном подъеме тела массой $100\ \text{кг}$ на высоту $10\ \text{м}$, и потенциальная энергия поднятого тела, если для его подъема применялась сила $1960\ \text{н}$? На что расходовалась часть работы?

44. Почему работа при подъеме тела с ускорением больше потенциальной энергии, приобретенной поднятым телом?

45. За счет какой энергии автоматически открываются и закрываются двери в вагонах электропоездов, троллейбусах, трамваях, автобусах?

46. В какие виды энергии превращается потенциальная энергия опускающегося в жидкости тела?

47. Автомобиль «Москвич», мощность двигателя которого $45\ \text{л. с.}$, прошел путь $50\ \text{км}$ за $30\ \text{мин}$. Определить среднюю силу тяги автомобиля.

48. Определить вес троллейбуса с пассажирами, если он при мощности электродвигателя $86\ \text{квт}$ движется по горизонтальному пути со скоростью $54\ \text{км/ч}$. Коэффициент трения $0,03$.

49. Поезд, отходя от станции, за $5\ \text{мин}$ набирает скорость $72\ \text{км/ч}$. Определить мощность, развиваемую паровозом за это время, если масса поезда $6 \cdot 10^5\ \text{кг}$, а коэффициент трения $0,005$.

50. Снаряд массой $20\ \text{кг}$ вылетает из ствола орудия со скоростью $500\ \text{м/сек}$. Определить среднюю силу давления пороховых газов на снаряд, если длина ствола $4\ \text{м}$.

51. Какова сила сопротивления грунта, если «баба» копра массой $10^3\ \text{кг}$, падая с высоты $6\ \text{м}$, забивает сваю на глубину $0,2\ \text{м}$?

52. Какое расстояние до остановки пройдет автомобиль, идущий

щий со скоростью 36 км/ч , после выключения двигателя, если масса автомобиля с грузом $3 \cdot 10^3 \text{ кг}$, а коэффициент трения $0,04$?

53. С палубы корабля высотой 5 м над поверхностью воды под углом 60° к горизонту выпущена ракета, которая, не разорвавшись, упала в воду. Определить высоту подъема и дальность полета ракеты, если скорость вылета ракеты из ствола ракетицы 60 м/сек . Сопротивлением воздуха пренебречь.

54. Определить среднюю скорость движения поршня автомобиля «Волга», если ход поршня 92 мм , а коленчатый вал делает 4000 об/мин .

55. Турбогенератор делает 3000 об/мин . Определить угловую скорость ротора и линейную скорость точек на его поверхности, если диаметр ротора $1,5 \text{ м}$.

56. Определить линейную скорость точек на поверхности Земли, соответствующих 45° северной широты. Радиус Земли 6400 км .

57. Определить среднюю скорость движения Земли вокруг Солнца, если среднее расстояние от Земли до Солнца $1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$, а масса Солнца $1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$. Орбиту считать круговой.

58. Сколько оборотов в секунду сделает колесо автомобиля ГАЗ-63, радиус которого 476 мм , при скорости 54 км/ч ?

59. Скорость электровоза 90 км/ч . Определить угловую скорость вращения колес, если их диаметр $1,2 \text{ м}$.

60. Как будет вести себя движущееся по окружности тело, если действующая на него сила в направлении к центру вращения: 1) равна центростремительной, 2) больше центростремительной, 3) меньше центростремительной?

61. Почему обруч при качении по горизонтальному полу перед тем, как упасть, искривляет путь?

62. Почему при движении трамвая на повороте возникает резкий звук?

63. Может ли реактивный самолет сделать петлю Нестерова в безвоздушном пространстве?

64. Почему на поворотах дороги шофер уменьшает скорость движения автомобиля?

65. Почему велосипедист и мотоциклист при движении на повороте делают наклон в сторону поворота?

66. Почему при поворотах корабль наклоняется в сторону, противоположную закруглению?

67. Почему на экваторе вес тела меньше, чем на полюсе?

68. Можно ли с помощью отвеса обнаружить наклон вагона при движении поезда на повороте?

69. Одинаковое ли давление оказывает груз на правые и левые рессоры при правом повороте автомобиля?

70. Летчик массой 80 кг на самолете со скоростью 450 км/ч описывает петлю Нестерова радиусом 250 м . Определить силы,

прижимающие летчика к сиденью в верхней и нижней точках петли.

71. Как изменится период колебания качелей, если вместо одного человека сядут два? оба встанут?

72. Как изменится ход маятниковых часов при перемещении с экватора на полюс Земли? на Луну?

73. Изменится ли период колебания железного шарика, подвешенного на нитке, если снизу положить магнит?

74. Маятник длиной 1 м совершил 60 колебаний за 2 мин. Определить ускорение свободного падения для данной местности.

75. Определить период колебания шарика, качающегося на дне сферической чашки радиусом 1 м.

76. Определить частоту колебания поршня паровоза, имеющего диаметр колес 1,5 м, при скорости 51 км/ч.

77. Почему находящиеся в здании машины, механизмы которых совершают периодические движения, часто устанавливают на амортизаторы?

78. Почему звук от летящего реактивного самолета слышен далеко позади самолета?

79. Звук от орудийного выстрела услышан на 20 сек позже, чем была замечена вспышка. Определить, на каком расстоянии от наблюдателя произведен выстрел.

80. На каком расстоянии от наблюдателя находятся скалистые горы, если он услышал эхо через 8 сек? Скорость звука в воздухе 340 м/сек.

81. На каком расстоянии от корабля находится айсберг, если посланный гидролокатором ультразвуковой сигнал был принят обратно через 2,6 сек? Скорость распространения ультразвука в воде 1500 м/сек.

82. Какой формы нужно взять сосуд, чтобы сила давления на дно равнялась весу жидкости? была больше? меньше веса жидкости?

83. На одной чашке весов находится стакан с водой; весы уравновешены грузиком на штативе (рис. 46). Нарушится ли равновесие весов, если груз опустить в воду, и как уравновесить весы?

84. Весы уравновешены. На одной чашке стоят стакан воды и штатив с подвешенным сверху грузиком, а на другой — гири (рис. 47). Нарушится ли равновесие весов, если грузик опустить в воду?

85. В сосуде, наполненном до краев водой, плавает кусок льда. Сосуд со льдом уравновешен на рычажных весах. Выльется ли вода из сосуда, когда растает лед, и нарушится ли равновесие весов?

86. В ведре, наполненном доверху водой, плавает железная кастрюля. Выльется ли вода из ведра, если утопить кастрюлю?

87. Два шарика — медный и алюминиевый — уравновешены на рычажных весах (рис. 48). Нарушится ли равновесие весов, если шары опустить в воду?

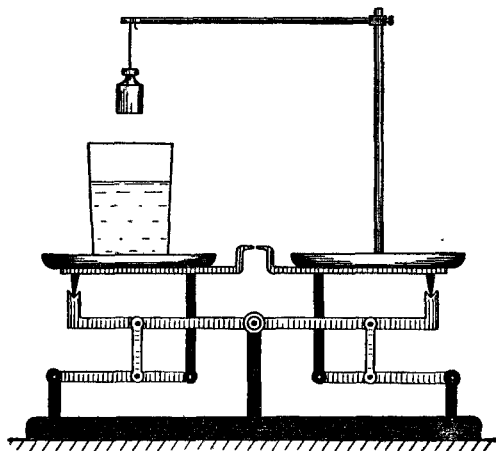


Рис. 46.

88. Действует ли закон Архимеда на искусственном спутнике Земли?

89. Справедлив ли закон Паскаля на искусственном спутнике Земли?

90. Можно ли перелить воду из одного стакана в другой, находясь в кабине искусственного спутника Земли?

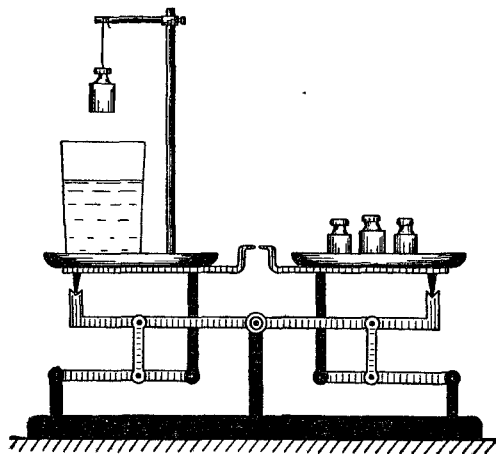


Рис. 47.

91. Стекло́нная трубка диаметром 5 см, нижний конец которой закрыт пластинкой, опущена вертикально в воду на глубину 80 см. Какого веса гири нужно положить на пластинку, чтобы она отпала? Весом самой пластинки пренебречь.

92. В сосуд цилиндрической формы диаметром 20 см налита жидкость. Определить высоту жидкости в сосуде, при которой сила давления на дно равна силе давления на стенку.

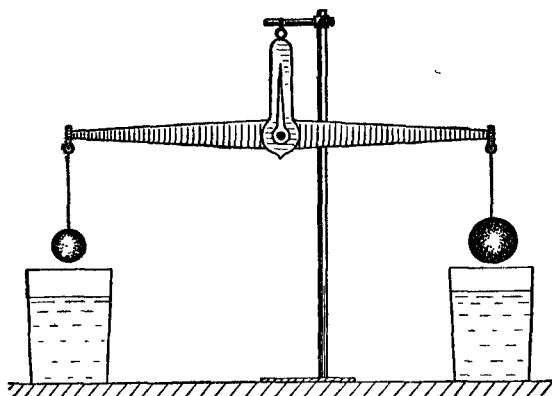


Рис. 48.

93. Чему равна сила давления воды на клапан автопоилки, если площадь клапана $1,2 \text{ см}^2$, а уровень воды в водонапорной башне 25 м?

94. Как изменится натяжение троса при поднятии из воды железобетонной плиты объемом $2,4 \text{ м}^3$?

95. Каков удельный вес испытуемой жидкости, если тело, опущенное в эту жидкость, весит 70 Г, в воде 68 Г, а в воздухе 78 Г?

96. Бронзовая статуэтка весит в воздухе 2,15 кг, а в воде 1,15 кг. Каков объем воздушной полости внутри статуэтки?

97. Пароход массой $618 \cdot 10^4 \text{ кг}$ переходит из моря в реку. Какой груз нужно снять, чтобы осадка парохода не изменилась?

98. Из магдебургских полушарий выкачали воздух до давления 6325 н/м^2 . Какая нужна сила, чтобы их разъединить, если площадь поверхности полушарий $0,08 \text{ м}^2$, а атмосферное давление 101325 н/м^2 ?

99. Почему в пожарном брандспойте делают узкое отверстие для выхода воды?

100. Почему два подвешенных листа бумаги приближаются друг к другу, если между ними продуть воздух?

101. Почему самолет взлетает или делает посадку всегда против ветра?

Глава II

ТЕПЛОТА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. ТЕПЛОТА И РАБОТА

Всякое тело обладает определенным запасом *внутренней энергии*, под которой понимают энергию, заключенную внутри тела и определяемую движением и взаимным расположением частиц, из которых состоит это тело. Внутренняя энергия тела равна сумме кинетической энергии движения всех частиц тела и потенциальной энергии взаимодействия этих частиц.

Теплота — один из видов движения, а именно — внутреннее движение молекул тела.

Теплопередачей называется процесс изменения внутренней энергии тела без совершения работы. Мисрой изменения внутренней энергии тел, происходящего при теплообмене, служит величина, называемая *количеством теплоты*.

Количество теплоты измеряется в тех же единицах, что и энергия (в системе СИ — в джоулях). На основании ГОСТ 8550—61 допускается применение внесистемных единиц, основанных на единице количества теплоты — калории. Калория определяется из следующего соотношения:

$$1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ Дж},$$

Теплоемкостью данного тела называется физическая величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо сообщить телу, чтобы повысить его температуру на 1 градус.

Удельной теплоемкостью вещества называют физическую величину, измеряемую количеством теплоты, которое необходимо для нагревания единицы массы на 1 градус. Удельная теплоемкость в системе СИ измеряется в джоулях на килограмм-градус ($\text{Дж/кг} \cdot \text{град}$).

Количество теплоты Q , необходимое для нагревания массы m вещества с удельной теплоемкостью c от t_1° до $t_2^\circ \text{C}$, выражается формулой

$$Q = cm(t_2^\circ - t_1^\circ).$$

Уравнение теплового баланса при теплообмене двух тел запишется в виде

$$cm(\theta - t_2^\circ) = c_1 m_1(t_1^\circ - \theta),$$

где c и c_1 — удельные теплоемкости тел, θ — установившаяся температура после теплообмена, t_1° — начальная температура тела массой m_1 , t_2° — начальная температура тела массой m . Уравнение теплового баланса является математическим выражением закона сохранения энергии в случае теплопередачи.

Теплотворностью топлива называется измеряемое в джоулях количество теплоты, которое выделяется при полном сгорании 1 кг топлива.

Количество теплоты Q , выделяющееся при полном сгорании топлива массой m , определяется формулой

$$Q = qm,$$

где q — теплотворность топлива.

1. В железный котел массой 1,5 кг налито 5 кг воды. Какое количество теплоты нужно подвести к котлу, чтобы в нем нагреть воду от 15 до 100°C?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad m_1 = 1,5 \text{ кг;} \\ \quad \quad \quad m_2 = 5 \text{ кг;} \\ \quad \quad \quad t_1^\circ = 15^\circ\text{C;} \\ \quad \quad \quad t_2^\circ = 100^\circ\text{C.} \\ \hline Q = ? \\ c_1 = 460 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град;} \\ c_2 = 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град.} \end{array}$$

Решение. Количество теплоты, подводимое для нагрева воды, расходуется на нагревание котла и повышение температуры воды. Поэтому общее количество теплоты

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

где

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_2^\circ - t_1^\circ), \quad Q_2 = c_2 m_2 (t_2^\circ - t_1^\circ).$$

В этих выражениях c_1 и c_2 — соответственно удельные теплоемкости железа и воды. Окончательно получаем

$$Q = (c_1 m_1 + c_2 m_2) (t_2^\circ - t_1^\circ);$$

$$Q = (460 \cdot 1,5 + 4,19 \cdot 10^3 \cdot 5) \cdot 85 = 1,84 \cdot 10^6 \text{ (Дж)} = 1,84 \text{ (МДж)}.$$

2. В 200 г воды при 20°C поместили 300 г железа при 10°C и 400 г меди при 25°C. Найти температуру смеси.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad m_1 = 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг;} \\ \quad \quad \quad m_2 = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг;} \\ \quad \quad \quad m_3 = 400 \text{ г} = 0,4 \text{ кг;} \\ \quad \quad \quad t_1^\circ = 20^\circ\text{C;} \\ \quad \quad \quad t_2^\circ = 10^\circ\text{C;} \\ \quad \quad \quad t_3^\circ = 25^\circ\text{C.} \\ \hline \theta = ? \\ c_1 = 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град;} \\ c_2 = 0,46 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град;} \\ c_3 = 0,4 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град.} \end{array}$$

Решение. Предположим, что вода нагревается. Тогда вода получит количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_1 (\theta - t_1^\circ),$$

а железо

$$Q_2 = c_2 m_2 (\theta - t_2^\circ).$$

Медь отдает количество теплоты

$$Q_3 = c_3 m_3 (t_3^\circ - \theta).$$

Следовательно,

$$Q_1 + Q_2 = Q_3,$$

$$c_1 m_1 (\theta - t_1^\circ) + c_2 m_2 (\theta - t_2^\circ) = c_3 m_3 (t_3^\circ - \theta)$$

или после подстановки численных значений

$$\begin{aligned} 4,19 \cdot 10^3 \cdot 0,2 (\theta - 20) + 0,46 \cdot 10^3 \cdot 0,3 (\theta - 10) = \\ = 0,4 \cdot 10^3 \cdot 0,4 (25 - \theta) \end{aligned}$$

Отсюда

$$\theta \approx 19^\circ\text{C}.$$

3. 1 м³ воздуха при 0°C находится в цилиндре под давлением 2 кг/см². Какая работа будет совершена при изобарическом нагревании воздуха на 10°?

Условие:

$$V_0 = 1 \text{ м}^3;$$

$$t_1^\circ = 0^\circ\text{C};$$

$$t_2^\circ = 10^\circ\text{C};$$

$$p = 2 \text{ кг/см}^2 = 2 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2.$$

$$A - ?$$

$$\alpha = \frac{1}{273} \text{ град}^{-1}.$$

Решение. Работу определяем по формуле

$$A = p \cdot \Delta V,$$

где $\Delta V = V_0 \alpha t_2^\circ$ (α — коэффициент объемного расширения).

Отсюда

$$A = p V_0 \alpha t_2^\circ;$$

$$A = \frac{2 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10}{273} \approx 7200 \text{ (дж)} = 7,2 \text{ (кдж)}.$$

4. На газовой горелке 2,5 л воды, взятой при 10°C, за 10 мин доведены до кипения. Определить мощность горелки.

Условие:

$$t = 10 \text{ мин} = 600 \text{ сек};$$

$$V = 2,5 \text{ л} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$t_1^\circ = 10^\circ\text{C};$$

$$t_2^\circ = 100^\circ\text{C}.$$

$$N - ?$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$c = 4190 \text{ дж/кг} \cdot \text{град}.$$

Решение. Количество теплоты, необходимое для нагревания воды, выразится так:

$$Q = cm(t_2^\circ - t_1^\circ),$$

где $m = \rho V$. Поэтому

$$N = \frac{\rho c V (t_2^\circ - t_1^\circ)}{t};$$

$$N = \frac{10^3 \cdot 4190 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 90}{600} \approx 1600 \text{ (вт)} = 1,6 \text{ (квт)}.$$

5. В латунный калориметр массой 128 г, содержащий 245 г воды при температуре 10°C , опущено тело массой 200 г, нагретое до температуры 100°C . В калориметре устанавливается температура 20°C . Определить удельную теплоемкость испытуемого тела

Условие:

$$\begin{aligned} m_1 &= 128 \text{ г} = 0,128 \text{ кг}; \\ m_2 &= 245 \text{ г} = 0,245 \text{ кг}; \\ t_2^\circ &= t_1^\circ = t^\circ = 10^\circ\text{C}; \\ m_3 &= 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}; \\ t_1 &= 100^\circ\text{C}; \\ \theta &= 20^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_3 &= ? \\ c_1 &= 400 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}; \\ c_2 &= 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}. \end{aligned}$$

Решение. Составляем уравнение теплового баланса, приравнявая отданное телом количество теплоты

$$Q = c_3 m_3 (t_3^\circ - \theta)$$

к сумме количеств теплоты, полученных калориметром

$$Q_1 = c_1 m_1 (\theta - t_1^\circ)$$

и водой

$$Q_2 = c_2 m_2 (\theta - t_2^\circ),$$

т. е.

$$c_1 m_1 (\theta - t_1^\circ) + c_2 m_2 (\theta - t_2^\circ) = c_3 m_3 (t_3^\circ - \theta).$$

Отсюда, принимая во внимание, что $t_1^\circ = t_2^\circ = t^\circ$, получаем

$$c_3 = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2) (\theta - t^\circ)}{m_3 (t_3^\circ - \theta)};$$

$$c_3 = \frac{(400 \cdot 0,128 + 4,19 \cdot 10^3 \cdot 0,245) \cdot 10}{0,2 \cdot 80} \approx 670 \text{ (Дж/кг} \cdot \text{град)}.$$

6. Поезд массой 2000 т, идущий со скоростью 15 м/сек, остановлен тормозами. Какое количество теплоты выделилось в тормозах?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m = 2000 \text{ т} = 2 \cdot 10^6 \text{ кг;} \\ v = 15 \text{ м/сек.} \\ \hline Q = ? \end{array}$$

Решение. Если считать, что вся работа торможения поезда пошла на увеличение запаса количества теплоты Q в тормозах, то $Q = A$. Так как $A = \frac{mv^2}{2}$, то

$$Q = \frac{mv^2}{2};$$

$$Q = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 15^2}{2} = 225 \cdot 10^6 \text{ (дж)} = 225 \text{ (Мдж)}.$$

7. Паровой молот массой 4 т падает на железную болванку массой 6 кг, причем скорость молота в момент удара 3 м/сек. На сколько градусов нагревается болванка от удара молота, если на ее нагревание идет 80% полученной при ударе теплоты?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m = 4 \text{ т} = 4000 \text{ кг;} \\ m_1 = 6 \text{ кг;} \\ v = 3 \text{ м/сек;} \\ \eta = 0,8. \\ \hline \Delta t^\circ = ? \\ c = 460 \text{ дж/кг} \cdot \text{град.} \end{array}$$

Решение. Совершенная при ударе молота механическая работа $A = \frac{mv^2}{2}$. Количество теплоты, затраченное на нагревание болванки, $Q = cm_1 \Delta t^\circ$. По условию задачи

$$\eta A = Q \quad \text{или} \quad \frac{\eta mv^2}{2} = cm_1 \Delta t^\circ.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \Delta t^\circ &= \frac{\eta mv^2}{2cm_1}; \\ \Delta t^\circ &= \frac{0,8 \cdot 4000 \cdot 3^2}{2 \cdot 460 \cdot 6} \approx 5,2^\circ. \end{aligned}$$

8. Рабочий, забивая железный гвоздь массой 50 г в доску, ударяет 20 раз молотком, масса которого 0,5 кг и конечная скорость 12 м/сек. На сколько градусов нагреется гвоздь, если предполагать, что вся выделенная при ударах теплота пошла на нагревание?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } m_1 = 50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг;} \\ n = 20; \\ m = 0,5 \text{ кг;} \\ v = 12 \text{ м/сек.} \\ \hline \Delta t^\circ = ? \\ c = 460 \text{ дж/кг} \cdot \text{град.} \end{array}$$

Решение. При ударе кинетическая энергия падающего молотка переходит в теплоту, за счет которой гвоздь нагревается, т. е.

$$\frac{mv^2}{2} - n = cm_1 \cdot \Delta t^\circ.$$

Отсюда

$$\Delta t^\circ = \frac{mv^2 n}{2cm_1},$$

где c — удельная теплоемкость железа. Следовательно,

$$\Delta t^\circ = \frac{0,5 \cdot 12^2 \cdot 20}{2 \cdot 460 \cdot 0,05} = 31^\circ.$$

9. Мяч массой 100 г упал с высоты 10 м и подпрыгнул до высоты 7 м. Какое количество теплоты выделилось при этом?

Условие: $m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг};$

$h = 10 \text{ м};$

$h_1 = 7 \text{ м}.$

$Q = ?$

Решение. На высоте h мяч обладал потенциальной энергией $W_n = mgh$, а на высоте h_1 его потенциальная энергия стала равной $W'_n = mgh_1$. Следовательно, убыль потенциальной энергии

$$\Delta W_n = W_n - W'_n = mg(h - h_1) = Q;$$

$$Q = 0,1 \cdot 9,8 \cdot 3 \approx 2,9 \text{ (дж)}.$$

10. Паровой молот весом 10 Т падает с высоты 2,5 м на железную болванку массой 200 кг. Сколько раз он должен упасть, чтобы температура болванки поднялась на 40° ? Принять, что лишь 60% энергии молота при ударе идет на нагревание болванки.

Условие: $P = 10 \text{ Т} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ н};$

$h = 2,5 \text{ м};$

$m = 200 \text{ кг};$

$\Delta t^\circ = 40;$

$\eta = 0,6.$

$n = ?$

$c = 460 \text{ дж/кг} \cdot \text{град}.$

Решение. Необходимое число ударов находим из уравнения $\eta nPh = cm \Delta t^\circ$:

$$n = \frac{cm \cdot \Delta t^\circ}{\eta Ph};$$

$$n = \frac{460 \cdot 200 \cdot 40}{0,6 \cdot 9,8 \cdot 10^4 \cdot 2,5} = 25.$$

11. На сколько градусов нагревается вода, падая с высоты 15 м, если 30% совершенной при ее падении работы расходуется на нагревание воды?

Условие: $h = 15 \text{ м};$
 $\eta = 0,3.$
 $\Delta t^\circ = ?$
 $c = 4190 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Повышение температуры определяем из уравнения $\eta mgh = cm \cdot \Delta t^\circ$:

$$\Delta t^\circ = \frac{\eta gh}{c};$$

$$\Delta t^\circ = \frac{0,3 \cdot 9,8 \cdot 15}{4190} \approx 0,01^\circ.$$

12. Определить количество пороха, необходимое для того, чтобы пуле массой 9,6 г при вылете из дула винтовки сообщить скорость 880 м/сек. К. п. д. винтовки 30%.

Условие: $m = 9,6 \text{ г} = 0,0096 \text{ кг};$
 $v = 880 \text{ м/сек};$
 $\eta = 0,3.$
 $m_x = ?$
 $q = 3,8 \cdot 10^6 \text{ дж/кг}.$

Решение. Энергия пули в момент вылета равна работе пороховых газов: $A = \frac{mv^2}{2}$, что соответствует количеству теплоты $Q_1 = A = \frac{mv^2}{2}$. Количество теплоты, выделившееся при сгорании пороха, определим из условия $\eta = \frac{Q_1}{Q}$:

$$Q = \frac{Q_1}{\eta} = \frac{mv^2}{2\eta}.$$

Заряд пороха

$$m_x = \frac{Q}{q} = \frac{mv^2}{2\eta q};$$

$$m_x = \frac{0,0096 \cdot 880^2}{2 \cdot 0,3 \cdot 3,8 \cdot 10^6} = 0,0033 \text{ (кг)} = 3,3 \text{ (г)}.$$

13. При выстреле 122-миллиметровой гаубицы сгорает 780 г пороха, в результате чего снаряд массой 22 кг приобретает скорость 300 м/сек. Найти к. п. д. гаубицы.

Условие: $m_1 = 780 \text{ г} = 0,78 \text{ кг};$
 $m_2 = 22 \text{ кг};$
 $v = 300 \text{ м/сек}.$
 $\eta = ?$
 $q = 3,8 \cdot 10^6 \text{ дж/кг}.$

Решение. Полезная работа гаубицы

$$A_n = \frac{m_2 v^2}{2},$$

а затраченная работа

$$A_3 = Q = q m_1.$$

Тогда к. п. д. гаубицы

$$\eta = \frac{A_n}{A_3} = \frac{m_2 v^2}{2 q m_1};$$

$$\eta = \frac{22 \cdot 300^2}{2 \cdot 3,8 \cdot 10^6 \cdot 0,78} = 0,334; \quad \eta = 33,4\%.$$

14. Метеор летит со скоростью 25 км/сек. Во сколько раз его кинетическая энергия больше энергии, выделяющейся при полном сгорании равного по массе куска каменного угля?

Условие: $v = 25 \text{ км/сек} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ м/сек};$

$$m_m = m_{\text{уг.}}$$

$$\frac{W_k}{Q} = ?$$

$$q = 3 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг.}$$

Решение. Кинетическая энергия метеора $W_k = \frac{mv^2}{2}$. При сгорании угля выделяется количество теплоты $Q = qm$. Отсюда

$$\frac{W_k}{Q} = \frac{v^2}{2q};$$

$$\frac{W_k}{Q} = \frac{2,5^2 \cdot 10^8}{2 \cdot 3 \cdot 10^7} = 10,4,$$

т. е. кинетическая энергия метеора в 10,4 раза больше внутренней энергии, выделяющейся при сгорании равного по массе куска каменного угля.

15. При нормальном давлении доменная печь потребляет в секунду 58 м³ воздуха, который нагревается в кауперах от 0 до 800°C. Сколько каменного угля нужно затратить в сутки на подогревание воздуха? Считать, что вся выделившаяся от сгорания угля теплота идет на нагревание воздуха в кауперах.

Условие:

$$V = 58 \text{ м}^3;$$

$$t_1^\circ = 0^\circ\text{C};$$

$$t_2^\circ = 800^\circ\text{C};$$

$$t = 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ сек.}$$

$$m_x = ?$$

$$q = 3 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг};$$

$$c = 1000 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град};$$

$$\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3.$$

Решение. Для подогревания воздуха объемом V необходимо в секунду затратить количество теплоты

$$cm(t_2^\circ - t_1^\circ) = qm_1,$$

где $m = \rho V$. Тогда

$$m_1 = \frac{\rho V c (t_2^\circ - t_1^\circ)}{q};$$

$$m_1 = \frac{1,29 \cdot 58 \cdot 1000 \cdot 800}{3 \cdot 10^7} = 2 \text{ (кг)}.$$

На подогревание воздуха от 0 до 800°C необходимо в сутки затратить каменного угля $m_x = 2 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 172\,800 \text{ (кг)} = 172,8 \text{ (т)}$.

16. Для работы двигателя, к. п. д. которого равен 16%, запасена нефть в количестве 5,4 т. Определить, на сколько дней хватит запаса топлива, если средняя мощность двигателя во время работы 20 л. с. Рабочий день равен 7 ч.

Условие:

$$\eta = 0,16;$$

$$m = 5,4 \text{ т} = 5400 \text{ кг};$$

$$N = 20 \text{ л. с.} = 14,7 \text{ кВт};$$

$$t_1 = 7 \text{ ч} = 7 \cdot 3600 \text{ сек.}$$

$$n = ?$$

$$q = 4,6 \cdot 10^4 \text{ кдж/кг.}$$

Решение. Количество затраченной теплоты, получаемой при сгорании нефти, $Q_1 = \frac{Q_2}{\eta}$. Если масса сгоревшей нефти m , то $Q_1 = qm$. Теплота Q_2 превращается в механическую работу, т. е. $A = \eta Q_1 = \eta qm$. Чтобы определить, на сколько дней хватит этого топлива, необходимо знать время, в течение которого сгорит вся нефть. Его легко найти из условия задачи:

$$t = \frac{A}{N} = \frac{\eta qm}{N}.$$

Тогда

$$n = \frac{t}{t_1} = \frac{\eta qm}{N t_1};$$

$$n = \frac{0,16 \cdot 4,6 \cdot 10^4 \cdot 5400}{14,7 \cdot 7 \cdot 3600} = 107 \text{ (дней)}.$$

17. Суточный расход горячей воды в кормозапарнике составляет 450 кг. Какое количество кускового торфа нужно заготовить на год для кормозапарника, к. п. д. которого равен 45%, если вода нагревается от 10°C до кипения?

Условие:

$$m = 450 \text{ кг};$$

$$\eta = 0,45;$$

$$t_1^\circ = 10^\circ\text{C};$$

$$t_2^\circ = 100^\circ\text{C}.$$

$$m_x = ?$$

$$c = 4190 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$$

$$q = 1,5 \cdot 10^7 \text{ дж/кг.}$$

Решение. Для нагревания воды в кормозапарнике от t_1° до t_2° необходимо количество теплоты $Q_1 = cm(t_2^\circ - t_1^\circ)$. Общее количество выделенной теплоты, с одной стороны, $Q_2 = \frac{Q_1}{\eta}$, а с другой стороны, $Q_2 = qm_1$. Отсюда

$$qm_1 = \frac{cm(t_2^\circ - t_1^\circ)}{\eta}.$$

Суточный расход торфа

$$m_1 = \frac{cm(t_2^\circ - t_1^\circ)}{\eta q};$$

$$m_1 = \frac{4190 \cdot 450 \cdot 90}{0,45 \cdot 1,5 \cdot 10^7} = 25 \text{ (кг)}.$$

Зная суточный расход торфа, можно определить необходимое количество торфа на год:

$$m_x = 365 \cdot 25 = 9125 \text{ (кг)}.$$

18. Паровая машина мощностью 35 л. с. расходует за 7 ч работы 2 м³ сухих сосновых дров. Определить коэффициент полезного действия паровой машины.

Условие: $N = 35 \text{ л. с.} = 35 \cdot 736 \text{ вт};$

$t = 7 \text{ ч} = 7 \cdot 3600 \text{ сек};$

$V = 2 \text{ м}^3.$

$\eta = ?$

$\rho = 500 \text{ кг/м}^3,$

$q = 8,3 \cdot 10^6 \text{ дж/кг} \cdot \text{град.}$

Решение. Коэффициент полезного действия паровой машины $\eta = \frac{A_1}{A_2}$, где $A_1 = Nt$ — полезная работа машины, а $A_2 = Q = qm$ — затраченная работа. Масса дров $m = \rho V$, где ρ — плотность сосновых дров. Тогда

$$\eta = \frac{Nt}{\rho qV};$$

$$\eta = \frac{35 \cdot 736 \cdot 7 \cdot 3600}{500 \cdot 8,3 \cdot 10^6 \cdot 2} = 0,08; \quad \eta = 8\%.$$

19. При высверливании отверстия в чугунной болванке наливая в отверстие вода объемом 5 л при температуре 10°C через 5 мин закипела. Какая мощность развилась при сверлении, если 80% всей выделенной теплоты пошло на нагревание воды?

Условие: $V = 5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$
 $t_1^{\circ} = 10^{\circ}\text{C};$
 $t_2^{\circ} = 100^{\circ}\text{C};$
 $t = 5 \text{ мин} = 300 \text{ сек};$
 $\eta = 0,8.$

 $N = ?$
 $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3;$
 $c = 4190 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}.$

Решение. Развиваемая при сверлении мощность $N = \frac{A}{t}$. Работа, совершаемая при сверлении в течение времени t , $A = Q$, где Q — общее количество выделенной теплоты. Только 80% этой теплоты пошло на нагревание воды: $Q_1 = \eta Q$, откуда $Q = \frac{Q_1}{\eta}$. Количество теплоты Q_1 можно выразить иначе: $Q_1 = cm(t_2^{\circ} - t_1^{\circ})$, где $m = \rho V$ — масса воды. Таким образом,

$$N = \frac{A}{t} = \frac{Q}{t} = \frac{c \rho V (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})}{\eta t};$$

$$N = \frac{4190 \cdot 1000 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 90}{0,8 \cdot 300} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ (вт)} = 7,8 \text{ (квт)}.$$

20. Самолет «Родина», на котором героические летчицы Осипенко, Раскова и Гризодубова совершили беспосадочный перелет на Дальний Восток на расстояние 6550 км, имел среднюю мощность моторов 1600 л. с. Известно, что полет продолжался 26 ч 30 мин. Определить запас бензина, который был на самолете в момент вылета, если к. п. д. моторов 24%.

Условие: $N = 1600 \text{ л. с.} = 1600 \cdot 736 \text{ вт};$
 $t = 26,5 \text{ ч} = 26,5 \cdot 3600 \text{ сек};$
 $\eta = 0,24.$

 $m = ?$
 $q = 4,6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}.$

Решение. Коэффициент полезного действия моторов $\eta = \frac{A_1}{A_2}$. Полезная работа моторов, совершаемая в течение времени t , $A_1 = Nt$, а затраченная работа $A_2 = Q$, где Q — количество теплоты, выделяемой в результате сгорания бензина массой m : $Q = qm$. Из выражения $\eta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{Nt}{qm}$ можно определить запас бензина, который был на самолете в момент взлета:

$$m = \frac{Nt}{\eta q};$$

$$m = \frac{1600 \cdot 736 \cdot 26,5 \cdot 3600}{0,24 \cdot 4,6 \cdot 10^7} \approx 10\,200 \text{ (кг)}.$$

21. Трансформатор, погруженный в масло, вследствие перегрузки нагревается. Каков его коэффициент полезного действия, если при полной мощности 60 *квт* 40 *кг* масла в течение 4 *мин* нагрелись на 20°?

Условие:

$$\begin{aligned} N &= 60 \text{ квт}; \\ m &= 40 \text{ кг}; \\ \Delta t^\circ &= 20^\circ; \\ t &= 4 \text{ мин} = 240 \text{ сек.} \end{aligned}$$

$$\eta = ?$$

$$c = 2,1 \text{ кдж/кг} \cdot \text{град.}$$

Решение. Полезная мощность трансформатора равна разности между полной мощностью его и мощностью, теряемой на нагревание масла. Тогда к. п. д. трансформатора $\eta = \frac{N - N'}{N}$,

где $N' = \frac{Q}{t}$, а $Q = cm \cdot \Delta t^\circ$. Отсюда

$$N' = \frac{cm \cdot \Delta t^\circ}{t}; \quad N' = \frac{2,1 \cdot 40 \cdot 20}{240} = 7 \text{ (квт)}.$$

Следовательно,

$$\eta = \frac{60 - 7}{60} = \frac{53}{60} = 0,88; \quad \eta = 88\%.$$

22. Электрический двигатель с полезной мощностью 0,204 *квт* вращает лопажки в сосуде, вмещающем 4 *л* воды. Из-за трения лопаток о жидкость вода нагревается. На сколько градусов повысится температура воды за 5 *мин*? К. п. д. передачи не учитывать. Считать, что сосуд теплоизолирован.

Условие:

$$\begin{aligned} N &= 0,204 \text{ квт} = 204 \text{ вт}; \\ V &= 4 \text{ л} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \\ t &= 5 \text{ мин} = 300 \text{ сек.} \end{aligned}$$

$$\Delta t^\circ = ?$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$c = 4190 \text{ дж/кг} \cdot \text{град.}$$

Решение. Вся механическая энергия $A = Nt$, сообщаемая двигателем воде и расходуемая на увеличение теплового движения молекул, превращается во внутреннюю энергию воды. Возрастание внутренней энергии воды в этом процессе превращения энергии $\Delta U = cm \cdot \Delta t^\circ$, где $m = \rho V$. Согласно закону сохранения и превращения энергии $A = \Delta U$. Поэтому

$$Nt = \rho Vc \cdot \Delta t^\circ,$$

откуда

$$\Delta t^\circ = \frac{Nt}{\rho Vc};$$

$$\Delta t^\circ = \frac{204 \cdot 300}{10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 4190} = 3,7^\circ.$$

23. Двигатель трактора «Беларусь» развивает мощность 37 л. с. Сколько дизельного горючего он расходует за один час работы при к. п. д., равном 30%?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } N &= 37 \cdot 736 \text{ вт}; \\ t &= 1 \text{ ч} = 3600 \text{ сек}; \\ \eta &= 0,3. \\ \hline m &= ? \\ q &= 4 \cdot 10^7 \text{ дж/кг}. \end{aligned}$$

Решение. Полезная работа трактора, совершаемая в течение 1 ч, $A_1 = Nt$, а затраченная работа $A_2 = Q = qm$. Тогда из равенства $\eta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{Nt}{qm}$ можно определить количество дизельного горючего, расходуемого за 1 ч:

$$\begin{aligned} m &= \frac{Nt}{\eta q}; \\ m &= \frac{37 \cdot 736 \cdot 3600}{0,3 \cdot 4 \cdot 10^7} = 8,2 \text{ (кг)}. \end{aligned}$$

24. Велосипедный двигатель Д-4 на 100 км пути при скорости 25,2 км/ч расходует 1,5 л бензина. Определить к. п. д. двигателя, если развиваемая им мощность равна 1 л. с.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } s &= 100 \text{ км} = 10^5 \text{ м}; \\ v &= 25,2 \text{ км/ч} = 7 \text{ м/сек}; \\ V &= 1,5 \text{ л} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \\ N &= 1 \text{ л. с.} = 736 \text{ вт}. \\ \hline \eta &= ? \\ \rho &= 700 \text{ кг/м}^3; \\ q &= 4,6 \cdot 10^7 \text{ дж/кг}. \end{aligned}$$

Решение. Из предыдущих задач известно, что к. п. д. двигателя $\eta = \frac{Nt}{qm}$, где $t = \frac{s}{v}$ — время пробега велосипедистом пути s , $m = \rho V$ — масса расходуемого бензина за время t . Тогда

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Ns}{\rho qvV}; \\ \eta &= \frac{736 \cdot 10^5}{700 \cdot 4,6 \cdot 10^7 \cdot 7 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}} = 0,22; \quad \eta \approx 22\%. \end{aligned}$$

25. Первая советская атомная электростанция вырабатывает в сутки 120 000 кВт · ч электроэнергии, расходуя всего 30 г ядерного «горючего». Во сколько раз больше сжигается топлива на тепловых электростанциях (к. п. д. равен 30%), работающих на торфе, для получения того же количества энергии?

Условие: $A = 120\,000 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 1,2 \cdot 3,6 \cdot 10^{11} \text{ Дж};$
 $m_1 = 30 \text{ г} = 0,03 \text{ кг};$
 $\eta = 0,3.$

$$\frac{m_2}{m_1} = ?$$

$$q = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}.$$

Решение. Для получения такого же количества энергии, какое вырабатывает первая советская АЭС, необходимо в сутки сжигать m_2 торфа на тепловых электростанциях с к. п. д. η :

$$A = Q = \eta q m_2,$$

откуда $m_2 = \frac{A}{\eta q}$. Тогда

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{A}{\eta q m_1};$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1,2 \cdot 3,6 \cdot 10^{11}}{0,3 \cdot 1,5 \cdot 10^7 \cdot 0,03} = 3,2 \cdot 10^6 \text{ (раз)}.$$

26. Первая советская АЭС мощностью 500 кВт расходует в сутки 30 г ядерного «горючего». Определить к. п. д. атомной электростанции (калорийность ядерного «горючего» принять равной $8,4 \cdot 10^{13} \text{ Дж/кг}$).

Условие: $N = 500 \text{ кВт} = 5 \cdot 10^5 \text{ Вт};$
 $t = 24 \cdot 3600 \text{ сек};$
 $m = 30 \text{ г} = 0,03 \text{ кг};$
 $q = 8,4 \cdot 10^{13} \text{ Дж/кг}.$

$$\eta = ?$$

Решение. Коэффициент полезного действия $\eta = \frac{A_1}{A_2}$. Полезная работа $A_1 = Nt$, а затрачиваемая работа $A_2 = Q = qm$. Следовательно,

$$\eta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{Nt}{qm};$$

$$\eta = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 24 \cdot 3600}{8,4 \cdot 10^{13} \cdot 0,03} = 0,017; \quad \eta = 1,7\%.$$

27. Подсчитать, какую работу совершит за 1 мин 4-цилиндровый двигатель трактора ДТ-54, если коленчатый вал его делает 1300 об/мин, среднее давление газов на поршень 5 кг/см², ход поршня 15,2 см, а площадь его 120 см².

Условие: $t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ сек};$
 $n = 1300 \text{ об/мин} = \frac{65}{3} \text{ об/сек};$
 $p = 5 \text{ кг/см}^2 = 4,9 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2;$
 $h = 15,2 \text{ см} = 0,152 \text{ м};$
 $S = 120 \text{ см}^2 = 0,012 \text{ м}^2.$

$$A = ?$$

Решение. За один рабочий ход поршня совершается работа

$$A_1 = Fh,$$

где $F = pS$ — сила давления газов на поршень. В 4-цилиндровом двигателе за два оборота коленчатого вала происходит четыре рабочих хода, а за один оборот — два. Поэтому работа четырех поршней за один оборот коленчатого вала

$$A_2 = 2A_1 = 2Fh = 2pSh;$$

$$A_2 = 2 \cdot 4,9 \cdot 10^5 \cdot 0,012 \cdot 0,152 \approx 1,8 \cdot 10^3 \text{ (дж)}.$$

Работа, совершаемая за время t ,

$$A = 1,8 \cdot 10^3 \cdot \frac{65}{3} = 39 \cdot 10^3 \text{ (дж)} = 39 \text{ (кдж)}.$$

28. Среднее давление пара в цилиндре паровой машины 10 кг/см^2 . Площадь поршня 200 см^2 , ход поршня 50 см , число оборотов в минуту 180. Найти мощность машины.

Условие:

$$\begin{aligned} p &= 10 \text{ кг/см}^2 = 9,8 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2; \\ S &= 200 \text{ см}^2 = 0,02 \text{ м}^2; \\ h &= 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}; \\ n &= 180 \text{ об/мин} = 3 \text{ об/сек.} \end{aligned}$$

$N = ?$

Решение. Для одного хода поршня

$$A = p \cdot \Delta V = pSh; \quad t = \frac{1}{2n}; \quad N = \frac{A}{t} = 2npSh.$$

Отсюда

$$N = 2 \cdot 3 \cdot 9,8 \cdot 10^5 \cdot 0,02 \cdot 0,5 \approx 59 \cdot 10^3 \text{ (вт)} = 59 \text{ (квт)}.$$

2 ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТВЕРДЫХ И ЖИДКИХ ТЕЛ

При нагревании возрастают средняя скорость движения молекул и среднее расстояние между ними, а значит, и тела изменяют свои размеры. С ростом температуры, как правило, размеры тела увеличиваются; охлаждение приводит к уменьшению его размеров.

Различают *линейное* и *объемное расширение* тел. Для твердых тел можно говорить как о линейном, так и об объемном расширении, а для жидкостей — только об объемном расширении.

Коэффициентом линейного расширения твердого тела называется величина, показывающая, на какую часть своей длины при 0°C увеличивается единица длины данного тела при нагревании его на 1 градус.

Зависимость длины твердого тела от температуры выражается формулой

$$l_t = l_0 (1 + \alpha t^\circ),$$

где α — коэффициент линейного расширения, l_0 — длина тела при 0°C , l_t — длина тела при температуре $t^\circ\text{C}$.

Зависимость объема твердых и жидких тел от температуры выражается формулой

$$V_t = V_0 (1 + \beta t^\circ),$$

где β — коэффициент объемного расширения, V_0 — объем тела при 0°C , V_t — объем тела при температуре $t^\circ\text{C}$.

Коэффициентом объемного расширения называется величина, показывающая, на какую часть своего объема при 0°C увеличивается единица объема данного тела при нагревании его на 1 градус.

При решении задач иногда приходится вычислять объем тела V_2 (или длину l_2) при температуре t_2° , если задан его объем V_1 (или длина l_1) при температуре t_1° . В данном случае следует, зная V_1 , найти V_0 , т. е. объем тела при 0°C :

$$V_0 = \frac{V_1}{1 + \beta t_1^{\circ}}.$$

Подставив значение V_0 в формулу

$$V_2 = V_0 (1 + \beta t_2^{\circ}).$$

в конечном итоге получим расчетную формулу

$$V_2 = V_1 \frac{1 + \beta t_2^{\circ}}{1 + \beta t_1^{\circ}}.$$

Для твердых тел вследствие малой величины β

$$\frac{1 + \beta t_2^{\circ}}{1 + \beta t_1^{\circ}} \approx 1 + \beta (t_2^{\circ} - t_1^{\circ}),$$

что приводит к используемым на практике формулам:

$$l_2 = l_1 [1 + \alpha (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})];$$

$$V_2 = V_1 [1 + \beta (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})]$$

Для жидкостей, у которых β сравнительно велико, применение этой формулы объемного расширения приводит к неточностям. Для газов же такое упрощение совершенно недопустимо.

В таблицах обычно не дают значений коэффициентов объемного расширения твердых тел, а при решении задач пользуются значениями $\beta = 3\alpha$.

Плотность вещества при температуре $t^{\circ}\text{C}$

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta t^{\circ}},$$

где ρ_0 — плотность тела при 0°C .

1. Железный метеорит находится на поверхности Луны. В лунный полдень его температура поднимается до 120°C , при этом максимальная длина метеорита 2 м. Какова его длина в лунную полночь, когда температура железного метеорита спускается до -150°C ?

У с л о в и е:

$$l_2 = 2 \text{ м};$$

$$t_2^{\circ} = 120^{\circ}\text{C};$$

$$t_1^{\circ} = -150^{\circ}\text{C}.$$

$$l_1 = ?$$

$$\alpha = 0,000012 \text{ град}^{-1}.$$

Р е ш е н и е. Для определения максимальной длины метеорита при температуре -150°C воспользуемся формулой

$$l_2 = l_1 [1 + \alpha (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})],$$

откуда

$$l_1 = \frac{l_2}{1 + \alpha (t_2^\circ - t_1^\circ)};$$
$$l_1 = \frac{2}{1 + 0,000012 \cdot 270} = 1,994 \text{ (м)}.$$

2. Длина металлического стержня при температуре 20°C $500,12 \text{ мм}$; после нагревания его до 100°C длина стержня стала $500,6 \text{ мм}$. Определить, из какого материала сделан стержень.

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} l_1 &= 500,12 \text{ мм} = 500,12 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \\ t_1^\circ &= 20^\circ\text{C}; \\ l_2 &= 500,6 \text{ мм} = 500,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \\ t_2^\circ &= 100^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

α — ?

Решение. Из формулы

$$l_2 = l_1 [1 + \alpha (t_2^\circ - t_1^\circ)]$$

найдем коэффициент линейного расширения металлического стержня:

$$\alpha = \frac{l_2 - l_1}{l_1 (t_2^\circ - t_1^\circ)};$$
$$\alpha = \frac{500,6 \cdot 10^{-3} - 500,12 \cdot 10^{-3}}{500,12 \cdot 10^{-3} (100 - 20)} = 0,000012 \text{ (град}^{-1}\text{)}.$$

Таким образом, стержень сделан из железа (см. табл. 13).

3. Алюминиевый цилиндр при обточке на токарном станке нагревается до 50°C . Диаметр цилиндра при 15°C должен быть 100 мм . Какую необходимо вносить поправку на тепловое расширение при изменении диаметра цилиндра в нагретом состоянии?

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} t_1^\circ &= 15^\circ\text{C}; \\ l_1 &= 100 \text{ мм} = 0,1 \text{ м}; \\ t_2^\circ &= 50^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Δl — ?

$$\alpha = 0,000024 \text{ град}^{-1}.$$

Решение. Пользуясь формулой линейного расширения тел

$$l_2 = l_1 [1 + \alpha (t_2^\circ - t_1^\circ)],$$

определяем

$$\Delta l = l_2 - l_1 = l_1 \alpha (t_2^\circ - t_1^\circ);$$

$$\Delta l = 0,1 \cdot 0,000024 \cdot (50 - 15) = 8,4 \cdot 10^{-5} \text{ (м)} = 0,084 \text{ (мм)}.$$

4. Стальной болт диаметром 10 мм при температуре 15°C пришлифован к алюминиевой трубке. Какой зазор образуется между ними при 65°C ?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } l_1 &= 10 \text{ мм} = 10^{-2} \text{ м}; \\ t_1^{\circ} &= 15^{\circ}\text{C}; \\ t_2^{\circ} &= 65^{\circ}\text{C}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta l &= ? \\ \alpha_1 &= 0,000024 \text{ град}^{-1}; \\ \alpha_2 &= 0,000011 \text{ град}^{-1}. \end{aligned}$$

Решение. Полые тела расширяются так же, как и сплошные. Поэтому линейные расширения болта и трубки рассчитаем по следующим формулам:

$$\begin{aligned} l'_2 &= l_1 [1 + \alpha_2 (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})]; \\ l'_2 &= l_1 [1 + \alpha_1 (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})]. \end{aligned}$$

Вычитая из второго уравнения первое, найдем

$$\begin{aligned} \Delta l &= l'_2 - l_2 = l_1 (\alpha_1 - \alpha_2) (t_2^{\circ} - t_1^{\circ}); \\ \Delta l &= 10^{-2} \cdot (0,000024 - 0,000011) \cdot (65 - 15) = \\ &= 6,5 \cdot 10^{-6} \text{ (м)} = 0,0065 \text{ (мм)}. \end{aligned}$$

5. Латунный метр при 25°C длиннее железного на $0,007 \text{ см}$. При какой температуре длины их будут одинаковы?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } \Delta l &= l_2 - l_1 = 0,00007 \text{ м}; \\ t_1^{\circ} &= 25^{\circ}\text{C}; \\ l_0 &= 1 \text{ м}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_2^{\circ} &= ? \\ \alpha_1 &= 0,000012 \text{ град}^{-1}; \\ \alpha_2 &= 0,000019 \text{ град}^{-1}. \end{aligned}$$

Решение. Обозначим величины, относящиеся к железному метру, индексом «1», а к латунному — «2». На основании формул линейного расширения находим:

$$\begin{aligned} l'_1 &= l_1 [1 + \alpha_1 (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})]; \\ l'_2 &= l_2 [1 + \alpha_2 (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})]. \end{aligned}$$

Так как $l'_1 = l'_2$, то

$$l_1 [1 + \alpha_1 (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})] = l_2 [1 + \alpha_2 (t_2^{\circ} - t_1^{\circ})].$$

Отсюда

$$t_2^{\circ} - t_1^{\circ} = \frac{l_2 - l_1}{l_1 \alpha_1 - l_2 \alpha_2},$$

где $l_1 = l_0 (1 + \alpha_1 t_1^{\circ})$ и $l_2 = l_0 (1 + \alpha_2 t_2^{\circ})$. Подставляя в знаменатель предыдущего уравнения вместо l_1 и l_2 их значения, получим

$$t_2^{\circ} = t_1^{\circ} + \frac{l_2 - l_1}{l_0 t_1^{\circ} (\alpha_1 - \alpha_2)};$$

$$t_2^{\circ} = 25 + \frac{0,00007}{1 \cdot 25 \cdot (0,000012 - 0,000019)} = 24,6^{\circ}\text{C}.$$

6. Латунный стержень длиной 100 см при температуре 20°C одним концом зажат неподвижно, а другим упирается в корот-

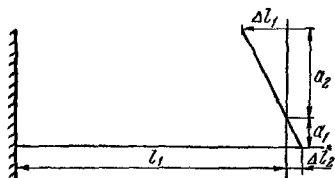


Рис 49.

кое плечо перпендикулярно к нему установленного рычага первого рода. Отношение плеч рычага 1:20. При нагревании стержня до 100°C конец длинного плеча рычага переместился на 3,04 см (рис. 49). Определить коэффициент линейного расширения латуни.

Условие: $l_1 = 100 \text{ см} = 1 \text{ м};$
 $t_1^0 = 20^\circ\text{C};$
 $t_2^0 = 100^\circ\text{C};$
 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{20};$
 $\Delta l_1 = 3,04 \text{ см} = 3,04 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$
 $\alpha = ?$

Решение. Для определения коэффициента линейного расширения воспользуемся формулой

$$l_2 = l_1 [1 + \alpha (t_2^0 - t_1^0)],$$

откуда

$$\alpha = \frac{l_2 - l_1}{l_1 (t_2^0 - t_1^0)},$$

где $l_2 - l_1 = \Delta l_2$ — удлинение стержня. При нагревании от t_1^0 до t_2^0 латунный стержень удлиняется на величину Δl_2 , которую можно найти из пропорции

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Отсюда

$$\Delta l_2 = \frac{a_1}{a_2} \Delta l_1 = \frac{1}{20} \Delta l_1.$$

Следовательно,

$$\alpha = \frac{\Delta l_1}{20 l_1 (t_2^0 - t_1^0)};$$

$$\alpha = \frac{3,04 \cdot 10^{-2}}{20 \cdot 1 \cdot 80} = 0,000019 \text{ (град}^{-1}\text{)}.$$

7. Масса куса меди 875 г. Определить, при какой температуре этот кусок меди будет иметь объем 100 см³.

Условие: $m = 875 \text{ г} = 0,875 \text{ кг};$
 $V_2 = 100 \text{ см}^3 = 10^{-4} \text{ м}^3.$
 $t_2^0 = ?$
 $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$
 $\beta = 0,000051 \text{ град}^{-1};$
 $t_1^0 = 20^\circ\text{C}.$

Решение. При температуре 20°C плотность меди $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Зная, что $m = \rho V_1$, можно определить объем куска меди при этой температуре: $V_1 = \frac{m}{\rho}$. Подставив это значение V_1 в формулу объемного расширения

$$V_2 = V_1 [1 + \beta (t_2^\circ - t_1^\circ)],$$

получим

$$\rho V_2 = m [1 + \beta (t_2^\circ - t_1^\circ)].$$

Отсюда найдем температуру, при которой кусок меди будет иметь объем 100 см^3 :

$$t_2^\circ = \frac{\rho V_2 - m}{\beta m} + t_1^\circ$$

$$t_2^\circ = \frac{8,9 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} - 0,875}{0,000051 \cdot 0,875} + 20 \approx 360^\circ\text{C}.$$

8. Как изменится период колебания стального маятника стальных часов при увеличении температуры на 10°C ? На сколько будут отставать или убежать за сутки часы? Считать, что полный период колебания маятника часов 2 сек .

Условие. $\Delta t^\circ = 10^\circ\text{C};$
 $T_0 = 2 \text{ сек}.$
 $\Delta T = ? \quad t = ?$
 $\alpha = 0,000011 \text{ град}^{-1}.$

Решение. При изменении температуры длина маятника

$$l = l_0 (1 + \alpha \Delta t^\circ), \text{ а } \frac{l}{l_0} = 1 + \alpha \Delta t^\circ.$$

Период колебания маятника

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}.$$

С увеличением длины маятника при повышении температуры на Δt° он становится равным

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Отсюда

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{l}{l_0}} = \sqrt{1 + \alpha \cdot \Delta t^\circ}.$$

Тогда $T = T_0 \sqrt{1 + \alpha \cdot \Delta t^\circ}$, а изменение периода колебаний

$$\Delta T = T - T_0 = T_0 (\sqrt{1 + \alpha \cdot \Delta t^\circ} - 1);$$

$$\Delta T = 2 (\sqrt{1 + 0,000011 \cdot 10} - 1) = 6 \cdot 10^{-5} \text{ (сек)}.$$

Изменение хода часов за сутки $t = N \cdot \Delta T$, где N — полное чи-

сло колебаний маятника за сутки при правильном ходе часов.
По условию задачи $N = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{T_0}$. Тогда

$$t = N \cdot \Delta T;$$

$$t = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{2} \cdot 6 \cdot 10^{-5} = 2,6 \text{ (сек)}.$$

Период колебания возрастет на $6 \cdot 10^{-5}$ сек, а часы за сутки отстанут на 2,6 сек.

9. Какова будет разница в объеме спирта и ртути при 0°C , если при температуре 25°C они взяты в одинаковом объеме, равном 100 см^3 ?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad V = 100 \text{ см}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3; \\ \quad t_0^\circ = 0^\circ\text{C}; \\ \quad t^\circ = 25^\circ\text{C}. \\ \hline \Delta V = ? \\ \quad \beta_1 = 0,0011 \text{ град}^{-1}; \\ \quad \beta_2 = 0,00018 \text{ град}^{-1}. \end{array}$$

Решение. Обозначим через V_{01} объем спирта при 0°C , через V_{02} — объем ртути при 0°C . Из формул объемного расширения тел $V = V_{01}(1 + \beta_1 t^\circ)$ и $V = V_{02}(1 + \beta_2 t^\circ)$ следует, что

$$V_{02} = \frac{V}{1 + \beta_2 t^\circ}; \quad V_{01} = \frac{V}{1 + \beta_1 t^\circ},$$

а

$$\Delta V = V_{02} - V_{01} = \frac{V(\beta_1 - \beta_2) t^\circ}{(1 + \beta_1 t^\circ)(1 + \beta_2 t^\circ)};$$

$$\Delta V = \frac{10^{-3} \cdot 0,00092 \cdot 25}{(1 + 0,0011 \cdot 25) \cdot (1 + 0,00018 \cdot 25)} = 22,3 \cdot 10^{-6} (\text{м}^3) = 22,3 (\text{см}^3).$$

10. Стеклянная колба, внутренний объем которой при температуре 0°C 1000 см^3 , наполнена до самых краев ртутью. Сколько ртути выльется из колбы при повышении температуры до 60°C ? Расширением колбы при нагревании пренебречь.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad V_0 = 1000 \text{ см}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3; \\ \quad t^\circ = 60^\circ\text{C}; \\ \quad t_0^\circ = 0^\circ\text{C}. \\ \hline m = ? \\ \quad \beta = 0,00018 \text{ град}^{-1}; \\ \quad \rho_0 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \end{array}$$

Решение. Масса вылившейся ртути определяется по формуле $m = \rho_t \Delta V$, где ΔV — увеличение объема ртути при повышении температуры от t_0° до t° . Плотность ртути при t°

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta t^\circ},$$

где ρ_0 — плотность ртути при 0°C . Из формулы $V_t = V_0(1 + \beta t^\circ)$ находим

$$\Delta V = V_t - V_0 = V_0 \beta t^\circ.$$

Таким образом,

$$m = \rho_t \Delta V = \rho_0 \frac{V_0 \beta t^\circ}{1 + \beta t^\circ};$$

$$m = 13,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{10^{-3} \cdot 0,00018 \cdot 60}{1 + 0,00018 \cdot 60} = 145 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}.$$

11. Стеклянная колба вмещает 330 г ртути при 0°C и 325 г при 100°C . Определить коэффициент линейного расширения стекла.

Условие: $m = 330 \text{ г} = 0,33 \text{ кг};$
 $m_1 = 325 \text{ г} = 0,325 \text{ кг};$
 $t^\circ = 100^\circ\text{C}.$

$$\alpha = ?$$

$$\beta_1 = 0,00018 \text{ град}^{-1}.$$

Решение. Объем ртути в колбе при 0°C

$$V_0 = \frac{m}{\rho_0},$$

а при 100°C

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_t} = \frac{m_1(1 + \beta_1 t^\circ)}{\rho_0},$$

где β_1 — коэффициент объемного расширения ртути; ρ_0 — плотность ртути при 0°C . Если учесть, что при 0°C объем колбы V_0 , а после нагревания до t° объем ее

$$V_1 = V_0(1 + \beta_2 t^\circ) \text{ или } \frac{m_1(1 + \beta_1 t^\circ)}{\rho_0} = \frac{m}{\rho_0}(1 + \beta_2 t^\circ)$$

(где β_2 — коэффициент объемного расширения стекла), то

$$\beta_2 = \frac{m_1(1 + \beta_1 t^\circ) - m}{m t^\circ};$$

$$\beta_2 = \frac{0,325 \cdot (1 + 0,00018 \cdot 100) - 0,33}{0,33 \cdot 100} = 0,000026 \text{ (град}^{-1}\text{)}.$$

Так как коэффициенты α и β_2 связаны между собой простым соотношением $\beta_2 = 3\alpha$, то

$$\alpha \approx 0,000009 \text{ град}^{-1}.$$

12. На дне сосуда, наполненного жидкостью, лежит тело A . Коэффициент объемного расширения тела β_1 , коэффициент объемного расширения жидкости β_2 . Найти, во сколько раз изменится выталкивающая сила, действующая на тело, если температуру тела и жидкости повысить на t° (рис. 50).

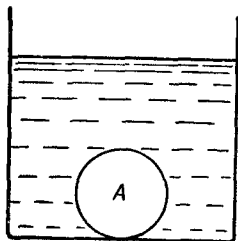


Рис 50.

Решение. На тело A , погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила $F_1 = \rho_0 V_0 g$, где ρ_0 — плотность жидкости при данной температуре, а V_0 — объем тела. При нагревании объем тела $V = V_0(1 + \beta_1 t^\circ)$ увеличится, а плотность жидкости уменьшится, т. е.

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_2 t^\circ}.$$

При повышении температуры тела и жидкости на t° выталкивающая сила

$$F_2 = \rho V g = \rho_0 V_0 g \frac{1 + \beta_1 t^\circ}{1 + \beta_2 t^\circ}.$$

Найдем изменение выталкивающей силы:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1 + \beta_1 t^\circ}{1 + \beta_2 t^\circ}.$$

Так как обычно $\beta_1 < \beta_2$, то при нагревании выталкивающая сила будет уменьшаться.

3. СВОЙСТВА ГАЗОВ

Для характеристики состояния газа вводят специальные физические величины, называемые *параметрами состояния*. В качестве параметров состояния выбирают три величины: объем газа V , температуру его t° и давление p , производимое газом на стенки сосуда, в котором он заключен. Это давление объясняется ударами движущихся молекул.

Процесс, при котором температура поддерживается неизменной ($T = \text{const}$), называется *изотермическим*. Если сохраняется постоянным давление ($p = \text{const}$), то процесс называется *изобарическим*. При сохранении постоянного объема газа ($V = \text{const}$) процесс называется *изохорическим*.

Закон Бойля — Мариотта: произведение объема данной массы газа на его давление при неизменной температуре есть величина постоянная, т. е.

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \text{ или } pV = \text{const.}$$

При изотермическом процессе плотность газа прямо пропорциональна его давлению:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

При изобарическом процессе объем газа в зависимости от температуры определяется по формуле (закон Гей-Люссака)

$$V_t = V_0 (1 + \beta_V t^\circ),$$

где V_0 — объем газа при 0°C , V_t — объем при температуре t° , β_V — коэффициент объемного расширения газа. Для всех газов

$$\beta_V = \frac{1}{273} \text{ град}^{-1}.$$

Шарль установил, что давление данной массы газа при нагревании на 1° при постоянном объеме увеличивается на $\frac{1}{273}$ того давления, которым обладал газ при 0°C :

$$p_t = p_0 (1 + \beta_p t^\circ),$$

где p_0 и p_t — давления газа соответственно при температурах 0° и $t^\circ\text{C}$, β_p — термический коэффициент давления газа. Для всех газов $\beta_p = \frac{1}{273} \text{ град}^{-1}$.

Связь между температурой по шкале Кельвина и шкале Цельсия устанавливается следующим соотношением:

$$T_{\text{абс}} = 273^\circ + t^\circ\text{C}.$$

Если температуру газа выразить по абсолютной шкале температур, то формулы законов Гей-Люссака и Шарля значительно упростятся.

Закон Гей-Люссака: объем некоторой массы газа при постоянном давлении прямо пропорционален абсолютной температуре:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ или } \frac{V}{T} = \text{const при } p = \text{const.}$$

Закон Шарля: давление данной массы газа, заключенного в постоянный объем, прямо пропорционально абсолютной температуре.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ или } \frac{p}{T} = \text{const при } V = \text{const}$$

Объединенный закон газового состояния: для данной массы газа произведение давления на объем, деленное на абсолютную температуру, постоянно при всех изменениях, происходящих с газом:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ или } \frac{pV}{T} = \text{const.}$$

1. В газовом баллоне емкостью $0,01 \text{ м}^3$ находится газ под давлением 20 кг/см^2 . Какой объем займет газ, если, не изменяя его температуры, открыть вентиль баллона? Окончательное давление 1 кг/см^2 .

Условие: $V_1 = 0,01 \text{ м}^3$;
 $p_1 = 20 \text{ кг/см}^2 = 20 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$;
 $p_2 = 1 \text{ кг/см}^2 = 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$.
 $V_2 = ?$

Решение. По условию задачи температура газа не меняется, поэтому происходит изотермическое изменение состояния газа. Используя закон Бойля—Мариотта $p_1 V_1 = p_2 V_2$, находим

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2};$$

$$V_2 = \frac{20 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \cdot 0,01}{0,98 \cdot 10^5} = 0,2 \text{ (м}^3\text{)}.$$

2. Газ изотермически сжат от первоначального объема $0,15 \text{ м}^3$ до объема $0,10 \text{ м}^3$. Давление его при этом повысилось на 2 кг/см^2 . Каково первоначальное давление газа?

Условие: $V_1 = 0,15 \text{ м}^3$;
 $V_2 = 0,10 \text{ м}^3$;
 $\Delta p = 2 \text{ кг/см}^2 = 2 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$.
 $p_1 = ?$

Решение. По закону Бойля—Мариотта $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Но $p_2 = p_1 + \Delta p$, поэтому $p_1 V_1 = (p_1 + \Delta p) V_2$, откуда

$$p_1 = \frac{\Delta p \cdot V_2}{V_1 - V_2};$$

$$p_1 = \frac{2 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \cdot 0,10}{0,15 - 0,10} \approx 3,9 \cdot 10^5 \text{ (н/м}^2\text{)}.$$

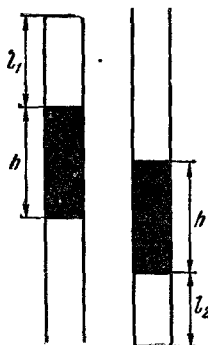


Рис. 51.

3. Как велико атмосферное давление, если при длине ртутного столбика $12,5 \text{ см}$ в тонкой трубке (рис. 51) длина столбика воздуха в первом положении 7 см , а во втором — 5 см ?

Условие: $h = 12,5 \text{ см}$;
 $l_1 = 7 \text{ см}$;
 $l_2 = 5 \text{ см}$.
 $p_{\text{атм}} = ?$

Решение. В первом случае давление воздуха внутри трубки $p_1 = p_{\text{атм}} - h$. Во втором случае $p_2 = p_{\text{атм}} + h$. По закону Бойля—Мариотта

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

где $V_1 = S l_1$, $V_2 = S l_2$. Тогда

$$(p_{\text{атм}} - h) S l_1 = (p_{\text{атм}} + h) S l_2,$$

откуда

$$p_{\text{атм}} = \frac{h(l_1 + l_2)}{l_1 - l_2};$$

$$p_{\text{атм}} = \frac{12,5 \cdot 12}{2} = 75 \text{ (см рт. ст.)}.$$

4. Сжатый воздух подается в газгольдер объемом 5 м^3 . За какое время его накачают до давления 7 кг/см^2 , если компрессор засасывает $5,5 \text{ м}^3$ атмосферного воздуха в минуту при давлении 1 кг/см^2 ? Температуру считать постоянной.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } V_2 &= 5 \text{ м}^3; \\ p_2 &= 7 \text{ кг/см}^2 = 7 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2; \\ V_1 &= 5,5 \text{ м}^3/\text{мин} = \frac{1,1}{12} \text{ м}^3/\text{сек}; \\ p_1 &= 1 \text{ кг/см}^2 = 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2. \\ \hline t &= ? \end{aligned}$$

Решение. Для накачивания воздуха в газгольдер до давления p_2 компрессор работает в течение времени t . Объем засасываемого воздуха $V'_1 = V_1 t$ при давлении p_1 . Когда этот воздух накачали в газгольдер, он занял объем V_2 и давление его стало p_2 . На основании закона Бойля—Мариотта

$$p_1 V'_1 = p_2 V_2 \text{ или } p_1 V_1 t = p_2 V_2,$$

откуда

$$t = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1};$$

$$t = \frac{7 \cdot 0,98 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 12}{0,98 \cdot 10^5 \cdot 1,1} \approx 380 \text{ (сек)}.$$

5. Открытая стеклянная трубка длиной 40 см наполовину погружена в ртуть. Когда верхний конец трубки закрыли и подняли ее до уровня ртути в сосуде, то высота уровня ртути в трубке оказалась равной 15 см . Каково атмосферное давление во время опыта?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } l &= 40 \text{ см}; \\ l_1 &= 15 \text{ см}. \\ \hline H &= ? \end{aligned}$$

Решение. По закону Бойля—Мариотта

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

где $p_1 = H$ — равное атмосферному давление воздуха над ртутью до закрытия отверстия, а $V_1 = \frac{l}{2} S$ — его объем; $p_2 = H - l_1$ и $V_2 = (l - l_1) S$ — соответственно давление и объем воздуха над

ртутию после того, как ее закрыли и подняли до уровня ртути в сосуде. В предыдущее выражение $p_1 V_1 = p_2 V_2$ вместо p_1 , p_2 , V_1 и V_2 подставим их значения:

$$H \frac{l}{2} S = (H - l_1) (l - l_1) S.$$

Отсюда

$$H = \frac{2l_1(l - l_1)}{l - 2l_1},$$

$$H = \frac{30 \cdot 25}{10} = 75 \text{ (см рт. ст.)}.$$

6. Сколькими взмахами поршневого насоса емкостью 200 см^3 можно откачать стеклянный баллон, емкость которого 1 л , до давления $0,1 \text{ мм рт. ст.}$, если первоначальное давление в баллоне 760 мм рт. ст. ?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } V_0 = 200 \text{ см}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3; \\ V = 1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3; \\ p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2; \\ p_n = 0,1 \text{ мм рт. ст.} = 13,3 \text{ н/м}^2. \\ \hline n = ? \end{array}$$

Решение. На основании закона Бойля—Мариотта $pV = \text{const}$. После первого взмаха поршня

$$p_0 V = p_1 (V + V_0); \quad p_1 = p_0 \frac{V}{V + V_0}.$$

После второго взмаха поршня

$$p_1 V = p_2 (V + V_0); \quad p_2 = p_1 \frac{V}{V + V_0} = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2.$$

После n взмахов

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^n,$$

откуда

$$\frac{p_n}{p_0} = \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^n, \quad \text{а } \lg \frac{p_n}{p_0} = n \lg \frac{V}{V + V_0}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} n &= \frac{\lg \frac{p_n}{p_0}}{\lg \frac{V}{V + V_0}}; \\ n &= 49 \text{ (взмахов)}. \end{aligned}$$

7. Сколько качаний надо сделать, чтобы при помощи насоса, захватывающего при каждом качании 40 см^3 воздуха, наполнить пустую камеру шины велосипеда настолько, чтобы площадь ее соприкосновения с дорогой была 60 см^2 ? Нагрузку на колесо

считать равной 35 кг. Объем камеры 2000 см³. Давление воздуха считать нормальным атмосферным, а температуру — постоянной.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } V_1 &= 40 \text{ см}^3 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3; \\ S &= 60 \text{ см}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2; \\ P &= 35 \text{ кг} = 340 \text{ н}; \\ p_0 &= 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2; \\ V &= 2000 \text{ см}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3. \end{aligned}$$

$$n = ?$$

Решение. На основании закона Бойля—Мариотта

$$p_0 V_1 n = (p_0 + p) V,$$

где p_0 — нормальное атмосферное давление, V_1 — объем воздуха, захватываемого насосом при каждом качании, n — число качаний насоса; p — давление, создаваемое нагрузкой на колесо. Отсюда

$$n = \frac{(p_0 + p) V}{p_0 V_1}. \text{ А так как } p = \frac{P}{S}, \text{ то}$$

$$n = \frac{\left(1,01 \cdot 10^5 + \frac{340}{6 \cdot 10^{-3}}\right) \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{1,01 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-5}} = 78 \text{ (качаний)}.$$

8. Под колпаком воздушного насоса емкостью 200 см³ находится воздух под давлением 750 мм рт. ст. Из-под колпака разрежающим насосом емкостью 50 см³ откачивают воздух. Определить давление воздуха под колпаком после пяти ходов поршня.

$$\begin{aligned} \text{Условие. } V &= 200 \text{ см}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3; \\ V_1 &= 50 \text{ см}^3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3; \\ p_0 &= 750 \text{ мм рт. ст.} = 10^5 \text{ н/м}^2; \\ n &= 5 \end{aligned}$$

$$p_n = ?$$

Решение. После первого поднятия поршня воздух займет объем $V + V_1$, где V — объем колпака, а V_1 — объем цилиндра. Давление воздуха p_1 под колпаком после одного хода поршня определяется из уравнения Бойля—Мариотта $p_0 V = p_1 (V + V_1)$:

$$p_1 = \frac{p_0 V}{V + V_1}.$$

После второго хода поршня объем воздуха останется прежним: $V + V_1$. Из закона Бойля—Мариотта $p_1 V = p_2 (V + V_1)$, подставив сюда вместо p_1 его значение, найдем

$$p_2 = p_0 \left(\frac{V}{V + V_1} \right)^2.$$

Рассуждая аналогично, определим давление после третьего хода поршня

$$p_3 = p_0 \left(\frac{V}{V + V_1} \right)^3.$$

Давление после n ходов поршня

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{V + V_1} \right)^n;$$

$$p_n = 10^5 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-5}} \right)^5 = 4,1 \cdot 10^4 \text{ (н/м}^2\text{)}.$$

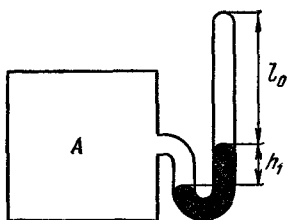


Рис. 52.

9. Сосуд A (рис. 52) соединен с манометрической трубкой с запаянным концом. При давлении в сосуде A , равном 1 кг/см^2 , разность уровней в коленях манометра 10 см , расстояние от поверхности ртути до запаянного конца трубки 20 см . Какова будет разность уровней в трубке манометра, если в сосуде A давление довести до $1,36 \text{ кг/см}^2$? Температуру считать постоянной.

Условие:

$$p_1 = 1 \text{ кг/см}^2 = 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2;$$

$$p_2 = 1,36 \text{ кг/см}^2 = 1,33 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2;$$

$$h_1 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$$

$$l_0 = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}.$$

$$h_2 = ?$$

$$\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. На основании закона Бойля—Мариотта для воздуха, находящегося в запаянном конце трубки, получим, что $p_0 V_0 = pV$. Объемы можем заменить соответствующими расстояниями от поверхности ртути до запаянного конца. Тогда $p_0 l_0 = pl$,

где $l = l_0 - \frac{h_2 - h_1}{2}$, $p_0 = p_1 - \rho g h_1$, $p = p_2 - \rho g h_2$. Отсюда

$$(p_1 - \rho g h_1) l_0 = (p_2 - \rho g h_2) \left(l_0 - \frac{h_2 - h_1}{2} \right).$$

Решением этого уравнения являются два корня: один, равный $1,3 \text{ м}$, не удовлетворяет условию задачи, а другой, приближенно равный $0,19 \text{ м}$, оказывается ответом.

10. Сосуд разделен перегородкой на две части объемом V_1 и V_2 . В первой части находится некоторый газ под давлением p_1 , а во второй—другой газ под давлением p_2 . Какое давление установится в сосуде после удаления перегородки? Температура поддерживается постоянной.

Решение. После удаления перегородки газ из первой части займет весь объем $V_1 + V_2$, вследствие чего давление его упадет до

$$p'_1 = \frac{p_1 V_1}{V_1 + V_2}.$$

Давление второго газа по тем же соображениям упадет до

$$p'_2 = \frac{p_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

Полное давление равно сумме парциальных давлений отдельных газов:

$$p = p'_1 + p'_2 = \frac{p_1 V_1}{V_1 + V_2} + \frac{p_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

11. В воде на глубине 1 м находится шарообразный пузырек воздуха. На какой глубине этот пузырек сожмется в шарик вдвое меньшего радиуса? Атмосферное давление нормальное.

Условие. $h = 1$ м;

$$p_{\text{атм}} = 1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2.$$

$$h_x = ?$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3;$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. В воде на глубине 1 м пузырек воздуха занимает объем

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

и находится под давлением

$$p_1 = p_{\text{атм}} + \rho g h,$$

а на глубине h_x соответственно объем и давление воздуха внутри пузырька станут равными

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^3 \text{ и } p_2 = p_{\text{атм}} + \rho g h_x.$$

По закону Бойля — Мариотта $p_1 V_1 = p_2 V_2$ или

$$(p_{\text{атм}} + \rho g h) \frac{4}{3} \pi r^3 = (p_{\text{атм}} + \rho g h_x) \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3,$$

откуда

$$h_x = \frac{7p_{\text{атм}} + 8\rho g h}{\rho g};$$

$$h_x = \frac{7 \cdot 1,01 \cdot 10^5 + 8 \cdot 1000 \cdot 9,8 \cdot 1}{1000 \cdot 9,8} = 80 \text{ (м)}.$$

12. Тяжелый колокол в форме цилиндрического стакана опускается в воду на глубину 0,5 км. На сколько поднимется вода в колоколе, если высота его 2 м? Плотность воды считать всюду одинаковой и равной 10^3 кг/м^3 , а начальное давление внутри колокола (до опускания его в воду) — равным 10^5 н/м^2 .

Условие: $h = 0,5 \text{ км} = 500 \text{ м};$
 $l = 2 \text{ м};$
 $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3;$
 $p_{\text{атм}} = 10^5 \text{ н/м}^2.$

 $l_x = ?$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. До погружения колокола в воду давление воздуха в нем $p_1 = p_{\text{атм}}$ и объем $V_1 = Sl$, где S — площадь поперечного сечения колокола. После погружения колокола в воду на глубину h давление и объем воздуха в нем изменятся:

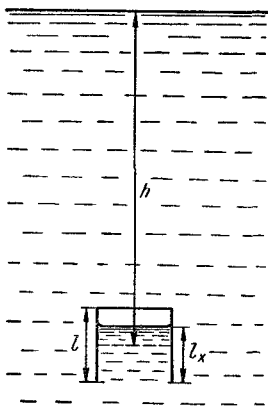


Рис 53.

$$p_2 = p_{\text{атм}} + \rho gh \text{ и } V_2 = S(l - l_x),$$

где l_x — высота, на которую поднимется вода в колоколе (рис. 53). На основании закона Бойля — Мариотта $p_1 V_1 = p_2 V_2$ или

$$p_{\text{атм}} Sl = (p_{\text{атм}} + \rho gh) S(l - l_x).$$

Отсюда

$$l_x = \frac{\rho gh l}{p_{\text{атм}} + \rho gh};$$

$$l_x = \frac{10^3 \cdot 9,8 \cdot 500 \cdot 2}{10^5 + 10^3 \cdot 9,8 \cdot 500} = 1,96 \text{ (м)}.$$

13. Углекислый газ при температуре 30°C занимает объем 600 см^3 . Каков будет объем этого газа при том же давлении и температуре 0°C ?

Условие: $V_1 = 600 \text{ см}^3 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$
 $T_0 = 273^\circ\text{K};$
 $T_1 = 273^\circ + 30^\circ = 303^\circ\text{K}.$

 $V_0 = ?$

Решение. В данном случае происходит изобарическое изменение состояния газа. Поэтому $\frac{V_0}{V_1} = \frac{T_0}{T_1}$, откуда

$$V_0 = V_1 \cdot \frac{T_0}{T_1};$$

$$V_0 = 6 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{273}{303} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ (м}^3\text{)}.$$

14. Стеклоанная открытая колба объемом 500 см^3 , содержащая воздух, нагревается до 227°C . После этого ее горлышко опускается в воду. Какое количество воды будет затянато в колбу, когда ее температура понизится до 27°C ?

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} V_2 &= 500 \text{ см}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3; \\ T_2 &= 273^\circ + 227^\circ = 500^\circ \text{K}; \\ T_1 &= 273^\circ + 27^\circ = 300^\circ \text{K}. \end{aligned}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Решение. Считаем, что давление воздуха в колбе постоянно, т. е. $p = \text{const}$. Тогда по закону Гей-Люссака

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

где V_1 — объем воздуха в колбе, опущенной горлышком в воду, при температуре T_1 . В результате понижения температуры при постоянном давлении происходит уменьшение объема воздуха в колбе на величину

$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_2 \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_2}.$$

Такой объем ΔV займет вода в колбе. Найдем количество воды, находящейся в колбе при температуре T_1 :

$$m = \rho \cdot \Delta V = \rho V_2 \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_2};$$

$$m = 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{200}{500} = 0,2 \text{ (кг)}.$$

15. Стекланный шар с припаянной к нему узкой горизонтальной трубкой, нагретой до 327°C , соприкасается с каплей ртути (рис. 54), отделяющей внутренний объем шара 10 см^3 от внешнего пространства. До какой температуры необходимо охладить шар, чтобы в него вошло $45,3 \text{ г}$ ртути?

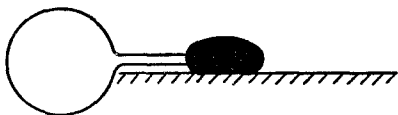


Рис 54

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} V_1 &= 10 \text{ см}^3 = 10^{-5} \text{ м}^3; \\ T_1 &= 273^\circ + 327^\circ = 600^\circ \text{K}; \\ m &= 45,3 \text{ г} = 45,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}. \end{aligned}$$

$$T_2 = ?$$

$$\rho = 13,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Решение. Процесс охлаждения воздуха внутри шара будет изобарическим. Количество вошедшей в шар ртути $m = \rho \cdot \Delta V$, где ρ — плотность ртути, ΔV — изменение объема воздуха в шаре вследствие его охлаждения от T_1 до T_2 ($p = \text{const}$). Это изменение найдем на основе закона Гей-Люссака

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ или } \frac{V_1 - V_2}{V_2} = \frac{T_1 - T_2}{T_2},$$

откуда

$$\Delta V = V_1 - V_2 = V_2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_2} = V_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Подставив полученное значение ΔV в формулу $m = \rho \Delta V$, находим

$$m = \rho V_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Отсюда

$$T_2 = \frac{\rho V_1 T_1 - m T_1}{\rho V_1},$$

$$T_2 = \frac{13,55 \cdot 10^3 \cdot 10^{-5} \cdot 600 - 45,3 \cdot 10^{-3} \cdot 600}{13,55 \cdot 10^3 \cdot 10^{-5}} \approx 400^\circ \text{K}.$$

16. Газовый термометр состоит из стеклянного шара объемом 273 см^3 с припаянной к нему узкой горизонтальной трубкой, в которой находится капелька ртути, отделяющая внутренний объем от внешнего пространства. Сечение трубки $0,1 \text{ см}^2$. На какое расстояние переместится капелька при нагревании шара до 10°C , если при 0°C расстояние ее от основания трубки 30 см ?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } V &= 273 \text{ см}^3 = 2,73 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3; \\ S &= 0,1 \text{ см}^2 = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \\ T_1 &= 273^\circ \text{K}; \\ l_1 &= 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}; \\ T_2 &= 273^\circ + 10^\circ = 283^\circ \text{K}. \\ l_2 &= ? \end{aligned}$$

Решение. Капелька ртути в горизонтальной трубке будет перемещаться вправо вследствие увеличения объема воздуха внутри стеклянного шара при его нагревании (рис. 55). Давление внутри стеклянного шара постоянное, равное внешнему, атмо-



Рис. 55.

сферному. Процесс нагревания воздуха внутри шара будет изобарическим. До нагревания воздух занимал объем $V + V_1$, где $V_1 = S l_1$; после нагревания от T_1 до T_2 объем стал $V + V_2$, где $V_2 = S (l_1 + l_2)$. Для определения расстояния перемещения капельки ртути необходимо найти изменение объема воздуха $V + V_2 - V - V_1 = \Delta V$ вследствие нагревания шара от T_1 до T_2 (при $p = \text{const}$). Это изменение найдем из закона Гей-Люссака, выраженного через абсолютную температуру:

$$\frac{V + V_1}{V + V_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ или } \frac{(V + V_2) - (V + V_1)}{V + V_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}.$$

Тогда

$$\Delta V = V_2 - V_1 = (V + V_2) \frac{T_2 - T_1}{T_2} = (V + V_1) \frac{T_2 - T_1}{T_1}.$$

С другой стороны,

$$\Delta V = V_2 - V_1 = S(l_1 + l_2) - Sl_1 = Sl_2.$$

Отсюда

$$Sl_2 = (V + V_1) \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

или

$$l_2 = \frac{(V + V_1)(T_2 - T_1)}{T_1 S};$$

$$l_2 = \frac{(2,73 \cdot 10^{-4} + 0,1 \cdot 0,3 \cdot 10^{-4}) \cdot 10}{273 \cdot 0,1 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ (м)}.$$

17. При нагревании газа до температуры 474°K давление его увеличилось вдвое при том же объеме. Найти начальную температуру газа.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } & V = \text{const}; \\ & T_2 = 474^\circ\text{K}; \\ & \frac{p_2 = 2p_1}{T_1 - ?} \\ & \beta = \frac{1}{273} \text{ град}^{-1}. \end{aligned}$$

Решение. Для изохорического процесса

$$p_1 = p_0(1 + \beta t_1^\circ) \text{ и } p_2 = p_0(1 + \beta t_2^\circ).$$

Отсюда

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \beta t_1^\circ}{1 + \beta t_2^\circ} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Тогда

$$T_1 = \frac{p_1}{p_2} T_2;$$

$$T_1 = \frac{p_1}{2p_1} \cdot 474 = \frac{474}{2} = 237^\circ\text{K}.$$

18. В автомобильной шине находится воздух под давлением 6 кг/см^2 при температуре 20°C . Во время движения автомобиля температура воздуха повышается до 35°C . На сколько увеличивается давление воздуха внутри шины?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } & p_1 = 6 \text{ кг/см}^2 = 5,9 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2; \\ & T_1 = 273^\circ + 20^\circ = 293^\circ\text{K}; \\ & T_2 = 273^\circ + 35^\circ = 308^\circ\text{K}. \\ & \Delta p - ? \end{aligned}$$

Решение. Объем автомобильной шины остается неизменным, т. е. $V = \text{const}$. Тогда по закону Шарля

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

где p_2 — давление, под которым находится воздух в автомобильной шине при температуре T_2 . Отсюда

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1},$$

а

$$\Delta p = p_2 - p_1 = p_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1};$$

$$\Delta p = 5,9 \cdot 10^5 \frac{15}{293} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ (н/м}^2\text{)}.$$

19. При давлении 1 кг/см^2 и температуре 15°C объем воздуха 2 л . При каком давлении воздух займет объем 4 л , если температура его станет 20°C ?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad p_1 = 1 \text{ кг/см}^2 = 0,98 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2; \\ V_1 = 2 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \\ V_2 = 4 \text{ л} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \\ T_1 = 273^\circ + 15^\circ = 288^\circ\text{K}; \\ T_2 = 273^\circ + 20^\circ = 293^\circ\text{K}. \\ \hline p_2 = ? \end{array}$$

Решение. Нужно использовать объединенный газовый закон, так как изменились все три величины, характеризующие состояние газа. Из уравнения газового состояния

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

находим

$$\begin{aligned} p_2 &= \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 V_2}; \\ p_2 &= \frac{0,98 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 293}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 288} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ (н/м}^2\text{)}. \end{aligned}$$

20. Газ при 15°C и давлении 750 мм рт. ст. занимает объем 2 л . Привести объем газа к нормальным условиям.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad T_1 = 273^\circ + 15^\circ = 288^\circ\text{K}; \\ p_1 = 750 \text{ мм рт. ст.} = 10^5 \text{ н/м}^2; \\ V_1 = 2 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \\ T_2 = 273^\circ\text{K}; \\ p_2 = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2. \\ \hline V_2 = ? \end{array}$$

Решение. На основании уравнения газового состояния

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{p_1 V_1}{p_2}; \\ V_2 &= \frac{273 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{288 \cdot 1,01 \cdot 10^5} = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}. \end{aligned}$$

21. Баллон емкостью 20 л наполнен сжатым воздухом при температуре 20°C и давлении 120 кг/см². Какой объем воды можно вытеснить этим воздухом из цистерны подводной лодки, если вытеснение производится на глубине 15 м при температуре 5°C? Давление атмосферного воздуха считать нормальным.

У с л о в и е:

$$\begin{aligned}
 V &= 20 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3; \\
 p &= 120 \text{ кг/см}^2 = 1,2 \cdot 9,8 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2; \\
 T &= 273^\circ + 20^\circ = 293^\circ \text{К}; \\
 h &= 15 \text{ м}; \\
 T_1 &= 273^\circ + 5^\circ = 278^\circ \text{К}; \\
 p_0 &= 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_1 &= ? \\
 \rho &= 10^3 \text{ кг/м}^3; \\
 g &= 9,8 \text{ м/сек}^2.
 \end{aligned}$$

Решение. Объем вытесненной воды V_1 равен объему, который займет воздух при $t_1 = 5^\circ \text{C}$ и давлении $p_1 = p_0 + \rho gh$. Исходя из уравнения состояния газа

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{pV}{T},$$

находим

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{pVT_1}{p_1 T} = \frac{pVT_1}{(p_0 + \rho gh) T}; \\
 V_1 &= \frac{1,2 \cdot 9,8 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 278}{(1,01 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 9,8 \cdot 15) \cdot 293} \approx 9 \text{ (м}^3\text{)}.
 \end{aligned}$$

22. В бомбе объемом 10 000 см³ содержится смесь водорода и кислорода в равных по массе количествах 2 г. Весь кислород окисляет часть водорода в воду. Каково давление оставшегося водорода после охлаждения до 17°C?

У с л о в и е:

$$\begin{aligned}
 V &= 10\,000 \text{ см}^3 = 10^{-2} \text{ м}^3; \\
 T &= 273^\circ + 17^\circ = 290^\circ \text{К}; \\
 T_0 &= 273^\circ \text{К}; \\
 m_1 &= m_2 = 2 \text{ г}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p &= ? \\
 p_0 &= 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2.
 \end{aligned}$$

Решение. При окислении водорода на одну весовую часть его приходится восемь весовых частей кислорода. Следовательно, 2 г кислорода окисляют 0,25 г водорода. Оставшийся в бомбе водород (1,75 г) при нормальных условиях занимает объем

$$V_0 = \frac{22,4 \cdot 10^{-3} \cdot 1,75}{2} = 19,6 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}.$$

Составим уравнение состояния газа

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

Отсюда

$$p = \frac{p_0 V_0 T}{T_0 V};$$

$$p = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 19,6 \cdot 10^{-3} \cdot 290}{273 \cdot 10^{-2}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ (н/м}^2\text{)}.$$

23. В закрытый сосуд A (см. рис. 52) помещена манометрическая трубка с запаянным концом, в которой над ртутью находится воздух. Высота конца трубки над уровнем ртути 60 см. При атмосферном давлении в сосуде A и температуре 10°C высота уровня ртути в трубке превышает уровень ртути в сосуде A на величину 10 см. Какова будет разность уровней ртути в трубке и в сосуде при температуре 293°C ? Изменением объема газа и уровня ртути в сосуде A , а также давлением паров ртути пренебречь.

Условие:

$$l_0 = 60 \text{ см} = 0,6 \text{ м};$$

$$T_1 = 273^\circ + 10^\circ = 283^\circ\text{K};$$

$$h_1 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$$

$$T_2 = 273^\circ + 293^\circ = 566^\circ\text{K}.$$

$$h_2 = ?$$

Решение. При решении задачи исходим из уравнения состояния газа

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Заменим объемы на соответствующие длины столбика воздуха, т. е. V_1 на $l_0 - h_1$ и V_2 на $l_0 - h_2$, а давление выразим через давление воздуха в сосуде. Считая начальное давление воздуха в сосуде нормальным, а объем воздуха постоянным, конечное давление воздуха в сосуде определим из соотношения

$$H_2 = \frac{H_1 T_2}{T_1};$$

$$H_2 = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 566}{283} = 2 \cdot 10^5 \text{ (н/м}^2\text{)}.$$

Тогда давления воздуха, находящегося в запаянном конце трубки, будут:

$$p_1 = H_1 - h_1, \quad p_2 = H_2 - h_2,$$

а уравнение состояния газа примет такой вид:

$$\frac{(H_1 - h_1)(l_0 - h_1)}{T_1} = \frac{(H_2 - h_2)(l_0 - h_2)}{T_2}.$$

Решение этого уравнения дает только один корень, удовлетворяющий условию задачи:

$$h_2 \approx 12,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

24. Два шара емкостью по 1 л каждый соединены трубкой

длиной 1 м и диаметром 0,6 см. При температуре 0°C капля ртути находится в равновесии посередине трубки. На сколько передвинется капля ртути, если левый шар нагреть на 2°, а правый охладить на 3°C (рис. 56)?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } V_0 &= 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3; \\ d &= 0,6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \\ T_1 &= 275^\circ\text{K}; \\ l &= 1 \text{ м}, \\ T_2 &= 270^\circ\text{K}. \\ \hline l_1 &= ? \end{aligned}$$

Решение. Поскольку в обоих шарах содержится одинаковое количество одного и того же газа, то

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

где $p_1 = p_2$. Зная сумму объемов, можно определить V_1 и V_2 . Найдем V_1 . Поскольку объем трубки

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 l, \quad V = 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = \\ &= 0,028 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}, \end{aligned}$$

то $V_1 + V_2 = 2,028 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. А так как

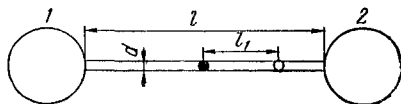


Рис. 56.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

то

$$V_1 = \frac{T_1}{T_2} (2,028 \cdot 10^{-3} - V_1).$$

Тогда

$$V_1 = \frac{2,028 \cdot 10^{-3} \cdot T_1}{T_1 + T_2};$$

$$V_1 = \frac{2,028 \cdot 10^{-3} \cdot 275}{275 + 270} = 1,023 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}.$$

Объем изменится на $0,009 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Зная, что

$$0,009 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot l_1 \text{ м},$$

найдем $l_1 = 0,33 \text{ м}$. Следовательно, капля передвинется на 0,33 м в сторону второго шара.

25. Для оказания помощи подводной лодке на глубине 72 м под воду опущен водолазный колокол, имеющий форму цилиндра высотой 2,4 м и открытый снизу. До какой высоты поднимется в колоколе вода, когда он достигнет подводной лодки? Температура у поверхности воды 27°C, а на глубине 72 м — 7°C. До какого давления должен быть доведен воздух, нагнетаемый в колокол, чтобы полностью удалить из колокола воду? Плотность морской воды считать равной $1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

$$\begin{aligned}
 \text{У с л о в и е:} \quad & h = 72 \text{ м;} \\
 & l = 2,4 \text{ м;} \\
 & T_1 = 273^\circ + 27^\circ = 300^\circ \text{K;} \\
 & T_2 = 273^\circ + 7^\circ = 280^\circ \text{K,} \\
 & \rho = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \\
 \hline
 & l_x = ? \quad p_2 = ? \\
 & g = 9,8 \text{ м/сек}^2, \\
 & p_{\text{атм}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2.
 \end{aligned}$$

Решение. До погружения водолазного колокола под воду давление $p_1 = p_{\text{атм}}$ и объем $V_1 = Sl$, где S — сечение колокола. После погружения колокола под воду на глубину h давление и объем воздуха в нем изменились (см. рис. 53):

$$p_2 = p_{\text{атм}} + \rho gh \text{ и } V_2 = S(l - l_x),$$

где l_x — высота, на которую поднимется в колоколе вода, когда он достигнет дна. На основании уравнения газового состояния

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

или

$$\frac{p_{\text{атм}} Sl}{T_1} = \frac{(p_{\text{атм}} + \rho gh) S(l - l_x)}{T_2}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 l_x &= l \left[1 - \frac{p_{\text{атм}} T_2}{(p_{\text{атм}} + \rho gh) T_1} \right]; \\
 l_x &= 2,4 \left[1 - \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 280}{(1,01 \cdot 10^5 + 1030 \cdot 9,8 \cdot 72) \cdot 300} \right] \approx 2 \text{ (м)}.
 \end{aligned}$$

Давление, до которого должен быть доведен воздух, нагнетаемый в колокол, чтобы полностью вытеснить из колокола воду, определяется по формуле

$$\begin{aligned}
 p_2 &= p_{\text{атм}} + \rho gh; \\
 p_2 &= 1,01 \cdot 10^5 + 1030 \cdot 9,8 \cdot 72 = 8,28 \cdot 10^5 \text{ (н/м}^2\text{)}.
 \end{aligned}$$

4. ПЛАВЛЕНИЕ И ПАРООБРАЗОВАНИЕ

Плавление — процесс превращения вещества из твердого состояния в жидкое.

Температура, при которой данное вещество плавится, называется *температурой* (или *точкой*) *плавления*. Для каждого кристаллического вещества существует при данном внешнем давлении определенная температура плавления, она же является и *температурой отвердевания*. Во время плавления или отвердевания эта температура остается неизменной. Аморфные тела (смола, воск, парафин, стекло и т. д.) не имеют определенной температуры плавления и отвердевания.

Теплотой плавления называется количество теплоты, необходимое для перехода тела из твердого состояния в жидкое при температуре плавления. Теплоту плавления различных веществ обычно характеризуют количеством теплоты, которое необходимо для расплавления единицы массы данного вещества.

Удельной теплотой плавления называется количество теплоты, потребное для перехода единицы массы тела из твердого кристаллического состояния в жидкое при температуре плавления. Удельная теплота плавления вещества обозначается буквой λ и обычно выражается в джоулях на килограмм (дж/кг) или калориях на грамм (кал/г) и килокалориях на килограмм (ккал/кг).

Количество теплоты Q , которое необходимо для того, чтобы расплавить кристаллическое твердое тело, можно подсчитать по формуле

$$Q = \lambda m,$$

где m — масса данного тела.

Испарением называется процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное, происходящий при любых температурах с открытой поверхности вещества. Испарение твердых тел называют *возгонкой*. С молекулярной точки зрения процесс испарения заключается в том, что молекулы жидкости, находящиеся в непрерывном движении, могут подойти к поверхности жидкости и оторваться от нее. Совокупность молекул, вылетевших из жидкости, называют *паром* данной жидкости, а сам процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное — *парообразованием*.

Количество теплоты, которое нужно подвести к жидкости, чтобы при определенной температуре превратить единицу массы жидкости в пар, называется **удельной теплотой парообразования**. Она выражается в джоулях на килограмм (дж/кг), калориях на грамм (кал/г), килокалориях на килограмм (ккал/кг).

Для одной и той же жидкости удельная теплота парообразования не остается постоянной. Она уменьшается с повышением температуры жидкости.

Количество теплоты Q , необходимое для превращения в пар данной массы жидкости, вычисляют по формуле

$$Q = L \cdot m,$$

где m — масса испарившейся жидкости, L — ее удельная теплота парообразования.

Конденсацией называют процесс превращения пара в жидкость.

Количество теплоты, выделяющееся при конденсации единицы массы пара в жидкость той же температуры, называется **удельной теплотой конденсации**. Установлено, что удельная теплота конденсации равна удельной теплоте парообразования при той же температуре.

Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется **насыщающим паром**.

Если в пространстве, содержащем пары какой-нибудь жидкости, может происходить дальнейшее испарение этой жидкости, то пар, находящийся в этом пространстве, называется **ненасыщающим**.

1. Определить общую температуру, которая установится после плавления 100 г льда, взятого при -10°C и помещенного в 500 г воды при температуре 40°C .

Условие: $m_1 = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг};$

$m_2 = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг};$

$t_1^\circ = -10^\circ\text{C};$

$t_2^\circ = +40^\circ\text{C}.$

$\theta = ?$

$c_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$

$c_2 = 4,19 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$

$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ дж/кг};$

$t^\circ = 0^\circ\text{C}.$

Решение. Составим уравнение теплового баланса

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

где $Q = c_2 m_2 (t_2^\circ - \theta)$ — количество теплоты, отданное водой при ее остывании от $+40^\circ\text{C}$ до общей температуры θ ; $Q_1 = c_1 m_1 (t_0^\circ - t_1^\circ)$ — количество теплоты, необходимое для нагревания льда от -10° до 0°C . Выражение $Q_2 = \lambda m_1$ характеризует количество теплоты, потребное для плавления льда, т. е. для получения из 100 г льда при 0°C такого же количества воды той же температуры. Наконец, $Q_3 = c_2 m_1 (\theta - t_0^\circ)$ — это количество теплоты, пошедшей на подогревание воды, образовавшейся из растаявшего льда, от 0°C до общей температуры θ . Тогда

$$\begin{aligned} c_2 m_2 (t_2^\circ - \theta) &= c_1 m_1 (t_0^\circ - t_1^\circ) + \lambda m_1 + c_2 m_1 (\theta - t_0^\circ); \\ 4,19 \cdot 10^3 \cdot 0,5 (40 - \theta) &= 2,1 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot (0 + 10) + 3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,1 + \\ &+ 4,19 \cdot 10^3 \cdot 0,1 (\theta - 0), \end{aligned}$$

откуда легко найти искомую общую температуру $\theta \approx 16^\circ\text{C}$.

2. Чтобы охладить 5 кг воды, взятой при 20°C , до 8°C , в нее бросают лед, имеющий температуру 0°C . Какое количество льда потребуется для охлаждения?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } m &= 5 \text{ кг}; \\ t_1^\circ &= 20^\circ\text{C}; \\ \theta &= 8^\circ\text{C}; \\ t_0^\circ &= 0^\circ\text{C}. \\ \hline m_x &= ? \\ \lambda &= 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}; \\ c &= 4190 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}. \end{aligned}$$

Решение. Количество теплоты, отдаваемое водой при остывании от t_1° до θ , $Q = cm (t_1^\circ - \theta)$. Это количество теплоты идет частично на плавление льда Q_1 и частично на нагревание получаемой из льда воды Q_2 , т. е. $Q = Q_1 + Q_2$, где

$$Q_1 = \lambda m_x, \quad Q_2 = c m_x (\theta - t_0^\circ).$$

Тогда

$$cm (t_1^\circ - \theta) = \lambda m_x + c m_x (\theta - t_0^\circ),$$

откуда

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{cm (t_1^\circ - \theta)}{\lambda + c(\theta - t_0^\circ)}; \\ m_x &= \frac{4190 \cdot 5 \cdot 12}{3,3 \cdot 10^5 + 4190 \cdot 8} = 0,7 \text{ (кг)}. \end{aligned}$$

3. Почва покрыта снегом при 0°C . Толщина снежного покрова 10 см. В результате выпавшего дождя с температурой 10°C весь снег расплавился. Плотность снега $0,2 \text{ г/см}^3$. Определить интенсивность осадков (толщину слоя).

Условие: $h = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$
 $t_0^\circ = 0^\circ\text{C};$
 $t_1^\circ = 10^\circ\text{C};$
 $\rho_1 = 0,2 \text{ г/см}^3 = 0,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$

 $h_x = ?$
 $\rho_2 = 10^3 \text{ кг/м}^3;$
 $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг};$
 $c = 4190 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}.$

Решение. Вода, охлаждаясь до 0°C , отдает снегу количество теплоты $Q = cm_x(t_1^\circ - t_0^\circ)$. Масса воды $m_x = \rho_2 h_x S$, где h_x — толщина слоя, S — площадь, на которую выпали осадки, равная площади снежного покрова, ρ_2 — плотность воды. Количество теплоты, затраченное на плавление снега, $Q_1 = \lambda m$. Масса снежного покрова $m = \rho_1 h S$, где h — толщина снежного покрова, ρ_1 — плотность снега. Составим уравнение теплового баланса

$$Q = Q_1 \text{ или } c \rho_2 h_x S (t_1^\circ - t_0^\circ) = \lambda \rho_1 h S,$$

откуда

$$h_x = \frac{\rho_1 h \lambda}{\rho_2 c (t_1^\circ - t_0^\circ)};$$

$$h_x = \frac{0,2 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 3,3 \cdot 10^5}{10^3 \cdot 4190 \cdot 10} = 0,16 \text{ (м)}.$$

4. Сани массой 300 кг равномерно движутся по горизонтальному пути в 1 км. Температура снега 0°C , коэффициент трения 0,035. Сколько снега расплавится, если все количество теплоты от трения идет на плавление?

Условие: $m = 300 \text{ кг};$
 $s = 1 \text{ км} = 1000 \text{ м};$
 $k = 0,035.$

 $m_x = ?$
 $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг};$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Работа по преодолению сил трения $A = kmgs$. Все количество теплоты, выделившейся в результате трения, идет на плавление снега, т. е. $A = Q$, $Q = \lambda m_x$, $kmgs = \lambda m_x$. Тогда

$$m_x = \frac{kmgs}{\lambda};$$

$$m_x = \frac{0,035 \cdot 300 \cdot 9,8 \cdot 1000}{3,3 \cdot 10^5} = 0,31 \text{ (кг)}.$$

5. С какой скоростью должна лететь свинцовая пуля, чтобы расплавиться при ударе о стенку? Температура летящей пули 100°C . Считать, что все количество теплоты, выделившееся при ударе, пошло на плавление пули.

Условие: $t_1^\circ = 100^\circ\text{C}.$

$$v = ?$$

$$t_2^\circ = 327^\circ\text{C};$$

$$c = 0,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град};$$

$$\lambda = 0,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}.$$

Решение. По условию задачи кинетическая энергия

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

расходуется на увеличение внутренней энергии свинцовой пули, т. е.

$$Q = \frac{mv^2}{2}.$$

Количество теплоты, идущее на нагревание и плавление свинца,

$$Q = cm(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda m.$$

Составим уравнение теплового баланса

$$\frac{mv^2}{2} = cm(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda m,$$

откуда

$$v = \sqrt{2c(t_2^\circ - t_1^\circ) + 2\lambda};$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 0,1 \cdot 10^3 \cdot 227 + 2 \cdot 0,3 \cdot 10^5} \approx 330 \text{ (м/сек)}.$$

6. Кусок алюминия в 500 г нагревают в тигле на примусе. До какой температуры нагреется алюминий, если в примусе сгорает 50 г керосина в минуту? Температура воздуха 18°C , к. п. д. всей установки 40%. Потерями на нагревание тигля можно пренебречь.

Условие: $m = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг};$
 $m_1 = 50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг};$
 $t_1^\circ = 18^\circ\text{C};$
 $\eta = 0,4.$

$$t_2^\circ = ?$$

$$q = 4,6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг};$$

$$c = 0,88 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град};$$

$$t_{\text{пл}}^\circ = 658^\circ\text{C};$$

$$\lambda = 3,8 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг};$$

$$t_{\text{кип}}^\circ = 2330^\circ\text{C}.$$

Решение. Выделившееся при сгорании керосина полезное количество теплоты $Q_1 = \eta q m_1$. Подставим соответствующие числовые значения:

$$Q_1 = 0,4 \cdot 4,6 \cdot 10^7 \cdot 0,05 = 9,2 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

Подсчитаем количество теплоты, необходимое для нагревания алюминия до точки плавления:

$$Q_2 = cm \cdot (t_{\text{пл}}^{\circ} - t_1^{\circ});$$

$$Q_2 = 0,88 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 640 = 2,8 \cdot 10^5 \text{ (дж)}.$$

Возможно, полученного количества теплоты достаточно не только для нагревания алюминия до точки плавления, но и для плавления части или всей массы алюминия. Для выяснения этого найдем избыток теплоты

$$Q_1 - Q_2 = 9,2 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^5 = 6,4 \cdot 10^5 \text{ (дж)}.$$

Определим количество теплоты, необходимое для плавления алюминия:

$$Q_3 = \lambda m;$$

$$Q_3 = 3,8 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ (дж)}.$$

Оставшееся количество теплоты опять оказалось больше того, которое требуется для плавления всего алюминия:

$$6,4 \cdot 10^5 - 1,9 \cdot 10^5 = 4,5 \cdot 10^5 \text{ (дж)}.$$

Достаточно ли этого количества теплоты для того, чтобы довести алюминий до точки кипения? Подсчитаем количество теплоты, необходимое для этого:

$$Q_4 = cm (t_{\text{кип}}^{\circ} - t_{\text{пл}}^{\circ});$$

$$Q_4 = 0,88 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 1672 = 7,4 \cdot 10^5 \text{ (дж)}.$$

Как видно, жидкий алюминий не нагреется до точки кипения. Вычислим температуру жидкого алюминия, учитывая, что на его нагревание идет $4,5 \cdot 10^5$ дж:

$$4,5 \cdot 10^5 = 0,88 \cdot 10^3 \cdot 0,5 (t_2^{\circ} - 658); \quad t_2^{\circ} = 1680^{\circ}\text{C}.$$

7. Определить количество каменного угля, потребного для плавления 1500 кг серого чугуна, взятого при температуре -10°C . К. п. д. вагранки принять равным 0,6.

Условие: $m = 1500 \text{ кг};$

$t_1^{\circ} = -10^{\circ}\text{C};$

$\eta = 0,6.$

$m_x = ?$

$q = 3 \cdot 10^7 \text{ дж/кг};$

$c = 0,54 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$

$\lambda = 0,96 \cdot 10^5 \text{ дж/кг};$

$t_2^{\circ} = 1150^{\circ}\text{C}.$

Решение. Чтобы расплавить чугун, нужно нагреть его до температуры плавления и сообщить ему некоторое количество теплоты, необходимое для плавления, т. е.

$$Q_1 = cm (t_2^{\circ} - t_1^{\circ}) + \lambda m.$$

Эту теплоту мы получаем от сгорания каменного угля в печи с к. п. д. η :

$$Q_2 = \eta q m_x.$$

Согласно уравнению теплового баланса $Q_1 = Q_2$. Приравнявая полученные выражения

$$\eta q m_x = cm(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda m,$$

найдем

$$m_x = \frac{cm(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda m}{\eta q};$$

$$m_x = \frac{0,54 \cdot 10^3 \cdot 1500 \cdot 1160 + 0,96 \cdot 10^3 \cdot 1500}{0,6 \cdot 3 \cdot 10^7} = 60 \text{ (кг)}$$

8. В электроплавильную печь загрузили 3 т стального лома при температуре 20°C . Какое количество электроэнергии потребуются для расплавления стали, если к. п. д. печи 95%?

Условие: $m = 3 \text{ т} = 3000 \text{ кг},$

$$t_1^\circ = 20^\circ\text{C};$$

$$\eta = 0,95.$$

$W = ?$

$$c = 0,46 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град};$$

$$\lambda = 0,8 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг};$$

$$t_2^\circ = 1400^\circ\text{C}.$$

Решение. Для расплавления сталь нужно нагреть до температуры плавления и сообщить ей теплоту, необходимую для плавления, т. е.

$$Q = cm(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda m$$

Эта теплота получается за счет израсходованного количества электроэнергии, поэтому $\eta W = Q$, откуда

$$W = \frac{m[c(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda]}{\eta};$$

$$W = \frac{3000 \cdot [0,46 \cdot 10^3 \cdot 1380 + 0,8 \cdot 10^5]}{0,95} = 2,26 \cdot 10^9 \text{ (Дж)} = 2,26 \cdot 10^3 \text{ (МДж)}.$$

Учитывая, что $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,6 \text{ МДж}$, определим

$$W = \frac{2,26 \cdot 10^3}{3,6} = 630 \text{ (кВт} \cdot \text{ч)}.$$

9. Масса корпуса двигателя Дизеля с воздушным охлаждением 410 кг. В сутки расходуется $21,44 \cdot 10^3 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ электроэнергии. Сколько корпусов отливается в сутки, если нагревание чугуна начинается от 20°C , а к. п. д. электропечи 90%?

Условие: $m = 410 \text{ кг};$
 $t_1^\circ = 20^\circ\text{C};$
 $\dot{W} = 21,44 \cdot 10^3 \text{ квт} \cdot \text{ч} = 77,2 \cdot 10^9 \text{ дж};$
 $\eta = 0,9.$

$n = ?$
 $c = 0,54 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$
 $\lambda = 0,96 \cdot 10^5 \text{ дж/кг};$
 $t_2^\circ = 1150^\circ\text{C}.$

Решение. Чтобы расплавить чугун, надо его сначала нагреть до температуры плавления, а затем сообщить ему требуемое количество теплоты для плавления. Для нагревания и плавления чугуна, используемого для отливки одного корпуса, затрачивается количество теплоты

$$Q_1 = cm(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda m.$$

Для отливки n корпусов необходимо затратить количество теплоты $Q = nQ_1$, которое получается за счет электроэнергии \dot{W} . Но из этого количества электроэнергии на полезное нагревание и плавление чугуна идет только часть $\eta \dot{W}$, т. е.

$$\eta \dot{W} = Q \text{ или } \eta \dot{W} = n[cm(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda m].$$

Отсюда

$$n = \frac{\eta \dot{W}}{m[c(t_2^\circ - t_1^\circ) + \lambda]};$$

$$n = \frac{0,9 \cdot 77,2 \cdot 10^9}{410 \cdot [0,54 \cdot 10^3 \cdot 1130 + 0,96 \cdot 10^5]} = 240 \text{ (корпусов)}.$$

10. Некоторое количество воды медленно охлаждается до -10°C . После этого вода быстро замерзает (без дальнейшего отвода теплоты). Температура при этом повышается до 0°C . Какая часть воды в конце этого процесса обращается в лед?

Условие: $\Delta t^\circ = 10^\circ\text{C}.$

$x = ?$
 $c_1 = 4190 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$
 $c_2 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град};$
 $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ дж/кг}.$

Решение. Вода массой m_x , обращаясь в лед при температуре -10°C , выделяет количество теплоты $Q_1 = \lambda m_x$. Все это тепло идет на нагревание до 0°C образовавшегося льда массой m_x и оставшейся воды массой $(m - m_x)$, т. е.

$$Q_2 = c_1(m - m_x) \cdot \Delta t^\circ + c_2 m_x \cdot \Delta t^\circ.$$

Составляем уравнение теплового баланса

$$\lambda m_x = c_1(m - m_x) \cdot \Delta t^\circ + c_2 m_x \cdot \Delta t^\circ.$$

Умножая правую и левую части последнего равенства на $\frac{1}{m}$ и учитывая, что $\frac{m_x}{m} = x$, получаем

$$\lambda x = c_1 (1 - x) \cdot \Delta t^\circ + c_2 x \cdot \Delta t^\circ,$$

откуда

$$x = \frac{c_1 \Delta t^\circ}{\lambda + (c_1 - c_2) \cdot \Delta t^\circ};$$

$$x = \frac{4190 \cdot 10}{3,3 \cdot 10^5 + 2,09 \cdot 10^3 \cdot 10} = 0,12.$$

11. В смесь из 5 кг льда и 4 кг воды, взятых при 0°C , впускают 0,5 кг водяного пара при 100°C . Какова температура смеси? Сколько растаяло льда?

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} m_1 &= 5 \text{ кг}, \\ m_2 &= 4 \text{ кг}, \\ m_3 &= 0,5 \text{ кг}; \\ t_0^\circ &= 0^\circ\text{C}; \\ t^\circ &= 100^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= ? \quad m = ? \\ c &= 4190 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}; \\ \lambda &= 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}, \\ L &= 22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}. \end{aligned}$$

Решение. Составляем уравнение теплового баланса

$$\lambda m_1 + c (m_1 + m_2) (\theta - t_0^\circ) = L m_3 + c m_3 (t^\circ - \theta),$$

откуда $\theta \approx -8^\circ\text{C}$, что невозможно. Значит, $\theta = 0^\circ\text{C}$, а лед растаял не весь. Уместно поставить вопрос, сколько же растаяло льда. Обозначим массу растаявшего льда через m и составим уравнение

$$\lambda m = L m_3 + c m_3 (t^\circ - \theta).$$

Отсюда $m = 4 \text{ кг}$, т. е. растаяло 4 кг льда.

12. В системе центрального отопления нагрев осуществляется пропусканием воды, поступающей в радиаторы при температуре 60°C и выходящей из них при 37°C . Эта система заменяется другой, где нагрев производится паром, который при атмосферном давлении конденсируется в радиаторах, причем конденсат вытекает из радиаторов при температуре 82°C . Какое количество пара даст такой же эффект, какой дает 1 кг воды в первоначальной системе?

Условие:

$$\begin{array}{l}
 m_1 = 1 \text{ кг;} \\
 t_1^{\circ} = 37^{\circ}\text{C;} \\
 t_2^{\circ} = 60^{\circ}\text{C;} \\
 t_3^{\circ} = 82^{\circ}\text{C;} \\
 t_4^{\circ} = 100^{\circ}\text{C.} \\
 \hline
 m = ? \\
 c = 4190 \text{ Дж/кг}\cdot\text{град;} \\
 L = 22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг.}
 \end{array}$$

Решение. В первом случае вода, охлаждаясь, отдает количество теплоты $Q_1 = cm_1(t_2^{\circ} - t_1^{\circ})$. Во втором случае вода, конденсируясь, выделяет количество теплоты Lm , где L — удельная теплота конденсации, равная удельной теплоте парообразования. Затем, охлаждаясь до температуры 82°C , она выделяет количество теплоты $cm(t_4^{\circ} - t_3^{\circ})$. Таким образом, во втором случае вода отдает количество теплоты

$$Q_2 = Lm + cm(t_4^{\circ} - t_3^{\circ}).$$

По условию задачи

$$Q_1 = Q_2, \quad cm_1(t_2^{\circ} - t_1^{\circ}) = Lm + cm(t_4^{\circ} - t_3^{\circ}).$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{cm_1(t_2^{\circ} - t_1^{\circ})}{L + c(t_4^{\circ} - t_3^{\circ})}; \\
 m &= \frac{4190 \cdot 1(60 - 37)}{22,6 \cdot 10^5 + 4190(100 - 82)} = 0,041 \text{ (кг)}.
 \end{aligned}$$

13. В колбе находится вода при 0°C . Выкачивая из колбы воздух, замораживают всю воду посредством ее испарения. Какая часть воды при этом испарилась, если притока тепла извне нет?

Условие.

$$\begin{array}{l}
 x = ? \\
 \lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг;} \\
 L = 24,8 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг.}
 \end{array}$$

Решение. При испарении вода отдает количество теплоты $Q_1 = Lm_x$, где m_x — масса испарившейся воды. В результате происходит отвердевание оставшейся воды: $Q_2 = \lambda(m - m_x)$, где m — масса воды до испарения, λ — удельная теплота кристаллизации, равная удельной теплоте плавления. Составив уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2 \text{ или } Lm_x = \lambda(m - m_x),$$

умножив правую и левую части последнего равенства на $\frac{1}{m}$ и учитывая, что $\frac{m_x}{m} = x$, получим

$$Lx = \lambda(1 - x),$$

откуда

$$x = \frac{\lambda}{L + \lambda};$$
$$x = \frac{3,3 \cdot 10^5}{24,8 \cdot 10^5 + 3,3 \cdot 10^5} \approx 0,12.$$

14. Кожух станкового пулемета наполнен 4 кг воды при температуре 0°C . Скорость стрельбы 10 выстрелов в секунду. За какое время в кожухе испарится половина воды? Заряд пороха в патроне 3,2 г. На нагревание ствола идет 30% всей теплоты.

Условие:

$$\begin{aligned} m &= 4 \text{ кг}; \\ t_0^\circ &= 0^\circ\text{C}; \\ t_1^\circ &= 100^\circ\text{C}; \\ v &= 10 \text{ выстр./сек}; \\ m_1 &= \frac{m}{2} = 2 \text{ кг}; \\ m_2 &= 3,2 \text{ г} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; \\ \eta &= 0,3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t &= ? \\ c &= 4190 \text{ дж/кг} \cdot \text{град}; \\ q &= 0,38 \cdot 10^7 \text{ дж/кг}; \\ L &= 22,6 \cdot 10^5 \text{ дж/кг}. \end{aligned}$$

Решение. Количество теплоты, необходимое для нагревания воды от 0° до 100°C и превращения половины ее в пар,

$$Q_1 = cm(t_1^\circ - t_0^\circ) + \frac{1}{2} Lm.$$

Но эта полезно использованная теплота получается в результате сгорания пороха в пулемете, поэтому она равна

$$Q_2 = \eta vt \cdot qm_2,$$

где vt — количество выстрелов за время t . На основании уравнения теплового баланса $Q_1 = Q_2$:

$$\eta vtqm_2 = cm(t_1^\circ - t_0^\circ) + \frac{1}{2} Lm.$$

Отсюда

$$t = \frac{2cm(t_1^\circ - t_0^\circ) + Lm}{2\eta vqm_2};$$
$$t = \frac{2 \cdot 4190 \cdot 4 \cdot 100 + 22,6 \cdot 10^5 \cdot 4}{2 \cdot 0,3 \cdot 10 \cdot 0,38 \cdot 10^7 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3}} \approx 170 \text{ (сек)}.$$

5. ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА

Влажность окружающего Землю воздуха обусловлена наличием в нем водяных паров. Величинами, характеризующими влажность воздуха, являются абсолютная и относительная влажности.

Абсолютной влажностью называется количество водяного пара, содержащегося в 1 м^3 воздуха при данной температуре. Она измеряется в килограммах на кубический метр ($\text{кг}/\text{м}^3$). Абсолютная влажность сильно меняется в зависимости от различных факторов: температуры, географической широты и т. д. Наибольшего значения абсолютная влажность достигает тогда, когда водяные пары, содержащиеся в воздухе, становятся насыщающими.

Относительной влажностью воздуха называется отношение абсолютной влажности D к тому количеству пара D_0 , которое необходимо для насыщения 1 м^3 воздуха при данной температуре:

$$f = \frac{D}{D_0} \quad \text{или} \quad f = \frac{D}{D_0} \cdot 100\%.$$

Так как $D_0 \geq D$, то всегда $f \leq 100\%$. Влажность, равная 60—70%, считается нормальной.

Точкой росы называется температура, при которой водяные пары, содержащиеся в воздухе, становятся насыщающими.

1. Температура воздуха в комнате 20°C . Точка росы 12°C . Какова абсолютная и относительная влажность воздуха и какое количество водяного пара находится в комнате, объем которой 100 м^3 ?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } t_1^\circ = 20^\circ\text{C}; \\ t_2^\circ = 12^\circ\text{C}; \\ V = 100 \text{ м}^3. \\ \hline \begin{array}{l} D - ? \\ m - ? \end{array} \quad f = \frac{D}{D_0} - ? \end{array}$$

Решение. Из табл. 11 находим, что при $t_2^\circ = 12^\circ\text{C}$ абсолютная влажность $D = 10,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{м}^3$. Для насыщения воздуха при 20°C необходимо количество водяного пара $D_0 = 17,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{м}^3$. Отсюда относительная влажность

$$f = \frac{10,7 \cdot 10^{-3}}{17,3 \cdot 10^{-3}} = 0,62; \quad f = 62\%.$$

Количество пара, находящегося в воздухе,

$$m = DV.$$

Следовательно,

$$m = 10,7 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 1,07 \text{ (кг)}.$$

2. Температура воздуха в помещении 11°C , относительная влажность 70%. Сколько влаги содержится в помещении объемом 100 м^3 ?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } t^{\circ} = 11^{\circ}\text{C}; \\ f = 0,7; \\ V = 100 \text{ м}^3. \\ \hline m - ? \end{array}$$

Решение. Для определения количества влаги, содержащейся в помещении объемом V , находим абсолютную влажность воздуха из формулы $f = \frac{D}{D_0}$:

$$D = D_0 f.$$

По табл. 11 определяем плотность насыщающего пара при температуре воздуха 11°C : $D_0 = 10,0 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$. Количество влаги, содержащейся в помещении объемом V , вычисляем по формуле

$$\begin{aligned} m &= DV = D_0 f V; \\ m &= 10,0 \cdot 10^{-3} \cdot 0,7 \cdot 100 = 0,7 \text{ (кг)}. \end{aligned}$$

3. Точка росы 5°C . Сколько водяного пара может испариться в 1 м^3 воздуха, температура которого 23°C ?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } t_1^{\circ} = 5^{\circ}\text{C}; \\ t_2^{\circ} = 23^{\circ}\text{C}. \\ \hline \Delta m - ? \end{array}$$

Решение. Для определения количества водяного пара, который может испариться в 1 м^3 воздуха, надо знать массу водяного пара m_1 , уже имеющегося в воздухе, и массу водяного пара m_2 , который мог бы насыщать этот воздух при температуре t_2° :

$$\Delta m = m_2 - m_1.$$

По табл. 11 находим, что

$$\begin{array}{ll} \text{при } t_1^{\circ} = 5^{\circ}\text{C} & m_1 = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг;} \\ \text{при } t_2^{\circ} = 23^{\circ}\text{C} & m_2 = 20,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг.} \end{array}$$

Значит, $\Delta m = 13,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ — такое количество водяного пара может испариться в куб. метре воздуха при температуре 23°C .

4. При температуре 10°C относительная влажность 80% . Как изменится относительная влажность, если повысить температуру до 20°C ?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } t_1^{\circ} = 10^{\circ}\text{C}; \\ t_2^{\circ} = 20^{\circ}\text{C}; \\ f_1 = 0,8. \\ \hline f_2 - ? \end{array}$$

Решение. Из формулы $f_1 = \frac{D}{D_{10}}$ находим $D = D_{10} f_1$. А так как согласно табл. 11 при $t_1^{\circ} = 10^{\circ}\text{C}$ $D_{10} = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$, то $D = 0,8 \cdot 9,4 \cdot 10^{-3} = 7,52 \cdot 10^{-3} \text{ (кг/м}^3\text{)}$.

При $t_2^\circ = 20^\circ\text{C}$ $D_{20} = 17,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$, поэтому

$$f_2 = \frac{D}{D_{20}};$$

$$f_2 = \frac{7,52 \cdot 10^{-3}}{17,3 \cdot 10^{-3}} = 0,43; f_2 = 43 \%.$$

Относительная влажность уменьшается на 37 %.

5. При температуре воздуха 15°C относительная влажность 70%. Определить точку росы.

$$\text{Условие: } \begin{array}{l} t_1^\circ = 15^\circ\text{C}; \\ f = 0,7. \end{array} \quad \frac{\quad}{t_2^\circ - ?}$$

Решение. Для определения t_2° находим количество имеющихся в 1 м^3 воздуха водяных паров, т. е. абсолютную влажность

$$D = f \cdot D_0.$$

Так как D_0 можно определить из табл. 11: при $t_1^\circ = 15^\circ\text{C}$ $D_0 = 12,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$, то

$$D = 0,7 \cdot 12,8 \cdot 10^{-3} = 8,96 \cdot 10^{-3} \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Выясним, при какой температуре водяные пары станут насыщающими. Выбираем величины, ближайšie к найденному значению абсолютной влажности D , и находим соответствующие температуры:

$$\begin{array}{ll} \text{при } t_3^\circ = 9^\circ\text{C} & D_1 = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3, \\ \text{при } t_4^\circ = 10^\circ\text{C} & D_2 = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3. \end{array}$$

При изменении температуры на $\Delta t' = t_4^\circ - t_3^\circ = 1^\circ$ абсолютная влажность изменяется от $D_1 = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ до $D_2 = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$, т. е. на величину $\Delta D' = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$. При изменении температуры на величину $\Delta t'' = t_2^\circ - t_3^\circ$ абсолютная влажность изменяется от D_1 до D , т. е. на величину

$$\Delta D'' = 8,96 \cdot 10^{-3} - 8,8 \cdot 10^{-3} = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Составим пропорцию

$$\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = \frac{\Delta D''}{\Delta D'},$$

откуда

$$\Delta t'' = \frac{\Delta t' \cdot \Delta D''}{\Delta D'};$$

$$\Delta t'' = \frac{1 \cdot 0,16 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 10^{-3}} = 0,3^\circ.$$

Тогда

$$\begin{array}{l} t_2^\circ = t_3^\circ + \Delta t''; \\ t_2^\circ = 9^\circ + 0,3^\circ = 9,3^\circ\text{C}. \end{array}$$

6. Температура воздуха в комнате 15°C , точка росы 9°C . Сколько воды может испариться в комнате объемом 100 м^3 ?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } t_1^{\circ} = 15^{\circ}\text{C}; \\ t_2^{\circ} = 9^{\circ}\text{C}; \\ V = 100 \text{ м}^3. \\ \hline \Delta m = ? \end{array}$$

Решение. Чтобы ответить на поставленный вопрос, необходимо знать количество водяного пара, содержащегося в 1 м^3 воздуха при 15°C , и количество водяного пара, которое насыщало бы 1 м^3 воздуха при этой же температуре. Зная точку росы (9°C), из табл. 11 находим, что для насыщения 1 м^3 воздуха при 9°C необходимо $8,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ водяного пара. Следовательно, абсолютная влажность воздуха $D = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$. Для насыщения же воздуха при температуре 15°C требуется количество водяных паров $D_0 = 12,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$. Количество водяного пара в комнате при 15°C $m_1 = DV$. Количество водяного пара, насыщающего воздух в комнате при той же температуре, $m_2 = D_0V$. Количество воды, могущей испариться в комнате объемом V ,

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_2 - m_1 = (D_0 - D)V; \\ \Delta m &= (12,8 \cdot 10^{-3} - 8,8 \cdot 10^{-3}) \cdot 100 = 0,4 \text{ (кг)}. \end{aligned}$$

7. Температура воздуха вечером была 15°C . Относительная влажность 64% . Ночью температура понизилась до 5°C . Была ли роса, а если была, то сколько водяного пара конденсировалось из 1 м^3 воздуха?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } t_1^{\circ} = 15^{\circ}\text{C}; \\ f = 0,64; \\ t_2^{\circ} = 5^{\circ}\text{C}. \\ \hline \Delta m = ? \end{array}$$

Решение. Из формулы для относительной влажности $f = \frac{D}{D_0}$ определяем абсолютную влажность:

$$\begin{aligned} D &= f \cdot D_0; \\ D &= 0,64 \cdot 12,8 \cdot 10^{-3} = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ (кг/м}^3\text{)}. \end{aligned}$$

Из табл. 11 находим, что для насыщения воздуха при 5°C необходимо $6,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ водяного пара. Следовательно, роса была, и из каждого куб. метра воздуха конденсировалось пара

$$\Delta m = 8,2 \cdot 10^{-3} - 6,8 \cdot 10^{-3} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Вопросы и задачи для самопроверки

1. В чем состоит процесс окрашивания твердых тел красителями?

2. Твердая соль, брошенная в воду, через некоторое время после ее растворения равномерно распределяется по всей жидкости. Чем это объясняется?

3. Почему пыль, представляющая собой частицы твердого вещества, довольно долго удерживается в воздухе во взвешенном состоянии?

4. Почему при сглаживании поверхностей уменьшение трения происходит лишь до некоторого предела, после которого трение увеличивается?

5. С каким физическим явлением связана цементация железа, т. е. насыщение поверхностного слоя его углеродом с образованием карбида железа (железные изделия нагревают в течение нескольких часов в коробке, заполненной угольным порошком)?

6. Почему овощные культуры на участках, расположенных у озер или рек, меньше страдают от замерзания?

7. Почему климат островов гораздо умереннее и ровнее, чем климат больших материков?

8. На ферме нужно получить воду с температурой 45°C . Имеется 50 л воды с температурой 100°C . Какое количество воды необходимо добавить из водопровода при температуре 20°C ?

9. Почему плавятся трущиеся части, например подшипники трактора, при недостаточной их смазке?

10. Почему молоток нагревается, когда им ударяют о твердый предмет?

11. Почему из-под копыт лошади, скачущей по мостовой, вылетают искры, представляющие собой раскаленные частицы, выбиваемые ударами подковы о камни? Откуда взялась теплота, вызвавшая такое большое повышение температуры частиц?

12. Паровой молот массой 2 т падает с высоты 4,27 м на железную болванку массой 4 кг. На сколько градусов нагреется болванка от одного удара молота? Удар считать абсолютно неупругим.

13. Стальной шар массой 10 кг упал с высоты 87 м и подскочил при ударе на высоту 1,6 м. На сколько градусов нагрелось железо при ударе?

14. Сколько ртути войдет в стеклянный шарик объемом 5 см^3 , нагретый до 400°C , при его охлаждении до 16°C ?

15. Какое количество теплоты выделяется при торможении спутника массой 4 т, если перед входом в плотные слои атмосферы его скорость $7,8\text{ км/сек}$?

16. Поток медленных нейтронов облучается медная пластинка объемом 10 см^3 . На сколько градусов нагреется пластинка, если она полностью затормозила 10^{21} нейтронов, летевших

со скоростью 20 км/сек ? Масса нейтрона $1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$. Считать, что вся энергия нейтронов превращается в теплоту. Теплоотдачей пластинки пренебречь.

17. Сколько сухих дров нужно сжечь, чтобы 100 л воды в кормозапарнике ЗК-0,2 нагреть от 10°C до кипения, если к. п. д. кормозапарника 45% ?

18. На сколько километров хватит автобусу 10 кг бензина, если к. п. д. 15% , масса автобуса 3 т и коэффициент трения по шоссе $0,02$?

19. В камере 76 -миллиметрового орудия сгорает $1,1 \text{ кг}$ пороха, в результате чего снаряд массой $6,4 \text{ кг}$ получает скорость 680 м/сек . Найти коэффициент полезного действия орудия.

20. Определить среднюю мощность мотора автомобиля, исходя из технической нормы расхода горючего (38 л на 100 км пути) и средней скорости движения 35 км/ч . К. п. д. двигателя $22,5\%$.

21. У тепловоза ТЭ-3 мощностью 4000 л. с. к. п. д. $0,25$. Сколько нефти экономит он в год по сравнению с двумя заменяемыми им паровозами, имеющими к. п. д. 8% ?

22. Мощность турбогенератора 1500 кВт . К. п. д. генератора $0,95$. Какое количество воздуха необходимо пропускать ежесекундно через генератор для его охлаждения, если начальная температура воздуха в нем 15°C , а конечная 55°C ?

23. Турбина мощностью $150\,000 \text{ кВт}$ экономичнее турбины в $100\,000 \text{ кВт}$ (к. п. д. 30%) на 13% . Какое количество угля в год (в вагонах по 50 т) может быть сэкономлено применением этой сверхмощной турбины?

24. Пассажирский реактивный самолет имеет 4 двигателя, развивающих силу тяги 2050 кГ каждый, и летит со скоростью 800 км/ч . Сколько керосина израсходуют двигатели на перелет 4000 км ? К. п. д. двигателей $0,25$.

25. Жидкостно-реактивные двигатели работают на кислородно-спиртовой смеси (на 1 кг спирта $2,6 \text{ кг}$ кислорода). На какое время работы двигателя хватит запаса в $1,5 \text{ т}$ смеси, если к. п. д. двигателя $0,25$, развиваемая сила тяги 3000 кГ , а скорость полета 1800 км/ч ?

26. Прямоточный воздушно-реактивный двигатель при скорости полета 1000 км/ч развивает мощность 7400 л. с. и расходует 2 кг бензина в секунду. При полете со скоростью 2000 км/ч расход горючего удваивается, а мощность достигает $60\,000 \text{ л. с.}$ Найти к. п. д. двигателя в обоих случаях.

27. Площадь поршня паровой машины 500 см^2 , ход поршня $0,8 \text{ м}$, количество движений поршня за секунду 2, среднее давление пара 6 кГ/см^2 . Определить, какое количество каменного угля расходуется в топке машины за час ее работы, если к. п. д. топки 20% .

28. Коленчатый вал двигателя трактора ДТ-54 делает 1300 об/мин , а среднее давление газов на поршень 5 кГ/см^2 . Ход поршня 152 мм , а площадь его $122,7 \text{ см}^2$. Подсчитать, какую

работу совершит за одну минуту четырехцилиндровый двигатель трактора.

29. При каких условиях к. п. д. тепловой машины был бы равен единице?

30. В цилиндре под поршнем находится газ. Объем, температуру и давление газа можно изменять. Изменения состояния газа при некотором круговом процессе показаны на графике зависимости объема от абсолютной температуры (рис. 57). Представить эти изменения состояния на графике зависимости давления газа от объема, отметив цифрами соответствующие точки, и указать, на каких участках графика газ получает теплоту извне, а на каких ее отдает.

31. Почему ручные часы рекомендуется заводить утром, а не вечером при снятии их с руки?

32. Почему кварцевая посуда не лопается при очень резких изменениях температуры?

33. Почему некоторые измерительные приборы и их детали (калибры, индикаторы, коромысла весов, маятники часов) изготавливаются из сплавов, обладающих малым коэффициентом линейного расширения?

34. Почему один конец железного моста не закрепляется неподвижно, а кладется на стальные катки?

35. Длина стального железнодорожного моста зимой при -25°C равна 500 м. Определить его длину летом при $+25^{\circ}\text{C}$.

36. Почему химическая посуда, изготовленная из кварца (вещества прозрачного и не менее хрупкого, чем стекло), в отличие от стеклянной посуды не лопается при резких изменениях температуры? Даже раскаленная докрасна и опущенная в воду она остается целой.

37. Почему куб, вырезанный из монокристалла, при нагревании может обратиться в параллелепипед?

38. Объем стеклянной пули при температуре 0°C 1000 см^3 , а при 100°C ее объем $1002,7\text{ см}^3$. Определить коэффициент линейного расширения стекла.

39. При 20°C диаметр стального бандаж колеса железнодорожного вагона 99,9 см, а диаметр чугунного корпуса колеса 100 см. Бандаж перед натягиванием на корпус нагревают до 520°C . Определить диаметр нагретого бандаж.

40. Маятник часов при температуре t_0° имеет длину l_0 , при этом часы идут точно. Коэффициент линейного расширения материала маятника $1,85 \cdot 10^{-5}\text{ град}^{-1}$. Каково будет изменение хода

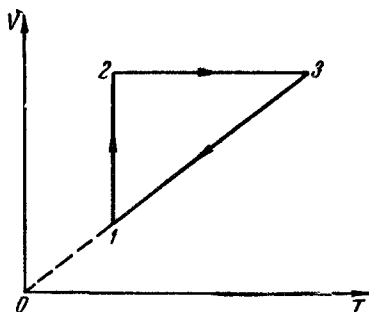


Рис 57

часов за сутки, если температура в помещении на 10° выше t_0° ? При выводе формулы учесть малость значения коэффициента линейного расширения.

41. В чем особенности теплового расширения воды? При каких условиях плотность воды наибольшая?

42. В воде при температуре 30°C плавает, почти целиком в нее погружаясь, тело. Будет ли тело плавать, если воду охладить?

43. Изменится ли показание весов, к которым подвешено тело, погруженное в жидкость, при нагревании жидкости и тела на одинаковое число градусов?

44. Железная цистерна высотой 2 м и диаметром 4 м при 0°C наполнена нефтью так, что она не доходит до краев цистерны на 20 см. При какой температуре нефть заполнит всю цистерну?

45. Железнодорожная цистерна вмещает 76 т нефти. Какова будет разница в объеме нефти, если погрузка производилась в Баку при температуре $+15^\circ\text{C}$, а разгрузка в Архангельске при -20°C ?

46. Вычертить кривые, изображающие изобарический, изохорический и изотермический процессы на диаграммах зависимости: а) объема от температуры; б) давления от температуры; в) давления от объема.

47. Шар-зонд, поднимающий в атмосферу метеорограф определенного веса, имеет объем 3 м^3 при давлении окружающего воздуха 1 кг/см^2 . Какого объема следует сделать шар для того, чтобы он при давлении $\frac{2}{3}\text{ кг/см}^2$ обладал той же подъемной силой?

48. Пипетка длиной 20 см опускается в сосуд со спиртом до глубины 18 см. Закрыв верхнее отверстие, ее вынимают из спирта, держа вертикально. Определить длину столба спирта, оставшегося в пипетке. Давление атмосферы 75 см рт. ст.

49. До какого давления можно накачать мяч емкостью 12 л после 40 взмахов поршневого насоса, если известно, что насос за один взмах засасывает 300 см^3 воздуха при атмосферном давлении, а мяч в начале был заполнен воздухом до давления $0,5\text{ кг/см}^2$?

50. Цилиндрический водолазный костюм длиной 3 м и площадью поперечного сечения $0,6\text{ м}^2$ опустили в воду так, что его верх находился под водою на расстоянии 10,6 м от ее поверхности. Чтобы в сосуд не заходила вода, туда насосом накачивают воздух. Сколько ходов должен сделать поршень насоса, если с каждым ходом поршень подает 2 дм^3 воздуха при нормальном давлении?

51. Определить объем сосуда, если при выкачивании воздуха поршневым насосом давление в нем после 5 качаний упало с 76 до $2,375\text{ см}$ рт. ст. Объем поршневого цилиндра 1600 см^3 .

52. Котел, наполненный воздухом при нормальных условиях, закрыт клапаном площадью 10 см^2 . Вес клапана $13,6 \text{ кг}$. До какой температуры необходимо нагреть воздух в котле, чтобы он открыл клапан?

53. Дымовые газы, выходящие из топки в трубу, охлаждаются от 1100 до 150°С . Во сколько раз при этом уменьшается их объем, если считать давление газов постоянным?

54. Почему слабо натянутая веревка после того, как она намокнет, делается сильно натянутой?

55. При лечении гноящихся ран врачи применяют марлевые тампоны. Каково их назначение?

56. Для удержания влаги в почве верхний слой ее рыхлят. Почему?

57. Почему в жаркие дни вода в прудах и озерах всегда холоднее окружающего воздуха?

58. Капиллярная стеклянная трубка вертикально опущена в сосуд с горячей водой. Изменится ли уровень воды в капилляре после его охлаждения?

59. Почему в летнее время осадки выпадают обычно в виде дождя или града, а не снега?

60. Определить количество теплоты, расходуемое для плавления и нагревания до 1400°С тонны серого чугуна. Начальная температура чугуна 20°С . Теплоемкость жидкого чугуна принять равной теплоемкости твердого.

61. Определить коэффициент полезного действия вагранки, работающей на коксе, если для выплавки $1,5 \text{ т}$ серого чугуна расходуется 375 кг кокса. Нагрев идет от 15°С до температуры плавления.

62. С какой минимальной скоростью относительно космического корабля должен двигаться железный метеор, чтобы в результате столкновения с кораблем расплавиться? Температура до столкновения 100°С . Считать, что количество теплоты, выделившееся в результате столкновения, распределилось поровну между метеором и поверхностью корабля.

63. Сколько твердой ртути при температуре плавления необходимо бросить в 1 кг воды, взятой при температуре 23°С , чтобы ртуть расплавилась, а вода превратилась в лед с температурой 0°С ?

64. Вычислить мощность электрического кипятильника, если в нем нагреваются 4 л воды в течение 15 мин от 0° до 100°С и 5% воды при этом испаряется. Масса кипятильника $1,5 \text{ кг}$, его удельная теплоемкость $0,12 \text{ кал/г} \cdot \text{град}$. Потери энергии не учитывать.

65. Почему на ощупь легко отличить сухую тряпку от мокрой и труднее от масляной?

66. Обычно после дождя становится холоднее. Объяснить это явление.

67. Каков расход (в минуту) каменного угля в топке парового котла, если в нем образуется 5 кг пара в минуту при температуре 180°C? К. п. д. топки 70 %.

68. Какое количество пара необходимо для нагревания 80 л воды от 6 до 35°C?

69. Какое количество теплоты необходимо затратить, чтобы 5 кг льда, взятого при температуре -10°C , преобразовать в пар при 100°C?

70. Температура комнаты 16°C. Относительная влажность воздуха 50 %. Найти абсолютную влажность.

71. Точка росы 7°C, относительная влажность 50 %. Какова температура воздуха?

72. Какова относительная влажность воздуха, в каждом метре которого содержится $7,7 \cdot 10^{-3}$ кг водяных паров при температуре 15°C?

73. Относительная влажность воздуха в комнате 60 %. Температура комнаты 16°C. До какой температуры надо охладить блестящий металлический предмет, чтобы на его поверхности появилась роса?

74. Температура комнаты 16°C. Относительная влажность воздуха 48 %. Чему равна относительная влажность, если температура комнаты повысилась до 21°C?

75. Определить массу водяных паров, содержащихся в комнате размером $5 \times 7 \times 4$ м, если температура воздуха в комнате 17°C, а точка росы 10°C.

76. Определить, сколько водяного пара конденсируется из каждого кубического метра воздуха при его охлаждении на 12°C, если начальная температура воздуха 16°C, а относительная влажность 65 %.

77. Сосуд наполнен воздухом с относительной влажностью 63 % при температуре 15°C. Когда осушили воздух введением в сосуд фосфорного ангидрида (P_2O_5), оказалось, что масса сосуда уменьшилась на 3,2 г. Определить объем сосуда.

Глава III

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Точечными называются заряды, находящиеся на телах, размеры которых малы по сравнению с расстоянием до этих тел.

Закон Кулона: сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2},$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц; q_1 и q_2 — величины зарядов; ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия зарядов в данной среде меньше, чем в вакууме, r — расстояние между ними.

В системе СГСЭ коэффициент k считается безразмерной величиной, равной единице. В этой системе безразмерной считается и диэлектрическая проницаемость для вакуума ϵ_0 , равная единице.

За единицу заряда в системе СГСЭ принят заряд, который действует с силой в одну дина на равный ему заряд, расположенный в вакууме на расстоянии 1 см.

В системе СИ коэффициент k считается безразмерной величиной, равной $\frac{1}{4\pi}$, а диэлектрическая проницаемость вакуума ϵ_0 принята равной $8,84 \cdot 10^{-12}$ ф/м.

Поэтому закон Кулона в системе СИ записывается так:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}.$$

Заряд в системе СИ измеряется в кулонах:

$$1 \text{ К} = 3 \cdot 10^9 \text{ ед. СГСЭ}.$$

Поверхностной плотностью заряда называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади поверхности. Средняя поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S},$$

где q — величина заряда; S — площадь поверхности.

Напряженностью электрического поля в данной точке называется физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля

Электрическое поле, в котором напряженность одинакова во всех точках называется *однородным*.

Напряженность поля, созданного несколькими зарядами, равна геометрической сумме напряженностей, создаваемых отдельными зарядами:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

Сила F , действующая на заряд q , помещенный в точку поля с напряженностью E , определяется по формуле

$$F = qE$$

Напряженность поля точечного заряда и поля вне равномерно заряженного шара или сферы

$$E = \frac{q}{\epsilon r^2} \text{ (в системе СГСЭ),}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2} \text{ (в системе СИ).}$$

В системе СГСЭ за единицу напряженности электрического поля принята напряженность такой точки поля, в которой на единицу заряда СГСЭ действует сила в одну дину. В системе СИ напряженность поля измеряется в вольтах на метр (в/м) или, что то же самое, в ньютонах на кулон (н/к). На практике часто используется единица в/см — вольт на сантиметр:

$$1 \text{ в/м} = 10^{-2} \text{ в/см} = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ ед. СГСЭ}_E$$

Работа, совершаемая при перемещении заряда q в однородном электрическом поле с напряженностью E ,

$$A = qEs \cdot \cos \alpha,$$

где s — путь, α — угол между направлением электрического поля и направлением перемещения заряда.

Потенциалом электрического поля называется физическая величина, численно равная работе, которую совершают силы поля при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля в точку, потенциал которой условно принят равным нулю.

Работа, совершаемая при перемещении заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку, потенциал которой φ_2 ,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Связь разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ с напряженностью однородного поля E :

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{s},$$

где s — расстояние между точками, потенциалы которых φ_1 и φ_2 .

Потенциал поля точечного заряда и поля вне равномерно заряженного шара:

$$\varphi = \frac{q}{\epsilon r} \text{ (в системе СГСЭ),}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r} \text{ (в системе СИ)}$$

За единицу потенциала в системе СГСЭ принят потенциал такой точки поля, при перемещении из которой единицы заряда СГСЭ в точку с нулевым

потенциалом совершается работа, равная одному эргу. В системе СИ потенциал измеряется в вольтах (в):

$$1 \text{ в} = \frac{1}{300} \text{ ед. СГСЭ}\varphi.$$

Электрическая *емкость* есть физическая величина, численно равная отношению сообщенного телу заряда q к величине потенциала φ , до которого заряжается это тело:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

В системе СГСЭ емкость измеряется в сантиметрах (см). В системе СИ единицей емкости является фарада (ф). Фарада — это емкость проводника, потенциал которого увеличивается на 1 в при сообщении ему заряда 1 к. На практике пользуются дольными единицами — мкф и нф:

$$1 \text{ ф} = 10^6 \text{ мкф} = 10^{12} \text{ нф} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см}.$$

Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d} \text{ (в системе СГСЭ)},$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \text{ (в системе СИ)},$$

где S — площадь одной из пластин; d — расстояние между пластинами.

Емкость шара:

$$C = \epsilon r \text{ (в системе СГСЭ)},$$

$$C = 4\pi \epsilon_0 \epsilon r \text{ (в системе СИ)},$$

где r — радиус шара.

Емкость батарей, составленной из n параллельно соединенных конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Емкость батарей, составленной из n последовательно соединенных конденсаторов, определяется из формулы

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

1. Определить величину диэлектрической проницаемости вакуума в системе СИ.

Решение. В системе СИ заряд измеряется в кулонах, сила — в ньютонах, расстояние — в метрах. Диэлектрическая проницаемость вакуума ϵ_0 является величиной производной. Для определения ее численного значения найдем силу взаимодействия двух единичных зарядов $q_1 = q_2 = 1 \text{ к}$, расположенных в вакууме на расстоянии 1 м. В системе СГСЭ

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2};$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{1 \text{ к} \cdot 1 \text{ к}}{(1 \text{ м})^2} = \frac{(3 \cdot 10^9 \text{ ед. СГСЭ})^2}{(100 \text{ см})^2} = \frac{9 \cdot 10^{18}}{10^4} \text{ дин} = 9 \cdot 10^{14} \text{ дин} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \text{ н}. \end{aligned}$$

В системе СИ закон Кулона для вакуума записывается в виде

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

откуда

$$\epsilon_0 = \frac{q_1 q_2}{4\pi F r^2}.$$

Подставив численные значения $q_1 = q_2 = 1 \text{ к}$, $r = 1 \text{ м}$, $F = 9 \cdot 10^9 \text{ н}$, получим

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 1} \text{ к}^2/\text{н} \cdot \text{м}^2 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ к}^2/\text{дж} \cdot \text{м} = \\ &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}. \end{aligned}$$

2. Определить силу, с которой притягиваются два облака, имеющие разноименные заряды величиной 20 к, если расстояние между ними 10 км.

СИ

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } q = q_1 = q_2 = 20 \text{ к;} \\ r = 10 \text{ км} = 10^4 \text{ м.} \\ \hline F = ? \\ \epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м;} \\ \epsilon = 1. \end{array}$$

СГСЭ

$$\begin{array}{l} q = q_1 = q_2 = 20 \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ ед. СГСЭ;} \\ r = 10^6 \text{ см.} \\ \hline F = ? \\ \epsilon = 1. \end{array}$$

Решение. В системе СИ сила притяжения

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}; \\ F &= \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{20^2}{1 \cdot (10^4)^2} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ (н)}. \end{aligned}$$

Решение в системе СГСЭ:

$$\begin{aligned} F &= \frac{q^2}{\epsilon r^2}; \\ F &= \frac{(20 \cdot 3 \cdot 10^9)^2}{(10^6)^2} = 3,6 \cdot 10^9 \text{ (дин)} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ (н)}. \end{aligned}$$

3. Определить силу притяжения между ядром и электроном в атоме водорода. Диаметр атома водорода принять равным 10^{-8} см .

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } d = 10^{-8} \text{ см} = 10^{-10} \text{ м.} \\ \hline F = ? \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к;} \\ \epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м;} \\ \epsilon = 1. \end{array}$$

Решение. Подставив в формулу закона Кулона значение $d = 2r$, получим

$$F = \frac{1}{\pi \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{d^2};$$

$$F = \frac{1}{3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{1 \cdot (10^{-10})^2} = 9,2 \cdot 10^{-8} \text{ (н)}.$$

4. Два одинаковых шара имеют положительные заряды $1,2 \cdot 10^{-1}$ и $3 \cdot 10^{-2}$ ед. СГСЭ и расположены в воздухе на расстоянии, значительно превышающем их радиусы. Определить массы шаров, если известно, что сила всемирного тяготения, действующая между шарами, уравновешивается кулоновской силой отталкивания.

Условие: $q_1 = 1,2 \cdot 10^{-1}$ ед. СГСЭ $= 4 \cdot 10^{-11}$ К;
 $q_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ ед. СГСЭ $= 1 \cdot 10^{-11}$ К;
 $m_1 = m_2 = m$.

$m - ?$
 $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{сек}^2$;
 $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}$;
 $\epsilon = 1$.

Решение. Сила всемирного тяготения

$$F_1 = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Сила отталкивания между двумя одноименными точечными зарядами

$$F_2 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

По условию задачи $F_1 = F_2$, поэтому

$$\gamma \frac{m^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Отсюда

$$m = \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon \gamma}};$$

$$m = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 10^{-11}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}} = 0,23 \text{ (кг)}.$$

5. Два металлических шарика диаметрами 5 см каждый находятся в трансформаторном масле на расстоянии 50 см между их центрами. Определить, с какой поверхностной плотностью заряжены шарики, если они взаимодействуют с силой 220 дин.

Условие: $d = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$;
 $r = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$;
 $F = 220 \text{ дин} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ н}$.

$\sigma - ?$
 $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}$;
 $\epsilon = 2,2$.

Решение. По закону Кулона сила взаимодействия шариков

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2},$$

откуда $q = r\sqrt{4\pi\epsilon_0\epsilon F}$. Поверхностная плотность заряда определится из соотношения $\sigma = \frac{q}{S}$, где q — заряд шара, S — площадь его поверхности. Таким образом,

$$\sigma = \frac{r\sqrt{4\pi\epsilon_0\epsilon F}}{\pi d^2};$$

$$\sigma = \frac{0,5 \cdot \sqrt{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 2,2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-8}}}{3,14 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2} = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ (к/м}^2\text{)}.$$

6. Два шарика весом $2 \cdot 10^{-2}$ н каждый подвешены в воздухе на тонких шелковых нитях длиной 2 м. Шарикам сообщаются одноименные заряды $5 \cdot 10^{-8}$ к. Определить расстояние между центрами шариков.

Условие:

$$P = 2 \cdot 10^{-2} \text{ н;}$$

$$l = 2 \text{ м;}$$

$$q_1 = q_2 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ к.}$$

$$r = ?$$

$$\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м;}$$

$$\epsilon = 1.$$

Решение. К каждому из шариков приложены три силы: вес шарика P , кулоновская сила отталкивания F и натяжение нити T (рис. 58). В положении равновесия равнодействующая этих сил должна быть равной нулю. Это условие выполняется, если равнодействующая R веса P и натяжения нити T уравнивает силу F . Из $\triangle RBP$ находим, что $R = P \operatorname{tg} \alpha$. По закону Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

поэтому

$$P \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Значение $\operatorname{tg} \alpha$ определим из $\triangle OAB$:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{OA} = \frac{\frac{r}{2}}{\sqrt{l^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2}}.$$

При малых углах α $r \ll l$ и членом $\left(\frac{r}{2}\right)^2$ по сравнению с l^2 можно

пренебречь. Тогда $\operatorname{tg} \alpha \approx \frac{r}{2l}$ и $P \frac{r}{2l} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}$, откуда $r^3 = \frac{2l q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon P}$. Следовательно,

$$r = \sqrt[3]{\frac{2l q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon P}};$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 2 \cdot (5 \cdot 10^{-8})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}} = 0,16 \text{ (м)}.$$

7. Шарик массой 2 г, имеющий заряд 60 ед. СГСЭ, подвешен в воздухе на тонкой изолирующей нити. Определить натяжение нити, если снизу на расстоянии 5 см расположен одноименный заряд 360 ед. СГСЭ.

Условие: $m = 2 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$
 $q_1 = 60 \text{ ед. СГСЭ} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ К};$
 $q_2 = 360 \text{ ед. СГСЭ} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ К};$
 $r = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$

$T = ?$
 $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м};$
 $\epsilon = 1;$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

Решение. Натяжение нити T есть результирующая двух сил: веса P и кулоновской силы отталкивания зарядов F (рис. 59). По закону Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

поэтому

$$T = P - F = mg - \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2};$$

$$T = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 - \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,2 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2} =$$

$$= 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ (Н)}.$$

8. Шарик массой 1 г, несущий заряд $9,8 \cdot 10^{-8} \text{ К}$, подвешен в воздухе на тонкой шелковой нити. При приближении к нему заряда q_2 противоположного знака на расстояние 4 см нить отклонилась на угол $\alpha = 45^\circ$ от вертикального направления. Определить величину заряда q_2 .

Условие: $m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг};$
 $q_1 = 9,8 \cdot 10^{-8} \text{ К};$
 $r = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м};$
 $\alpha = 45^\circ.$

$q_2 = ?$
 $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м};$
 $g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$

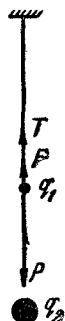


Рис. 59.

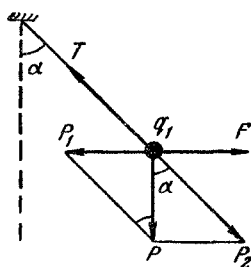


Рис 60

Решение. На шарик действуют три силы: вес шарика P , кулоновская сила притяжения F и натяжение нити T (рис. 60). Разложим вес P на две составляющие P_1 и P_2 , направленные соответственно вдоль линий действия F и T . В положении равновесия составляющая P_1 уравнивает силу F , а P_2 — силу T . Силу F определим по формуле Кулона:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}.$$

Из $\triangle P_1 q_1 P$ найдем, что $P_1 = P \operatorname{tg} \alpha = m g \operatorname{tg} \alpha$. Поэтому

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2} = m g \operatorname{tg} \alpha.$$

Отсюда

$$q_2 = \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2 m g \operatorname{tg} \alpha}{q_1};$$

$$q_2 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 1}{9,8 \cdot 10^{-8}} = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ (к)}.$$

9. В вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 6 \text{ см}$ расположены заряды $q_1 = +18 \text{ ед. СГСЭ}$, $q_2 = = q_3 = -24 \text{ ед. СГСЭ}$. Определить направление и величину силы, действующей на заряд $q = +20 \text{ ед. СГСЭ}$, находящийся в центре треугольника.

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} q_1 &= +18 \text{ ед. СГСЭ} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ К}; \\ q_2 &= q_3 = -24 \text{ ед. СГСЭ} = -8 \cdot 10^{-9} \text{ К}; \\ q &= +20 \text{ ед. СГСЭ} = 6,67 \cdot 10^{-9} \text{ К}; \\ a &= 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}. \end{aligned}$$

$F = ?$

$$\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}.$$

Решение. Сила, приложенная к заряду q , равна геометрической сумме сил F_1 , F_2 и F_3 , действующих со стороны зарядов q_1 , q_2 и q_3 (рис. 61). Значения этих сил определим по закону Кулона:

$$F_1 = \frac{q_1 q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}, \quad F_2 = \frac{q_2 q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2},$$

$$F_3 = \frac{q_3 q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где r — расстояние от центра треугольника до вершины. Из геометрии известно, что это расстояние равно $\frac{2}{3}$ высоты. Но

$$\begin{aligned} \text{высота треугольника } h &= \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \\ &= \frac{a}{2} \sqrt{3}. \text{ Поэтому } r = \frac{a}{3} \sqrt{3} \text{ или } r^2 = \frac{a^2}{3}. \end{aligned}$$

Подставляя значение r^2 , получим.

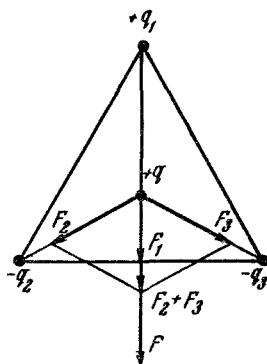


Рис 61.

$$F_1 = \frac{3q_1q}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 10^{-9} \cdot 6,67 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2} = 3 \cdot 10^{-4} (н);$$

$$F_2 = \frac{3q_2q}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \cdot 6,67 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2} = 4 \cdot 10^{-4} (н);$$

$$F_3 = \frac{3q_3q}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \cdot 6,67 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2} = 4 \cdot 10^{-4} (н).$$

Направления сил F_1 , F_2 и F_3 показаны на рисунке. Для определения результирующей силы F сначала сложим (по правилу параллелограмма) силы F_2 и F_3 . Из рис. 61 видно, что равнодействующая этих сил численно равна силе F_2 или F_3 (силы F_2 и F_3 и их равнодействующая $F_2 + F_3$ являются сторонами равностороннего треугольника). Поскольку направление равнодействующей двух сил F_2 и F_3 совпадает с направлением силы F_1 , то численное значение силы F равно их сумме:

$$F = 3 \cdot 10^{-4} н + 4 \cdot 10^{-4} н = 7 \cdot 10^{-4} н.$$

Направление силы F показано на рис. 61.

10. Проводящий шар радиусом 5 см заряжен положительным зарядом с поверхностной плотностью $8,84 \cdot 10^{-5} \text{ К/м}^2$. Определить напряженность поля на расстоянии 5 см от поверхности шара.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } r_1 &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ r_2 &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ \sigma &= 8,84 \cdot 10^{-5} \text{ К/м}^2. \\ \hline E &= ? \\ \epsilon_0 &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \\ \epsilon &= 1. \end{aligned}$$

Решение. Напряженность поля, создаваемая заряженным шаром,

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2},$$

где r — расстояние от центра шара до точки, в которой определяется напряженность поля. Определив заряд шара $q = \sigma S = 4\pi r_1^2 \sigma$ и учитывая, что $r = r_1 + r_2$, получим

$$E = \frac{r_1^2 \sigma}{\epsilon_0\epsilon (r_1 + r_2)^2};$$

$$E = \frac{(5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 8,84 \cdot 10^{-5}}{8,84 \cdot 10^{-12} \cdot (5 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-2})^2} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ (В/м)}.$$

11. Напряженность поля между обкладками плоского конденсатора 6000 В/м. Определить массу помещенной в это поле пылинки, если она несет заряд $4,9 \cdot 10^{-2}$ ед. СГСЭ и находится в равновесии.

Условие: $E = 6000$ в/м;

$$q = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ ед. СГСЭ} = 4,9 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{-9} \text{ к.}$$

$m = ?$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. По условию задачи результирующая сила, действующая на пылинку, равна нулю. К пылинке приложены две силы: вес пылинки $P = mg$ и сила, действующая на заряд пылинки со стороны поля, $F = qE$. Приравняем их: $mg = qE$, откуда

$$m = \frac{qE}{g};$$

$$m = \frac{4,9 \cdot 10^{-11} \cdot 6000}{3 \cdot 9,8} = 10^{-8} \text{ (кг)}.$$

12 В однородное электрическое поле, образованное двумя вертикальными пластинками, помещен шарик массой 2 г, подвешенный на тонкой шелковой нити. Шарiku сообщен заряд 10^{-6} к. Определить напряженность поля, если нить отклонилась на угол $\alpha = 30^\circ$.

Условие: $m = 2 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$

$$q = 10^{-6} \text{ к};$$

$$\alpha = 30^\circ.$$

$E = ?$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Шарик будет в равновесии, если его вес P и сила F , действующая на заряд шарика в электрическом поле, уравновешиваются натяжением нити T (рис. 62). Это условие выполняется при $F = P \tan \alpha$. Но $F = qE$, $P = mg$, поэтому $qE = mg \tan \alpha$. Тогда

$$E = \frac{mg \tan \alpha}{q};$$

$$E = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \sqrt{3}}{10^{-6} \cdot 3} = 11,3 \cdot 10^3 \text{ (в/м)}.$$

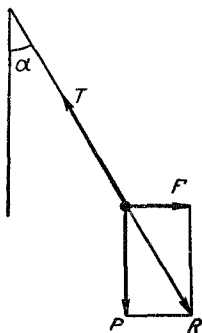


Рис 62.

13. Определить полный заряд Земли, если известно, что напряженность поля у ее поверхности 130 в/м.

Условие: $E = 130$ в/м.

$q = ?$

$$r = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м};$$

$$\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м};$$

$$\epsilon = 1.$$

Решение. Приняв Землю за шар радиуса r , определим напряженность поля по формуле $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, откуда

$$q = 4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2 E;$$

$$q = 4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (6,4 \cdot 10^6)^2 \cdot 130 = 6 \cdot 10^5 \text{ (к)}.$$

14. Определить напряженность поля в точке, лежащей посредине между зарядами $+2 \cdot 10^{-7}$ к и $-4 \cdot 10^{-7}$ к, находящимися в скипидаре на расстоянии 10 см друг от друга.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } q_1 &= +2 \cdot 10^{-7} \text{ к;} \\ q_2 &= -4 \cdot 10^{-7} \text{ к;} \\ r &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= ? \\ \epsilon_0 &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м;} \\ \epsilon &= 2,2. \end{aligned}$$

Решение. Обозначим напряженность поля в точке O , создаваемую зарядом q_1 , через E_1 , а зарядом q_2 — через E_2 (рис. 63). Зная формулу напряженности поля точечного заряда, можем записать:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon\left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{q_1}{\pi\epsilon_0\epsilon r^2};$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon\left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{q_2}{\pi\epsilon_0\epsilon r^2}.$$

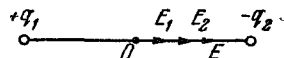


Рис. 63

Поскольку E_1 и E_2 направлены в одну сторону, напряженность поля в точке O равна их сумме: $E = E_1 + E_2$ и направлена в сторону отрицательного заряда. Подставив значения E_1 и E_2 , получим

$$E = \frac{q_1}{\pi\epsilon_0\epsilon r^2} + \frac{q_2}{\pi\epsilon_0\epsilon r^2} = \frac{q_1 + q_2}{\pi\epsilon_0\epsilon r^2};$$

$$E = \frac{2 \cdot 10^{-7} + 4 \cdot 10^{-7}}{3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 2,2 \cdot (0,1)^2} = 9,9 \cdot 10^5 \text{ (в/м)}.$$

15. В вершинах квадрата со стороной 10 см расположены три отрицательных и один положительный заряд величиной $7 \cdot 10^{-8}$ к каждый. Определить напряженность поля в центре квадрата, находящегося в воздухе.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } a &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м;} \\ q_1 &= q_2 = q_3 = -7 \cdot 10^{-8} \text{ к;} \\ q_4 &= +7 \cdot 10^{-8} \text{ к.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= ? \\ \epsilon_0 &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м;} \\ \epsilon &= 1. \end{aligned}$$

Решение. Напряженность поля в центре квадрата равна геометрической сумме напряженностей, создаваемых каждым из

зарядов, которые расположены в вершинах квадрата: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$. Поскольку величины зарядов одинаковы и они находятся на одном и том же расстоянии от точки, где определяется напряженность, численные значения напряженностей E_1 , E_2 , E_3 и E_4 будут одинаковы и равны:

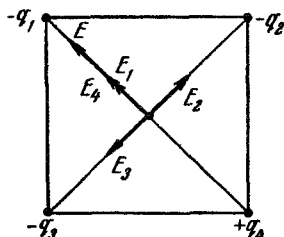


Рис. 64.

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2},$$

где q_1 — величина заряда, r — расстояние от вершины до центра квадрата.

Из рис. 64 видно, что $r^2 = \frac{a^2}{2}$, поэтому

$$E_1 = \frac{2q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2}.$$

Направление напряженностей E_1 , E_2 , E_3 и E_4 показаны на рисунке. Векторы E_2 и E_3 равны по величине и направлены в противоположные стороны, поэтому их сумма равна нулю. Результирующая напряженность E равна сумме E_1 и E_4 :

$$E = 2 \cdot \frac{2q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2} = \frac{q_2}{\pi\epsilon_0\epsilon a^2};$$

$$E = \frac{7 \cdot 10^{-8}}{3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot (0,1)^2} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ (в/м)}.$$

16. С каким ускорением будет падать шарик массой 1 г, если ему сообщить заряд 10^{-6} к? Напряженность поля Земли равна 130 в/м и направлена к ее поверхности.

Условие: $m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг};$

$$q = 10^{-6} \text{ к};$$

$$E = 130 \text{ в/м}.$$

$$a = ?$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Ускорение тела

$$a = \frac{F}{m},$$

где F — равнодействующая всех сил, приложенных к телу. При движении шарика в электрическом поле Земли к нему приложены две силы: вес шарика $P = mg$ и $F_1 = qE$. Равнодействующая этих сил $F = mg + qE$. Поэтому

$$a = \frac{mg + qE}{m} = g + \frac{qE}{m};$$

$$a = 9,8 + \frac{130 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}} = 9,93 \text{ (м/сек}^2\text{)}.$$

17. Алюминиевый шарик массой 9 г, несущий заряд 10^{-7} к, помещен в масло. Определить величину напряженности направ-

ленного вверх поля, если известно, что шарик плавает. Плотность масла $0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Условие: $m = 9 \text{ г} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$;

$$q = 10^{-7} \text{ К};$$

$$D_2 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

$$\frac{E - ?}{D_1 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Шарик будет плавать, если его вес P уравновесится выталкивающей силой F_1 и силой поля F_2 , действующей на заряд шарика $P = F_1 + F_2$. Выталкивающая сила F_1 равна весу вытесненного шариком масла: $F_1 = D_2 \frac{m}{D_1} g$. Сила $F_2 = qE$, а $P = mg$. Поэтому $mg = D_2 \frac{m}{D_1} g + qE$. Отсюда

$$E = \frac{mg \left(1 - \frac{D_2}{D_1}\right)}{q};$$

$$E = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot \left(1 - \frac{0,9 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^3}\right)}{10^{-7}} = 5,88 \cdot 10^5 \text{ (в/м)}.$$

18. Во сколько раз изменится период колебаний металлического шарика массой 1 г, подвешенного на нити, если такой маятник поместить в электрическое поле напряженностью 300 в/см, а шарiku сообщить заряд 490 ед. СГСЭ? Поле направлено вертикально вверх.

Условие: $m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$;

$$E = 300 \text{ в/см} = 3 \cdot 10^4 \text{ в/м};$$

$$q = 490 \text{ ед. СГСЭ} = \frac{4,9}{3} \cdot 10^{-7} \text{ К}.$$

$$\frac{T_2}{T_1} = ?$$

$$g = 9,8 \text{ м/сек}^2.$$

Решение. Период колебаний математического маятника

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l — длина маятника, g — ускорение силы тяжести. В электрическом поле на заряд шарика будет действовать направленная вверх сила $F = qE$. Это приведет к изменению ускорения силы тяжести, которое теперь будет

$$g' = \frac{mg - qE}{m} = g - \frac{qE}{m}.$$

Изменение ускорения свободного падения вызовет изменение периода колебания маятника:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{qE}{m}}}.$$

Взяв отношение $\frac{T_2}{T_1}$, получим

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{g - \frac{qE}{m}}};$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{9,8}{9,8 - \frac{4,9}{3} \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^7}} = 1,4.$$

19. Определить величину работы, совершаемой при перемещении заряда $4 \cdot 10^{-9}$ К в однородном электрическом поле напряженностью 600 В/см. Путь, пройденный зарядом, равен 5 см и составляет с направлением поля угол 60° .

$$\begin{aligned} \text{У с л о в и е: } q &= 4 \cdot 10^{-9} \text{ К;} \\ E &= 600 \text{ В/см} = 6 \cdot 10^4 \text{ В/м;} \\ s &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ \alpha &= 60^\circ. \\ \hline A &= ? \end{aligned}$$

Решение. Работа, совершаемая при перемещении заряда в электрическом поле,

$$A = qEs \cos \alpha;$$

$$A = 4 \cdot 10^{-9} \cdot 6 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ (дж)}.$$

20. Определить работу, совершаемую при перемещении заряда $q = 2 \cdot 10^{-6}$ К из точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 20$ см от точечного заряда $q_2 = 3 \cdot 10^{-6}$ К, до точки, расположенной на расстоянии $r_2 = 50$ см от этого же заряда. Окружающая среда — воздух.

$$\begin{aligned} \text{У с л о в и е: } q_1 &= 2 \cdot 10^{-6} \text{ К;} \\ q_2 &= 3 \cdot 10^{-6} \text{ К;} \\ r_1 &= 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м;} \\ r_2 &= 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м.} \\ \hline A &= ? \\ \epsilon_0 &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м;} \\ \epsilon &= 1. \end{aligned}$$

Решение. Работа, совершаемая при перемещении заряда в электрическом поле, $A = q_1 (\varphi_1 - \varphi_2)$. Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}.$$

Поэтому

$$\varphi_1 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2}.$$

Следовательно,

$$A = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{q_2}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} \right) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2};$$

$$A = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{0,5 - 0,2}{0,5 \cdot 0,2} = 0,16 \text{ (дж)}.$$

21. Радиус орбиты электрона в атоме водорода $5 \cdot 10^{-9}$ см. Определить потенциал поля, создаваемого в точках орбиты электрона.

Условие: $r = 5 \cdot 10^{-9}$ см $= 5 \cdot 10^{-11}$ м.

$$\begin{aligned} \varphi &= ? \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К}; \\ \epsilon_0 &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \\ \epsilon &= 1. \end{aligned}$$

Решение. Потенциал, создаваемый точечным зарядом,

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0\epsilon r};$$

$$\varphi = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-11}} = 29 \text{ (В)}.$$

22. На расстоянии 0,9 м от поверхности шара радиусом 10 см, несущего заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 3 \cdot 10^{-5}$ К/м², находится точечный заряд $q = 7 \cdot 10^{-9}$ К. Определить работу, которую необходимо произвести, чтобы перенести заряд q в точку, расположенную на расстоянии 50 см от центра шара. Окружающая среда — воздух.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } l_1 &= 0,9 \text{ м}; \\ r &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}; \\ \sigma &= 3 \cdot 10^{-5} \text{ К/м}^2; \\ q &= 7 \cdot 10^{-9} \text{ К}; \\ l_2 &= 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}. \\ A &= ? \\ \epsilon_0 &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}; \\ \epsilon &= 1. \end{aligned}$$

Решение. Работа, совершаемая при перемещении заряда, $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Потенциал точки

поля заряженного шара $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$,

где r — расстояние от его центра до точки, в которой определяется потенциал. Расстояние до точки 1 $r_1 = r + l_1$ (рис. 65). Точка 2

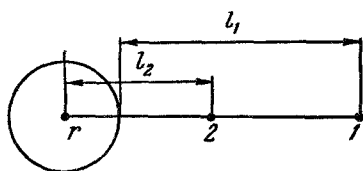


Рис. 65.

находится на расстоянии от центра шара $r_2 = l_2$. Тогда

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon (r + l_1)}; \quad \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon l_2}.$$

Заряд шара q определим из условия $q = \sigma S$, где σ — поверхностная плотность заряда, S — площадь шара. Учитывая, что $S = 4\pi r^2$ и $q = 4\pi\sigma r^2$, получим

$$A = q \left(\frac{4\pi\sigma r^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon (r + l_1)} - \frac{4\pi\sigma r^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon l_2} \right) = \frac{\sigma r^2 q}{\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r + l_1} - \frac{1}{l_2} \right);$$

$$A = \frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot (0,1)^2 \cdot 7 \cdot 10^{-9}}{8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{0,1 + 0,9} - \frac{1}{0,5} \right) = -2,4 \cdot 10^{-4} \text{ (дж)}.$$

23. Два одинаковых шарика радиусом 1 см каждый находятся в керосине на расстоянии 10 см друг от друга и взаимодействуют с силой 32 дин. Определить потенциал шариков.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } r &= 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}; \\ r_1 &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}; \\ F &= 32 \text{ дин} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ н}. \\ \varphi &= ? \\ \epsilon_0 &= 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}; \\ \epsilon &= 2,1. \end{aligned}$$

Решение. Потенциал шариков $\varphi = \frac{q}{C}$. Учитывая, что емкость шара $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r$, получим

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

Заряд определим из формулы Кулона $F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1^2}$: $q = \sqrt{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1^2 F}$. Тогда найдем

$$\varphi = \frac{r_1 \sqrt{4\pi\epsilon_0\epsilon F}}{4\pi\epsilon_0\epsilon r};$$

$$\varphi = \frac{0,1 \cdot \sqrt{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 2,1 \cdot 3,2 \cdot 10^{-4}}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 2,1 \cdot 10^{-2}} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ (в)}.$$

24. Сколько электронов содержит заряд пылинки массой $2,4 \cdot 10^{-8}$ г, если при помещении ее в электрическое поле плоского конденсатора, к которому приложена разность потенциалов 3000 в, вес пылинки уравнивается силой поля, действующей на ее заряд? Расстояние между пластинами конденсатора 2 см.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } m &= 2,4 \cdot 10^{-8} \text{ г} = 2,4 \cdot 10^{-11} \text{ кг}; \\ \varphi_2 - \varphi_1 &= 3000 \text{ в}; \\ d &= 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}. \\ n &= ? \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К}; \\ g &= 9,8 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Решение. Сила, действующая на заряд, находящийся в электрическом поле, $F = qE = neE$. По условию задачи эта сила равна весу пылинки $P = mg$. Поэтому $mg = neE$. Отсюда $n = \frac{mg}{eE}$. Выразив напряженность поля через разность потенциалов:

$$E = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d},$$

определим

$$n = \frac{mgd}{e(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

$$n = \frac{2,4 \cdot 10^{-11} \cdot 9,8 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^3} = 9,8 \cdot 10^3 \text{ (электронов).}$$

25. Электрон вылетает из точки, потенциал которой 6000 в, имея скорость, направленную вдоль поля и равную $3 \cdot 10^7$ м/сек. Определить потенциал точки, в которой скорость электрона станет равной нулю.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } \varphi_1 = 6000 \text{ в;} \\ v_1 = 3 \cdot 10^7 \text{ м/сек;} \\ v_2 = 0. \\ \hline \varphi_2 = ? \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к;} \\ m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг.} \end{array}$$

Решение. При движении электрон за счет своей кинетической энергии совершает работу против сил поля, численно равную $e(\varphi_1 - \varphi_2)$. Поэтому

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_2)$$

или, учитывая, что $v_2 = 0$,

$$\frac{mv_1^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{2e\varphi_1 - mv_1^2}{2e} = \varphi_1 - \frac{mv_1^2}{2e}; \\ \varphi_2 &= 6000 - \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2 \cdot 9}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3440 \text{ (в).} \end{aligned}$$

26. Расстояние между пластинами управляющего конденсатора электронно-лучевой трубки 16 мм, длина пластин 3 см. На какое расстояние сместится электрон, влетающий в конденсатор со скоростью $2 \cdot 10^6$ м/сек параллельно пластинам, к моменту выхода из конденсатора, если на пластины подано напряжение 4,8 в?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } d = 16 \text{ мм} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ l = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ v_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ м/сек}; \\ U = 4,8 \text{ в.} \\ \hline s - ? \\ m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}; \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к.} \end{array}$$

Решение. При движении электрона между пластинами на него действует сила

$$F = eE = e \frac{U}{d}.$$

Под действием этой силы он получает ускорение

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d}.$$

Время движения электрона между пластинами определяется из соотношения $t = \frac{l}{v_0}$. За время t электрон, движущийся с ускорением a , проходит путь

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{eUl^2}{2mdv_0^2};$$

$$s = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,8 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot (2 \cdot 10^6)^2} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}.$$

27. Определить емкость конденсатора, образованного двумя пластинами площадью 200 см^2 каждая, между которыми находится листок слюды толщиной $0,1 \text{ см}$.

СГСЭ	СИ
У с л о в и е: $S = 200 \text{ см}^2$;	$S = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$;
$d = 0,1 \text{ см}$.	$d = 10^{-3} \text{ м}$.
$C - ?$	$C - ?$
$\epsilon = 6$.	$\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м};$ $\epsilon = 6$.

Решение. В системе СГСЭ емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d};$$

$$C = \frac{6 \cdot 200}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,1} = 955 \text{ (см)}.$$

В системе СИ емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d};$$

$$C = \frac{8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{10^{-3}} = 10,6 \cdot 10^{-10} \text{ (ф)} = 1060 \text{ (нф)}.$$

28. Конденсатор заряжен до разности потенциалов 600 в и отключен от источника тока. Определить разность потенциалов между пластинами конденсатора, если расстояние между ними уменьшено вдвое.

У с л о в и е: $U = 600$ в;

$$\frac{d_1 = \frac{d}{2}}{U_1 = ?}$$

Решение. Разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = \frac{q}{C}$. При изменении расстояния между пластинами изменяется емкость конденсатора, а заряд остается неизменным. Поэтому $U_1 = \frac{q}{C_1}$. Учитывая, что емкость плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$, найдем

$$U = \frac{qd}{\epsilon_0 \epsilon S} \quad \text{и} \quad U_1 = \frac{qd_1}{\epsilon_0 \epsilon S}.$$

Разделим первое равенство на второе:

$$\frac{U}{U_1} = \frac{d}{d_1} = \frac{2d}{d} = 2.$$

Отсюда

$$U_1 = \frac{U}{2};$$

$$U_1 = \frac{600}{2} = 300 \text{ (в)}.$$

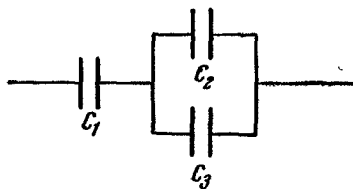


Рис 66.

29. Определить емкость батареи конденсаторов (рис. 66), если емкость конденсатора C_1 1 мкф, конденсатора C_2 — 2 мкф, а конденсатора C_3 — 4 мкф.

У с л о в и е: $C_1 = 1$ мкф;
 $C_2 = 2$ мкф;
 $C_3 = 4$ мкф.
 $C = ?$

Решение. Конденсаторы C_2 и C_3 включены параллельно, поэтому $C' = C_2 + C_3$. Конденсатор C_1 включен последовательно с C' . По формуле последовательного соединения конденсаторов находим, что

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1}.$$

Отсюда

$$C = \frac{C_1 C'}{C' + C_1} = \frac{C_1 (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3};$$

$$C = \frac{1 \cdot (2 + 4)}{1 + 2 + 4} = 0,86 \text{ (мкф)}.$$

30. Три одинаковых конденсатора соединены параллельно в батарею. Определить емкость батареи, если известно, что при подключении ее к полюсам аккумулятора ($U = 2$ в) заряд на обкладках каждого конденсатора 10^{-9} к.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } U = 2 \text{ в;} \\ q = 10^{-9} \text{ к.} \\ \hline C = ? \end{array}$$

Решение. При параллельном соединении конденсаторов емкость батареи

$$C = C_1 + C_2 + C_3.$$

Емкость конденсаторов, образующих батарею, определим по формуле

$$C_1 = C_2 = C_3 = \frac{q}{U}.$$

Тогда

$$C = 3 \cdot \frac{q}{U};$$

$$C = 3 \cdot \frac{10^{-9}}{2} = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ (ф)} = 1500 \text{ (нф)}.$$

31. Определить емкость лейденской банки, если известно, что после соединения ее внутренней обкладки с шаром радиуса 20 см, наэлектризованным до потенциала 2400 в, потенциал шара уменьшился до 60 в. Наружная обкладка лейденской банки заземлена.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } r = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м;} \\ \varphi = 2400 \text{ в;} \\ \varphi_1 = 60 \text{ в.} \\ \hline C = ? \\ \epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м;} \\ \epsilon = 1. \end{array}$$

Решение. Емкость лейденской банки

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Поскольку наружная обкладка лейденской банки заземлена, то $\varphi_2 = 0$. Потенциал внутренней обкладки равен потенциалу шара после соприкосновения ($\varphi_1 = \varphi$), так как в результате соединения двух проводников их потенциалы становятся одинаковыми.

Поэтому $C = \frac{q}{\varphi_1}$. Заряд q на обкладках лейденской банки равен убыли заряда на шаре: $q = C_1 \varphi - C_1 \varphi_1 = C_1 (\varphi - \varphi_1) = 4\pi\epsilon_0\epsilon r (\varphi - \varphi_1)$, где $C_1 = 4\pi\epsilon_0\epsilon r$ — емкость шара. Тогда

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon r (\varphi - \varphi_1)}{\varphi_1};$$

$$C = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 0,2 \cdot (2400 - 60)}{60} = 8,7 \cdot 10^{-10} \text{ (ф)} = 870 \text{ (нф)}.$$

32. Какой заряд необходимо сообщить батарее из 4 конденсаторов емкостью $C_1 = 2$ мкф, $C_2 = 3$ мкф, $C_3 = 4$ мкф и $C_4 = 6$ мкф, соединенных по схеме, изображенной на рис. 67, чтобы зарядить ее до напряжения 1000 в?

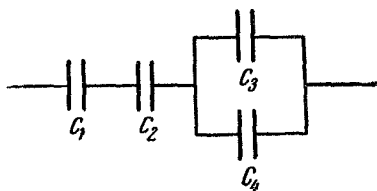


Рис. 67.

Условие: $C_1 = 2$ мкф $= 2 \cdot 10^{-6}$ ф;
 $C_2 = 3$ мкф $= 3 \cdot 10^{-6}$ ф;
 $C_3 = 4$ мкф $= 4 \cdot 10^{-6}$ ф;
 $C_4 = 6$ мкф $= 6 \cdot 10^{-6}$ ф;
 $U = 1000$ в.

$q = ?$

Решение. Заряд батареи конденсаторов $q = CU$. Емкость батареи найдем из соотношения

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3 + C_4},$$

откуда

$$C = \frac{C_1 C_2 (C_3 + C_4)}{(C_3 + C_4)(C_1 + C_2) + C_1 C_2}.$$

Поэтому

$$q = \frac{C_1 C_2 (C_3 + C_4) U}{(C_3 + C_4)(C_1 + C_2) + C_1 C_2};$$

$$q = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6} (4 \cdot 10^{-6} + 6 \cdot 10^{-6}) \cdot 1000}{(2 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6})(4 \cdot 10^{-6} + 6 \cdot 10^{-6}) + 2 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}} =$$

$$= 1,07 \cdot 10^{-3} \text{ (к)}.$$

33. Большая шарообразная капля воды получена в результате слияния 125 одинаковых мелких шарообразных капелек. До какого потенциала были заряжены мелкие капельки, если потенциал большой капли оказался равным 2,5 в?

Условие: $n = 125$;
 $\varphi_2 = 2,5$ в.
 $\varphi_1 = ?$

Решение. Обозначим радиус и заряд мелких капелек через r_1 и q_1 , а большой капли — через r_2 и q_2 . Зная, что емкость шара $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r$, получим $q_2 = 4\pi\epsilon_0\epsilon\varphi_2 r_2$ и $q_1 = 4\pi\epsilon_0\epsilon\varphi_1 r_1$. Отсюда

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{\varphi_2 r_2}{\varphi_1 r_1}.$$

Учитывая, что $q_2 = nq_1$, найдем

$$n = \frac{\varphi_2 r_2}{\varphi_1 r_1}.$$

Тогда

$$\varphi_1 = \frac{r_2 \varphi_2}{nr_1} = \frac{\varphi_2}{n} \cdot \frac{r_2}{r_1}.$$

Отношение $\frac{r_2}{r_1}$ определим из условия равенства объемов большой капли и всех маленьких капелек $\left(\frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 n\right)$:

$$\frac{r_2^3}{r_1^3} = n \quad \text{или} \quad \frac{r_2}{r_1} = \sqrt[3]{n}.$$

Подставив отношение $\frac{r_2}{r_1}$ в выражение для φ_1 , получим

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_2}{n} \sqrt[3]{n};$$

$$\varphi_1 = \frac{2,5}{125} \cdot \sqrt[3]{125} = 0,1 \quad (\text{в}).$$

34. Разность потенциалов между двумя пластинами, находящимися в воздухе, 600 в. Какова будет разность потенциалов, если между пластинами поместить пластинку из слюды, толщина которой равна расстоянию между ними?

У с л о в и е: $U = 600 \text{ в.}$

$$U_1 = ?$$

$$\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м};$$

$$\epsilon = 6.$$

Р е ш е н и е. Рассматриваемые пластины образуют конденсатор, емкость которого

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}.$$

Заряд на обкладках

$$q = CU = \frac{\epsilon_0 S}{d} U.$$

При внесении диэлектрика в пространство между пластинами емкость изменится и станет равной

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}.$$

Это приведет к изменению потенциала, так как заряд

$$q = C_1 U_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} U_1$$

останется прежним. Поэтому

$$C_1 U_1 = CU \quad \text{или} \quad \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} U_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d} U.$$

Отсюда

$$U_1 = \frac{U}{\epsilon};$$

$$U_1 = \frac{600}{6} = 100 \quad (\text{в}).$$

35. Шарику радиусом 4 см сообщен заряд $6,3 \cdot 10^{-7}$ кл. Какой заряд перейдет на шарик радиусом 2 мм, если его соединить с большим шариком? Емкостью соединительного проводника пренебречь.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } r_1 &= 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ r_2 &= 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м;} \\ q &= 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ кл.} \\ q_2 &= ? \end{aligned}$$

Решение. Поскольку шарики соединены проводником, потенциалы их будут одинаковыми. Найдем заряды шариков после их соединения $q_1 = C_1 \varphi$ и $q_2 = C_2 \varphi$. Но $q_1 + q_2 = q$, так как до соединения с большим шариком маленький не был заряжен. Подставив значения q_1 и q_2 в последнее равенство, получим $q = C_1 \varphi + C_2 \varphi = (C_1 + C_2) \varphi$, откуда $\varphi = \frac{q}{C_1 + C_2}$. Зная потенциал маленького шарика, определим его заряд

$$q_2 = C_2 \varphi = C_2 \frac{q}{C_1 + C_2}.$$

Учитывая, что емкость шара $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r$, найдем $C_1 = 4\pi\epsilon_0\epsilon r_1$ и $C_2 = 4\pi\epsilon_0\epsilon r_2$. Тогда

$$\begin{aligned} q_2 &= r_2 \frac{q}{r_1 + r_2}; \\ q_2 &= 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{6,3 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ (кл).} \end{aligned}$$

2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ТВЕРДЫХ ПРОВОДНИКАХ

Электрический ток — направленное движение свободных зарядов.

Силой тока называется величина, численно равная электрическому заряду, проходящему через сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{q}{t}.$$

За единицу силы тока принимается такой ток, при котором через поперечное сечение проводника проходит единица заряда за единицу времени. В системе СГСЭ:

$$1 \text{ ед. СГСЭ } I = \frac{1 \text{ ед. СГСЭ } q}{1 \text{ сек}} = 1 \text{ ед. СГСЭ } q/\text{сек}$$

В системе СИ ток измеряется в амперах. Ампер в системе СИ является основной единицей и определяется так: ампер — сила неизменяющегося тока, который, протекая по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывал бы между этими проводниками силу $2 \cdot 10^{-7}$ ньютонов на каждый метр длины проводника (ГОСТ 8033—56); иными словами, ампер — это ток, при котором через сечение проводника за одну секунду проходит заряд в один кулон.

$$1 \text{ а} = 3 \cdot 10^9 \text{ ед. СГСЭ } I.$$

За направление тока условно принимается направление движения положительных зарядов.

Плотностью тока называется величина тока, приходящаяся на единицу площади:

$$j = \frac{I}{S}.$$

Закон Ома для участка цепи, не содержащего электродвижущей силы (э. д. с.): сила тока в проводнике прямо пропорциональна разности потенциалов (напряжению) на концах проводника и обратно пропорциональна его сопротивлению:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} \quad \text{или} \quad I = \frac{U}{R}.$$

Сопротивление R измеряется в омах. Ом — это сопротивление проводника по которому проходит ток в 1 а при разности потенциалов на его концах 1 в.

Формула сопротивления

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление, зависящее от рода проводника; l — длина проводника, S — площадь поперечного сечения.

Удельным сопротивлением вещества называется величина, численно равная сопротивлению изготовленного из этого вещества проводника, длина и площадь поперечного сечения которого равны единице. В системе СИ удельное сопротивление измеряется в ом-метрах (ом · м). На практике часто длину проводника измеряют в метрах, а площадь поперечного сечения в квадратных миллиметрах. Тогда удельное сопротивление измеряется в ом-квадратный миллиметр на метр (ом · мм²/м). Если длина проводника измерена в сантиметрах, площадь поперечного сечения в квадратных сантиметрах, а сопротивление в омах, то удельное сопротивление измеряется в ом-сантиметрах (ом · см). Единицы удельного сопротивления связаны следующим соотношением:

$$1 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м} = 10^{-4} \cdot \text{ом} \cdot \text{см} = 10^{-6} \text{ ом} \cdot \text{м}.$$

Величина, обратная удельному сопротивлению, называется *удельной проводимостью*:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Сопротивление проводников зависит от температуры. Эта зависимость выражается формулой

$$R_t^\circ = R_0 (1 + \alpha t^\circ),$$

где R_t° — сопротивление проводника при температуре $t^\circ \text{C}$, R_0 — сопротивление проводника при 0°C , α — температурный коэффициент сопротивления.

Температурным коэффициентом сопротивления называется физическая величина, численно равная относительному изменению сопротивления проводника при нагревании его на один градус.

Сопротивление металлов при нагревании увеличивается, электролитов и полупроводников — уменьшается.

Сопротивление последовательно соединенных проводников равно сумме сопротивлений отдельных проводников:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n,$$

где R_1, R_2, \dots, R_n — сопротивления проводников, входящих в последовательное соединение. Если $R_1 = R_2 = \dots = R_n$, то

$$R = nR_1$$

где n — число соединяемых последовательно проводников. При последовательном соединении проводников падения напряжения на отдельных проводниках прямо пропорциональны их сопротивлениям:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Сопротивление цепи, состоящей из нескольких параллельно соединенных проводников, определяется по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n},$$

т. е. проводимость $\left(\frac{1}{R}\right)$ параллельно соединенных проводников равна сумме проводимостей отдельных проводников. Если $R_1 = R_2 = \dots = R_n$, то

$$\frac{1}{R} = \frac{n}{R_1} \quad \text{или} \quad R = \frac{R_1}{n},$$

т. е. сопротивление n проводников, соединенных параллельно, в n раз меньше сопротивления одного проводника.

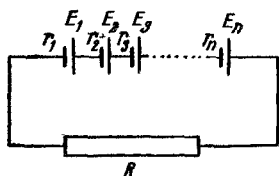


Рис. 68.

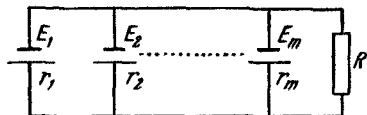


Рис. 69.

Токи в отдельных участках разветвленной цепи обратно пропорциональны их сопротивлениям:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Закон Ома для полной цепи: сила тока в замкнутом контуре, содержащем э. д. с., прямо пропорциональна э. д. с. источника тока и обратно пропорциональна сумме сопротивления внешней части контура и внутреннего сопротивления источника тока:

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Согласно закону Ома для полной цепи напряжение на зажимах источника тока

$$U = IR = E - Ir.$$

Если источник тока с электродвижущей силой E является потребителем тока (например, при зарядке аккумулятора), то напряжение на его зажимах

$$U = E + Ir,$$

где I — сила тока, проходящего через источник, r — его внутреннее сопротивление.

При последовательном соединении источников тока (рис. 68) сила тока в цепи определяется по формуле

$$I = \frac{E_1 + E_2 + \dots + E_n}{R + r_1 + r_2 + \dots + r_n}.$$

Если соединяются одинаковые источники тока, имеющие э. д. с. E и внутреннее сопротивление r , то

$$I = \frac{nE}{R + rn},$$

где n — число последовательно соединенных источников тока.

Параллельно включаются только одинаковые элементы. Сила тока в цепи, содержащей m параллельно включенных источников тока (рис. 69),

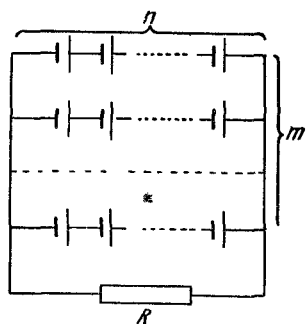


Рис. 70

$$I = \frac{E}{R + \frac{r}{m}}.$$

Если батарея получена соединением m параллельных групп, содержащих по n одинаковых и последовательно включенных элементов каждая (рис. 70), то сила тока выражается формулой

$$I = \frac{nE}{R + \frac{nr}{m}}.$$

Работа, совершаемая током,

$$A = UIt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t,$$

где U — напряжение, I — сила тока, R — сопротивление проводника, t — время прохождения тока

Мощность тока

$$N = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

В системе СИ работа измеряется в джоулях (дж), мощность — в ваттах (вт):

$$1 \text{ вт} = \frac{1 \text{ дж}}{1 \text{ сек}} = 1 \text{ дж/сек}.$$

Количество теплоты в калориях, выделяющееся в проводнике при прохождении тока, согласно закону Джоуля — Ленца определяется по формуле

$$Q = kIUt = kI^2 R t = k \frac{U^2}{R} t,$$

где $k = 0,24 \text{ кал/дж}$.

В системе СИ количество теплоты измеряется в джоулях, поэтому

$$Q = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Коэффициент полезного действия источника тока показывает, какую часть полной работы A составляет полезная A_1 :

$$\eta = \frac{A_1}{A} = \frac{U}{E} = \frac{R}{R + r},$$

где U — напряжение на зажимах внешней цепи, E — э. д. с. источника, R — внешнее сопротивление, r — внутреннее сопротивление источника тока.

1. Определить величину заряда, проходящего через поперечное сечение проводника площадью 1 мм^2 в течение 5 сек , если плотность тока равномерно возрастает от 0 до 100 а/см^2 .

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2; \\ t = 5 \text{ сек}; \\ j_1 = 0; \\ j_2 = 100 \text{ а/см}^2 = 10^6 \text{ а/м}^2. \\ \hline q = ? \end{array}$$

Решение. Количество электричества q , прошедшее через поперечное сечение проводника за время t , определим по формуле

$$q = I_{\text{ср}} t,$$

где $I_{\text{ср}}$ — среднее значение величины тока. На основании формулы $I = jS$ найдем $I_{\text{ср}} = \frac{j_1 + j_2}{2} S$. Тогда

$$q = \frac{j_1 + j_2}{2} St;$$

$$q = \frac{10^6}{2} \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 2,5 \text{ (к)}.$$

2. Сколько электронов проходит через поперечное сечение проводника площадью 4 мм^2 за 2 мин , если плотность тока в проводнике равна 100 а/см^2 ?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } S = 4 \text{ мм}^2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \\ t = 2 \text{ мин} = 120 \text{ сек}; \\ j = 100 \text{ а/см}^2 = 10^6 \text{ а/м}^2. \\ \hline n = ? \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к} \end{array}$$

Решение. Число электронов определим из условия $n = \frac{q}{e}$, где q — полный заряд, проходящий через сечение проводника за время t . Но $q = It = jSt$, поэтому

$$n = \frac{jSt}{e};$$

$$n = \frac{10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 120}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 3 \cdot 10^{21} \text{ (электронов)}.$$

3. Чему равно сопротивление алюминиевого провода диаметром 2 мм , если его масса 10 кг ?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } d = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \\ m = 10 \text{ кг} \\ \hline R = ? \\ D = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м} \end{array}$$

Решение. Сопротивление провода $R = \rho \frac{l}{S}$. Из формулы $m = DV = DSl$ найдем длину провода $l = \frac{m}{DS}$. Подставив в

формулу сопротивления значение l с учетом, что $S = \frac{\pi d^2}{4}$, получим

$$R = \frac{16 m \rho}{\pi^2 D d^4};$$

$$R = \frac{16 \cdot 10 \cdot 2,8 \cdot 10^{-8}}{(3,14)^2 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \cdot (2 \cdot 10^{-3})^4} = 10,5 \text{ (ом)}.$$

4. К проводнику длиной 6 м и поперечным сечением 2 мм² приложена разность потенциалов 5 в. Определить удельную проводимость материала проводника, если сила тока в цепи 1,5 а.

Условие: $l = 6 \text{ м};$
 $S = 2 \text{ мм}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$
 $U = 5 \text{ в};$
 $I = 1,5 \text{ а}.$

 $\sigma = ?$

Решение. Удельная проводимость проводника $\sigma = \frac{l}{RS}$. Сопротивление R найдем по закону Ома: $R = \frac{U}{I}$. Тогда

$$\sigma = \frac{II}{US};$$

$$\sigma = \frac{6 \cdot 1,5}{5 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 9 \cdot 10^5 \text{ (ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}\text{)}.$$

5. На одну из двух одинаковых катушек намотан медный, а на другую алюминиевый провод. Какой провод и во сколько раз длиннее, если известно, что сопротивления и массы проводов одинаковы?

Условие: $R_1 = R_2;$
 $m_1 = m_2.$

 $\frac{l_2}{l_1} = ?$
 $D_1 = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$
 $D_2 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$
 $\rho_1 = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м};$
 $\rho_2 = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м}.$

Решение. Сопротивление проводника $R = \rho \frac{l}{S}$. По условию задачи $R_1 = R_2$, значит, $\rho_1 \frac{l_1}{S_1} = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}$, откуда

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\rho_1 S_2}{\rho_2 S_1}.$$

Для определения отношения $\frac{S_2}{S_1}$ воспользуемся условием $m_1 = m_2$, т. е. $D_1 S_1 l_1 = D_2 S_2 l_2$. Тогда

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{D_1 l_1}{D_2 l_2}, \text{ а } \frac{l_2}{l_1} = \frac{\rho_1 l_1 D_1}{\rho_2 l_2 D_2}.$$

Отсюда

$$\frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{\rho_1 D_1}{\rho_2 D_2}},$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 8,9 \cdot 10^3}{2,8 \cdot 10^{-8} \cdot 2,7 \cdot 10^3}} = 1,4,$$

т. е. алюминиевый провод в 1,4 раза длиннее медного.

6. Найти величину сопротивления между точками *A* и *B* (рис. 71) прямоугольного контура со сторонами 1 и 2 м, изготовленного из стальной проволоки сечением 1 мм².

Условие: $a = 1 \text{ м};$
 $b = 2 \text{ м};$
 $S = 1 \text{ мм}^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$
 $R = ?$
 $\rho = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ ом} \cdot \text{м}.$

Решение. Между точками *A* и *B* подключены параллельно два проводника длиной *a* и $2b + a$. Сопротивления этих проводников соответственно

$$R_1 = \rho \frac{a}{S} \text{ и } R_2 = \rho \frac{2b + a}{S}.$$

При параллельном соединении сопротивлений

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

откуда

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Подставив в эту формулу значения R_1 и R_2 , получим

$$R = \frac{\rho a (2b + a)}{2S (a + b)};$$

$$R = \frac{1,2 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot (2 \cdot 2 + 1)}{2 \cdot 10^{-6} \cdot (1 + 2)} = 0,1 \text{ (ом)}.$$

7. Чему равно полное сопротивление цепи, изображенной на рис. 72, если каждое из сопротивлений r_1, r_3, r_5, r_7, r_8 и r_9 равно 1 ом, а r_2, r_4, r_6 — 2 ом?

Условие: $r_1 = r_3 = r_5 = r_7 = r_8 = r_9 = 1 \text{ ом};$
 $r_2 = r_4 = r_6 = 2 \text{ ом}.$
 $R = ?$

Решение. Сопротивления r_4, r_5, r_6, r_7 , подключенные к точкам *C* и *D*, можем заменить одним эквивалентным сопротивлением r' , величину которого определим по формуле параллельного соединения сопротивлений:

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5 + r_6 + r_7}$$

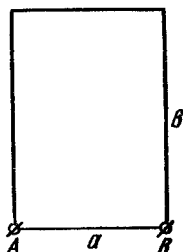


Рис. 71.

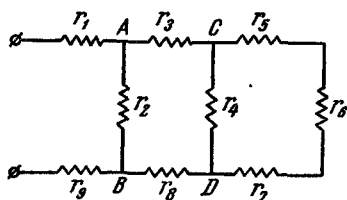


Рис. 72

или
$$r' = \frac{r_4(r_5 + r_6 + r_7)}{r_4 + r_5 + r_6 + r_7};$$
$$r' = \frac{2 \cdot (1 + 2 + 1)}{1 + 2 + 1 + 2} = 1,33 \text{ (ом)}.$$

Аналогичным образом найдем эквивалентное сопротивление r'' , подключенное к точкам A и B:

$$\frac{1}{r''} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3 + r' + r_8}$$

или

$$r'' = \frac{r_2(r_3 + r' + r_8)}{r_2 + r_3 + r' + r_8};$$
$$r'' = \frac{2 \cdot (1 + 1,33 + 1)}{2 + 1 + 1,33 + 1} = 1,25 \text{ (ом)}.$$

По формуле последовательного соединения сопротивлений определим

$$R = r_1 + r'' + r_5;$$

$$R = 1 + 1,25 + 1 = 3,25 \text{ (ом)}.$$

8. До какой температуры нагревается электромагнит во время работы, если известно, что его обмотка из медного провода при температуре 20°C имеет сопротивление 50,2 ом, а во время работы оно повышается до 61,4 ом?

Условие: $t_1^{\circ} = 20^{\circ}\text{C};$
 $R_1 = 50,2 \text{ ом};$
 $R_2 = 61,4 \text{ ом}.$

$$t_2^{\circ} = ?$$
$$\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}.$$

Решение. Сопротивление проводника при температуре t° $R_t^{\circ} = R_0(1 + \alpha t^{\circ})$. Для температур t_1° и t_2° соответственно получим $R_1 = R_0(1 + \alpha t_1^{\circ})$ и $R_2 = R_0(1 + \alpha t_2^{\circ})$. Найдем отношение

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha t_1^{\circ}}{1 + \alpha t_2^{\circ}}.$$

Отсюда

$$t_2^{\circ} = \frac{R_2(1 + \alpha t_1^{\circ}) - R_1}{\alpha R_1};$$
$$t_2^{\circ} = \frac{61,4(1 + 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 20) - 50,2}{4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 50,2} = 76,3^{\circ}\text{C}.$$

9. Определить длину однопроводной телефонной линии, если известно, что при изменении температуры от 15 до 25°C ее сопротивление увеличилось на 10 ом. Линия проложена проводом из стального кабеля сечением 0,5 мм².

У с л о в и е:

$$\begin{aligned}
 t_1^\circ &= 15^\circ\text{C}; \\
 t_2^\circ &= 25^\circ\text{C}; \\
 \Delta R &= R_2 - R_1 = 10 \text{ ом}; \\
 S &= 0,5 \text{ мм}^2 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2. \\
 \hline
 l &= ? \\
 \rho &= 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ ом} \cdot \text{м}; \\
 \alpha &= 0,006 \text{ град}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Решение. Воспользуемся формулой $R = \rho \frac{l}{S}$. При температуре t_1° $R_1 = \rho_1 \frac{l}{S}$, а при температуре t_2° $R_2 = \rho_2 \frac{l}{S}$. Но $\rho_1 = \rho (1 + \alpha t_1^\circ)$ и $\rho_2 = \rho (1 + \alpha t_2^\circ)$, поэтому

$$R_1 = \rho (1 + \alpha t_1^\circ) \frac{l}{S}, \text{ а } R_2 = \rho (1 + \alpha t_2^\circ) \frac{l}{S}.$$

Найдем изменение сопротивления линии при повышении температуры от t_1° до t_2° :

$$\Delta R = R_2 - R_1 = \frac{l}{S} \rho \alpha (t_2^\circ - t_1^\circ).$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 l &= \frac{\Delta R \cdot S}{\rho \alpha (t_2^\circ - t_1^\circ)}; \\
 l &= \frac{10 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{1,2 \cdot 10^{-7} \cdot 0,006 \cdot (25 - 15)} = 695 \text{ (м)}.
 \end{aligned}$$

10. Определить температуру нити вольфрамовой лампы накаливания в рабочем состоянии, если известно, что ток, проходящий через лампу в момент ее включения (температура 20°C), в 12,5 раза превышает рабочий ток.

У с л о в и е:

$$\begin{aligned}
 t_1^\circ &= 20^\circ\text{C}; \\
 n &= \frac{I_1}{I_2} = 12,5. \\
 \hline
 t_2^\circ &= ? \\
 \alpha &= 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Решение. По закону Ома определим ток включения I_1 и рабочий ток I_2 :

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \text{ а } I_2 = \frac{U}{R_2},$$

где U — напряжение сети, R_1 и R_2 — сопротивления нити лампы соответственно при температурах t_1° и t_2° . Найдем отношение данных токов:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U}{R_1} : \frac{U}{R_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

По условию задачи это отношение равно n , поэтому $\frac{R_2}{R_1} = n$.

Воспользуемся формулой $R_t = R_0 (1 + \alpha t^\circ)$ для определения R_2 и R_1 :

$$R_2 = R_0 (1 + \alpha t_2^\circ), \text{ а } R_1 = R_0 (1 + \alpha t_1^\circ).$$

Тогда

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + \alpha t_2^\circ}{1 + \alpha t_1^\circ}.$$

Так как $\frac{R_2}{R_1} = n$, то $1 + \alpha t_2^\circ = n (1 + \alpha t_1^\circ)$. Отсюда

$$t_2^\circ = \frac{n (1 + \alpha t_1^\circ) - 1}{\alpha};$$

$$t_2^\circ = \frac{12,5 \cdot (1 + 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 20) - 1}{5,1 \cdot 10^{-3}} = 2500^\circ\text{C}.$$

11. На цоколе вольфрамовой лампы накаливания написано «220 в, 150 вт». Определить сопротивление нити лампы при комнатной температуре (20°C), если температура накала нити лампы 2500°C .

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} U &= 220 \text{ в}; \\ N &= 150 \text{ вт}; \\ t_1^\circ &= 20^\circ\text{C}; \\ t_2^\circ &= 2500^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= ? \\ \alpha &= 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \end{aligned}$$

Решение. Обозначим сопротивление нити лампы при комнатной температуре через R_1 , а при 2500°C — через R_2 . По формуле температурной зависимости сопротивления найдем

$$R_1 = R_0 (1 + \alpha t_1^\circ) \text{ и } R_2 = R_0 (1 + \alpha t_2^\circ).$$

Отсюда

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha t_1^\circ}{1 + \alpha t_2^\circ} \text{ или } R_1 = R_2 \frac{1 + \alpha t_1^\circ}{1 + \alpha t_2^\circ}.$$

Сопротивление нагретой лампы R_2 получим, исходя из формулы мощности $N = \frac{U^2}{R_2}$: $R_2 = \frac{U^2}{N}$. Тогда

$$R_1 = \frac{U^2}{N} \cdot \frac{1 + \alpha t_1^\circ}{1 + \alpha t_2^\circ};$$

$$R_1 = \frac{(220)^2}{150} \cdot \frac{1 + 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{1 + 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 2500} = 25 \text{ (ом)}.$$

12. Вольтметр со шкалой, рассчитанной на 5 в, имеет внутреннее сопротивление 200 ом. Определить величину добавочного сопротивления, которое необходимо подключить к вольтметру, чтобы измерять напряжения до 100 в.

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} U_1 &= 5 \text{ в}; \\ r_1 &= 200 \text{ ом}; \\ U_2 &= 100 \text{ в}. \end{aligned}$$

$$r_2 = ?$$

Решение. Для расширения предела измерения вольтметра к нему последовательно подключается дополнительное сопротивление r_2 (рис. 73). Максимальный ток, проходящий через вольтметр, определим из условия $I = \frac{U_1}{r_1}$. При подключении дополнительного сопротивления r_2 $I = \frac{U_2}{r_1 + r_2}$. Поэтому $\frac{U_1}{r_1} = \frac{U_2}{r_1 + r_2}$, откуда

$$r_2 = \frac{(U_2 - U_1) \cdot r_1}{U_1},$$

$$r_2 = \frac{100 - 5}{5} \cdot 200 = 3800 \text{ (ом)}.$$

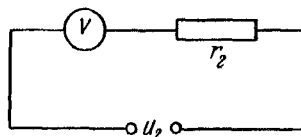


Рис. 73.

13. Цена деления микроамперметра 10 мка, а шкала прибора состоит из 100 делений; внутреннее сопротивление 100 ом. Как из этого прибора сделать амперметр, позволяющий измерять силу тока до 1 а?

У с л о в и е: $S_I = 10 \text{ мка/дел} = 10^{-5} \text{ а/дел};$
 $n = 100;$
 $r = 100 \text{ ом};$
 $I = 1 \text{ а}.$

$R_{ш} = ?$

Решение. Для расширения предела измерения амперметра к нему подключается параллельно сопротивление $R_{ш}$ (рис. 74), че-

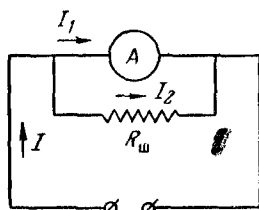


Рис. 74.

рез которое замыкается часть измеряемого тока. Ток, проходящий через прибор при отклонении стрелки на всю шкалу, определим как $I_1 = nS_I$, где n — число делений шкалы, S_I — ток, вызывающий отклонение стрелки на одно деление. Через сопротивление $R_{ш}$ будет проходить ток $I_2 = I - I_1 = I - nS_I$. Поскольку сопротивление $R_{ш}$ и внутреннее сопротивление прибора r включены параллельно, воспользуемся соотношением

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{ш}}{r} \text{ или } \frac{nS_I}{I - nS_I} = \frac{R_{ш}}{r},$$

откуда

$$R_{ш} = \frac{nS_I \cdot r}{I - nS_I};$$

$$R_{ш} = \frac{100 \cdot 10^{-5} \cdot 100}{1 - 100 \cdot 10^{-5}} = 0,1 \text{ (ом)}.$$

14. Определить ток короткого замыкания батареи с э. д. с. 12 в, если при подключении к ней сопротивления 2 ом ток в цепи равен 5 а.

У с л о в и е. $E = 12 \text{ в};$
 $R = 2 \text{ ом};$
 $I_1 = 5 \text{ а.}$
 $I_2 = ?$

Решение. Исходя из закона Ома для полной цепи $I_1 = \frac{E}{R+r}$, определим внутреннее сопротивление батареи $r = \frac{E - I_1 R}{I_1}$. Тогда ток короткого замыкания

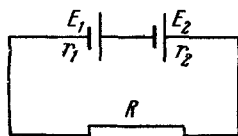


Рис 75

$$I_2 = \frac{E}{r} = \frac{E I_1}{E - I_1 R};$$

$$I_2 = \frac{12 \cdot 5}{12 - 2 \cdot 5} = 30 \text{ (а)}.$$

15. Два элемента с э. д. с. 1,6 и 2 в и внутренними сопротивлениями соответственно 0,3 и 0,9 ом включены последовательно и замкнуты на внешнее сопротивление 6 ом. Определить падение напряжения на внутреннем сопротивлении каждого из элементов.

У с л о в и е: $E_1 = 1,6 \text{ в};$
 $r_1 = 0,3 \text{ ом};$
 $E_2 = 2 \text{ в};$
 $r_2 = 0,9 \text{ ом};$
 $R = 6 \text{ ом.}$
 $U_1 = ? \quad U_2 = ?$

Решение. При последовательном соединении элементов (рис. 75) ток в цепи определяется по формуле $I = \frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2}$. Падения напряжения на внутренних сопротивлениях элементов $U_1 = I r_1$ и $U_2 = I r_2$. Подставив в эти формулы выражение для тока в цепи, получим:

$$U_1 = \frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2} \cdot r_1,$$

$$U_1 = \frac{1,6 + 2}{6 + 0,3 + 0,9} \cdot 0,3 = 0,15 \text{ (в)};$$

$$U_2 = \frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2} \cdot r_2,$$

$$U_2 = \frac{1,6 + 2}{6 + 0,3 + 0,9} \cdot 0,9 = 0,45 \text{ (в)}.$$

16. Три гальванических элемента с электродвижущими силами 2,2, 1,1 и 0,9 в и внутренними сопротивлениями соответственно 0,2, 0,4 и 0,5 ом включены в цепь последовательно и дают ток 1 а. Определить внешнее сопротивление.

$$\begin{array}{l}
 \text{Условие: } E_1 = 2,2 \text{ в;} \\
 E_2 = 1,1 \text{ в;} \\
 E_3 = 0,9 \text{ в;} \\
 r_1 = 0,2 \text{ ом;} \\
 r_2 = 0,4 \text{ ом;} \\
 r_3 = 0,5 \text{ ом;} \\
 l = 1 \text{ а.} \\
 \hline
 R = ?
 \end{array}$$

Решение. При последовательном соединении элементов сила тока определяется по формуле

$$I = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{R + r_1 + r_2 + r_3}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{E_1 + E_2 + E_3 - I(r_1 + r_2 + r_3)}{I}; \\
 R &= \frac{2,2 + 1,1 + 0,9 - 1 \cdot (0,2 + 0,4 + 0,5)}{1} = 3,1 \text{ (ом)}.
 \end{aligned}$$

17. Определить число последовательно соединенных элементов с э. д. с. 1,2 в и внутренним сопротивлением 0,1 ом каждый, если известно, что при подключении полученной батареи к двум параллельно соединенным сопротивлениям величиной 6 и 9 ом в цепи идет ток 3 а.

$$\begin{array}{l}
 \text{Условие: } E = 1,2 \text{ в;} \\
 r = 0,1 \text{ ом;} \\
 R_1 = 6 \text{ ом;} \\
 R_2 = 9 \text{ ом;} \\
 I = 3 \text{ а.} \\
 \hline
 n = ?
 \end{array}$$

Решение. При последовательном соединении элементов сила тока

$$I = \frac{nE}{R + nr},$$

откуда

$$n = \frac{IR_1}{E - Ir}.$$

Сопротивление R определим по формуле параллельного соединения сопротивлений

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ или } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Подставив значение R в выражение для n , получим

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{I}{E - Ir} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \\
 n &= \frac{3}{1,2 - 3 \cdot 0,1} \cdot \frac{9 \cdot 6}{9 + 6} = 12.
 \end{aligned}$$

18. При замыкании батареи элементов на сопротивление R_1 разность потенциалов на зажимах 5 в. Если внешнее сопротивление увеличить в 6 раз, разность потенциалов на зажимах возрастет вдвое. Чему равна э. д. с. батареи?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } U_1 &= 5 \text{ в;} \\ R_2 &= 6 R_1; \\ U_2 &= 2 U_1. \\ \hline E &= ? \end{aligned}$$

Решение. Обозначим токи соответственно в первом и втором случаях через I_1 и I_2 . Тогда на основании закона Ома для полной цепи

$$E = I_1 (R_1 + r) \quad \text{и} \quad E = I_2 (R_2 + r).$$

Учитывая, что $U_1 = R_1 I_1$ и $2U_1 = 6R_1 I_2$, найдем $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$ и $I_2 = \frac{2U_1}{6R_1}$. Определив значения I_1 и I_2 , получим

$$E = \frac{U_1}{R_1} (R_1 + r) = U_1 \left(1 + \frac{r}{R_1} \right) \quad \text{и} \quad E = \frac{2U_1}{6R_1} (6R_1 + r) = 2U_1 \left(1 + \frac{r}{6R_1} \right).$$

Из первого равенства найдем $\frac{r}{R_1} = \frac{E - U_1}{U_1}$ и подставим во второе. Тогда

$$E = 2U_1 \left(1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{E - U_1}{U_1} \right).$$

Отсюда

$$E = \frac{5U_1}{2}; \quad E = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5 \text{ (в)}.$$

19. Батарея состоит из пяти параллельных групп, а каждая группа — из 10 последовательных элементов. Электродвижущая сила каждого элемента 1,1 в, внутреннее сопротивление 0,1 ом. Определить силу тока в каждом элементе и падение напряжения на его внутреннем сопротивлении, если батарея подключена к реостату из никелинового проводника сечением 0,5 мм² и длиной 50 м.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } E &= 1,1 \text{ в;} \\ r &= 0,1 \text{ ом;} \\ m &= 5; \\ n &= 10; \\ S &= 0,5 \text{ мм}^2 = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \\ l &= 50 \text{ м.} \\ \hline I_1 &= ? \quad U_1 = ? \\ \rho &= 0,42 \cdot 10^{-6} \text{ ом} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

Решение. При смешанном соединении элементов в батарее сила тока

$$I = \frac{nE}{R + \frac{nr}{m}}.$$

Внешнее сопротивление определим по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Подставив найденное значение сопротивления в выражение для силы тока, получим

$$I = \frac{nE}{\rho \frac{l}{S} + \frac{nr}{m}}; \quad I = \frac{10 \cdot 1,1}{0,42 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{50}{0,5 \cdot 10^{-6}} + \frac{10 \cdot 0,1}{5}} \approx 0,26 \text{ (a)}$$

Ток I разветвляется на пять параллельных групп, поэтому

$$I_1 = \frac{I}{5} = 0,052 \text{ (a)}.$$

Падение напряжения на внутреннем сопротивлении элемента

$$U_1 = I_1 r; \\ U_1 = 0,052 \cdot 0,1 = 0,005 \text{ (e)}.$$

20. Два элемента с э. д. с. 1,5 и 2 в и внутренними сопротивлениями 0,2 и 0,3 ом соединены одинаковыми полюсами (рис. 76). Определить показание вольтметра, подключенного к клеммам батареи. Током, проходящим через вольтметр, и сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } E_1 &= 1,5 \text{ в;} \\ r_1 &= 0,2 \text{ ом;} \\ E_2 &= 2 \text{ в;} \\ r_2 &= 0,3 \text{ ом.} \\ U &= ? \end{aligned}$$

Решение. Источники E_1 и E_2 включены навстречу друг другу. Создаваемые ими токи имеют противоположные направления. Направление результирующего тока определяется направлением большей э. д. с. (E_2). Источник E_1 будет работать в режиме потребителя тока. Поэтому напряжение на его зажимах $U_1 = E_1 + I r_1$. Напряжение на зажимах второго источника (E_2) $U_2 = E_2 - I r_2$. Поскольку сопротивлением соединительных проводов пренебрегаем, то $U_1 = U_2 = U$, где U — показание вольтметра. Тогда $E_1 + I r_1 = E_2 - I r_2$, откуда $I = \frac{E_2 - E_1}{r_1 + r_2}$. Подставив данное значение тока в выражение для U_1 , получим

$$\begin{aligned} U &= U_1 = E_1 + \frac{E_2 - E_1}{r_1 + r_2} r_1; \\ U &= 1,5 + \frac{2 - 1,5}{0,5} \cdot 0,2 = 1,7 \text{ (e)}. \end{aligned}$$

21. Два аккумулятора с одинаковым внутренним сопротивлением, равным 0,05 ом, и э. д. с. 2 и 1,8 в включены параллельно в качестве источника в цепь, сопротивление которой 2 ом.

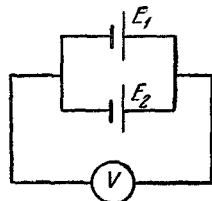


Рис. 76.

1) Определить силу тока во внешней цепи и в каждом из аккумуляторов. 2) Какова будет сила тока во внешней цепи, если аккумулятор с меньшей э. д. с. отключить? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Условие: $E_1 = 2$ в;
 $E_2 = 1,8$ в;
 $r = 0,05$ ом;
 $R = 2$ ом.

1) $I = ?$ $I_1 = ?$ $I_2 = ?$
 2) $I = ?$

Решение. 1) Схема соединения аккумуляторов приведена на рис. 77. Аккумулятор с э. д. с. E_2 работает в режиме потребителя. Направления токов указаны стрелками. Падения напряжения на зажимах аккумуляторов равны падению напряжения на внешнем сопротивлении. Воспользуемся формулами для напряжения на зажимах источника тока:

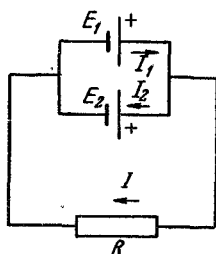


Рис. 77.

$$RI = E_1 - I_1 r;$$

$$RI = E_2 + I_2 r \text{ (в режиме потребителя).}$$

Сложим эти равенства:

$$2RI = E_1 + E_2 + (I_2 - I_1) r.$$

Согласно рис. 77 $I_1 = I_2 + I$, откуда $I_2 - I_1 = -I$. Определив значение $I_2 - I_1$, получим

$$2RI = E_1 + E_2 - Ir.$$

Тогда

$$I = \frac{E_1 + E_2}{2R + r};$$

$$I = \frac{2 + 1,8}{2 \cdot 2 + 0,05} = 0,938 \text{ (а)}.$$

Из уравнения $RI = E_1 - I_1 r$ найдем

$$I_1 = \frac{E_1 - RI}{r};$$

$$I_1 = \frac{2 - 2 \cdot 0,938}{0,05} = 2,48 \text{ (а)}.$$

Таким же образом определяем

$$I_2 = \frac{-E_2 + RI}{r};$$

$$I_2 = \frac{-1,8 + 2 \cdot 0,938}{0,05} = 1,52 \text{ (а)}.$$

2) При отключенном аккумуляторе E_2 сила тока во внешней цепи

$$I = \frac{E_1}{R + r};$$

$$I = \frac{2}{2 + 0,05} = 0,98 \text{ (a)}.$$

22. Радиоприемник, рассчитанный на напряжение 127 в, потребляет мощность 50 вт. Какое дополнительное сопротивление необходимо подключить к радиоприемнику, чтобы включить его в сеть напряжением 220 в?

У с л о в и е: $N = 50 \text{ вт};$
 $U_1 = 127 \text{ в};$
 $U_2 = 220 \text{ в}.$
 $R - ?$

Р е ш е н и е. Потребляемый радиоприемником ток

$$I = \frac{N}{U_1}.$$

На дополнительном сопротивлении должно быть падение напряжения $U_2 - U_1$. Величину сопротивления найдем на основании закона Ома для участка цепи:

$$R = \frac{U_2 - U_1}{I} = \frac{(U_2 - U_1) U_1}{N};$$

$$R = \frac{(220 - 127) \cdot 127}{50} = 236 \text{ (ом)}.$$

23. Электробритва потребляет мощность 15 вт и рассчитана на напряжение 110 в. При напряжении сети 220 в последовательно с электробритвой включается лампа накаливания на 110 в. Какова должна быть мощность лампы накаливания, чтобы электробритва работала нормально?

У с л о в и е: $N = 15 \text{ вт};$
 $U = 110 \text{ в};$
 $U_1 = 110 \text{ в};$
 $U_2 = 220 \text{ в}.$
 $N_1 - ?$

Р е ш е н и е. При напряжении сети $U_2 = 220 \text{ в}$ для нормальной работы электробритвы необходимо, чтобы на лампе накаливания было падение напряжения $U_1 = U_2 - U = 110 \text{ в}$. Ток в цепи определим по формуле $I = \frac{N}{U}$. Тогда мощность лампы накаливания

$$N_1 = U_1 I = (U_2 - U) \frac{N}{U};$$

$$N_1 = (220 - 110) \cdot \frac{15}{110} = 15 \text{ (вт)}.$$

24. Определить силу тока в обмотке трамвайного двигателя, развивающего силу тяги 500 кГ, если напряжение в сети 550 в и трамвай движется со скоростью 30 км/ч. Коэффициент полезного действия двигателя 80 %.

Условие. $F = 500 \text{ кГ} = 500 \cdot 9,8 \text{ н;}$

$U = 550 \text{ в;}$

$v = 30 \text{ км/ч} = 8,33 \text{ м/сек;}$

$\eta = 0,8.$

$I = ?$

Решение. Коэффициент полезного действия $\eta = \frac{N_1}{N}$. Полезную мощность найдем из условия $N_1 = Fv$. Вся затраченная мощность $N = UI$. Поэтому $\eta = \frac{Fv}{UI}$, откуда

$$I = \frac{Fv}{\eta U};$$

$$I = \frac{500 \cdot 9,8 \cdot 8,33}{0,8 \cdot 550} = 93 \text{ (а)}.$$

25. Определить э. д. с. и внутреннее сопротивление аккумулятора, если при токе 4 а он отдает во внешнюю цепь 7,2 вт, а при токе 6 а — 9,6 вт.

Условие: $I_1 = 4 \text{ а;}$

$I_2 = 6 \text{ а;}$

$N_1 = 7,2 \text{ вт;}$

$N_2 = 9,6 \text{ вт.}$

$r = ? \quad E = ?$

Решение. На основании закона Ома для замкнутой цепи можем записать, что $E = I_1(R_1 + r)$ и $E = I_2(R_2 + r)$, где R_1 и R_2 — сопротивления нагрузки в первом и втором случаях. Приравняем правые части равенств: $I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r)$. Отсюда

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}.$$

Значения R_1 и R_2 определим из соотношений $N_1 = I_1^2 R_1$ и $N_2 = I_2^2 R_2$: $R_1 = \frac{N_1}{I_1^2}$, $R_2 = \frac{N_2}{I_2^2}$. Тогда

$$r = \frac{\frac{N_1}{I_1^2} - \frac{N_2}{I_2^2}}{I_2 - I_1} = \frac{I_2 N_1 - I_1 N_2}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)};$$

$$r = \frac{6 \cdot 7,2 - 4 \cdot 9,6}{6 \cdot 4 (6 - 4)} = 0,1 \text{ (ом)}.$$

Э. д. с. аккумулятора

$$E = I_1(R_1 + r) = I_1 \frac{N_1}{I_1^2} + I_1 r = \frac{N_1}{I_1} + I_1 r;$$

$$E = \frac{7,2}{4} + 4 \cdot 0,1 = 2,2 \text{ (в)}.$$

26. Чему равен коэффициент полезного действия элемента, если известно, что при увеличении внешнего сопротивления, на которое он замкнут, в два раза разность потенциалов на зажимах увеличивается на 10%?

Условие: $R_1 = 2R$;

$$\frac{U_2 = U_1 + 0,1U_1}{\eta - ?}$$

Решение. Коэффициент полезного действия элемента

$$\eta = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1+\frac{r}{R}}.$$

Для определения η необходимо найти отношение внутреннего сопротивления элемента к сопротивлению нагрузки. Поэтому запишем закон Ома для полной цепи в первом и втором случаях:

$$E = I_1(R+r) \text{ и } E = I_2(2R+r),$$

откуда

$$I_1(R+r) = I_2(2R+r).$$

По условию задачи напряжение на внешнем сопротивлении во втором случае увеличивается на 10%: $I_2 \cdot 2R = I_1 R + 0,1 I_1 R = 1,1 I_1 R$.

Отсюда $I_2 = \frac{1,1 I_1 R}{2R} = 0,55 I_1$. Тогда $I_1(R+r) = 0,55 I_1(2R+r)$

или $r - 0,55r = 1,1R - R$, т. е. $0,45r = 0,1R$, откуда $\frac{r}{R} = \frac{0,1}{0,45} =$

$= 0,22$. Подставив вычисленное отношение $\frac{r}{R}$ в выражение для η , определим

$$\eta = \frac{1}{1+0,22} = 0,82; \quad \eta = 82\%.$$

27. Дюговая лампа, рассчитанная на напряжение 40 в, включена в цепь с напряжением 65 в. В другой цепи с напряжением 110 в включены последовательно две такие лампы. В каждой цепи для обеспечения нормального режима работы ламп имеется дополнительное сопротивление. В какой цепи работа выгоднее?

Условие: $U_1 = 40 \text{ в};$
 $U_2 = 65 \text{ в};$
 $U_3 = 110 \text{ в}.$

$$\frac{\quad}{\eta_1 - ? \quad \eta_2 - ?}$$

Решение. Более экономичной будет работа ламп в той цепи, коэффициент полезного действия которой больше. Поэтому вычислим соответствующие значения к. п. д., равные отношению энергии, выделившейся в лампах, ко всей затраченной энергии.

Это отношение можно заменить отношением соответствующих значений напряжения. В первой цепи

$$\eta_1 = \frac{U_1}{U_2};$$

$$\eta_1 = \frac{40}{65} = 0,615; \quad \eta_1 = 61,5\%.$$

Во второй цепи

$$\eta_2 = \frac{2U_1}{U_3};$$

$$\eta_2 = \frac{80}{110} = 0,727; \quad \eta_2 = 72,7\%.$$

Таким образом, работа ламп во второй цепи выгоднее.

28. Напряжение городской сети 220 в. Длина проводки к дому 50 м. Определить сечение подводящих проводов, если известно, что при включении полной нагрузки, состоящей из 100 75-ваттных и 50 25-ваттных лампочек, напряжение на лампочках 210 в. Проводка изготовлена из медного провода.

У с л о в и е: $U_1 = 220$ в;

$l' = 50$ м;

$n_1 = 100$;

$N_1 = 75$ вт;

$n_2 = 50$,

$N_2 = 25$ вт;

$U_2 = 210$ в.

$S = ?$

$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ ом · м.

Р е ш е н и е. Из формулы сопротивления определим площадь поперечного сечения проводов $S = \frac{\rho l}{R}$. Сопротивление R найдем из условия $U_1 - U_2 = RI$, где $U_1 - U_2$ — падение напряжения на подводящих проводах, I — сила тока в них. А сила тока

$$I = \frac{n_1 N_1 + n_2 N_2}{U_2},$$

где $n_1 N_1 + n_2 N_2$ — полная мощность, потребляемая всеми лампочками, U_2 — подводимое к ним напряжение. Тогда

$$R = \frac{U_1 - U_2}{I} = \frac{(U_1 - U_2) U_2}{n_1 N_1 + n_2 N_2}.$$

Отсюда

$$S = \frac{\rho l (n_1 N_1 + n_2 N_2)}{(U_1 - U_2) U_2}.$$

Учитывая, что $l = 2l'$ (проводка имеет два провода), получим

$$S = \frac{2 \rho l' (n_1 N_1 + n_2 N_2)}{(U_1 - U_2) U_2};$$

$$S = \frac{2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot (100 \cdot 75 + 50 \cdot 25)}{(220 - 210) \cdot 210} = 7,1 \cdot 10^{-6} \text{ (м}^2\text{)} = 7,1 \text{ (мм}^2\text{)}.$$

29. Ток мощностью 200 000 *квт* необходимо передать на расстояние 250 *км* так, чтобы потери энергии на линии передачи не превышали 10%. Какого сечения нужно взять медный провод для линии электропередачи при напряжении 400 000 *в*?

Условие: $N = 200\,000\text{ квт} = 2 \cdot 10^8\text{ вт};$

$$\rho = 0,1;$$

$$l = 2 \cdot 250\text{ км} = 5 \cdot 10^5\text{ м},$$

$$U_1 = 400\,000\text{ в.}$$

$$S = ?$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}\text{ ом} \cdot \text{м}.$$

Решение. Из формулы сопротивления сечение проводов $S = \frac{\rho l}{R}$. Для определения R воспользуемся формулой мощности $N_1 = I^2 R$, где I — ток в проводах, N_1 — теряемая в них мощность. По условию задачи $N_1 = \rho N$. Ток в проводах найдем из соотношения $I = \frac{N}{U}$. Так как $I^2 = \frac{N^2}{U^2}$, то

$$R = \frac{N_1}{I^2} = \frac{\rho N U^2}{N^2} = \frac{\rho U^2}{N}.$$

Подставив значение R в выражение для S , получим

$$S = \frac{\rho l N}{\rho U^2};$$

$$S = \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^8}{0,1 \cdot (4 \cdot 10^5)^2} = 1,06 \cdot 10^{-4}\text{ (м}^2\text{)} = 106\text{ (мм}^2\text{)}.$$

30. Определить, какую максимальную мощность можно передать потребителю по линии передачи общей длиной 3 *км*, сделанной из медного провода сечением 18 *мм*². Напряжение на электростанции 230 *в*, допускаемая потеря напряжения на линии электропередачи 10%.

Условие: $l = 3\text{ км} = 3000\text{ м};$

$$S = 18\text{ мм}^2 = 18 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2;$$

$$U = 230\text{ в};$$

$$\gamma = 0,1;$$

$$\Delta U = \gamma U.$$

$$N = ?$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}\text{ ом} \cdot \text{м}.$$

Решение. Искомую мощность определим по формуле $N = I U_1$, где U_1 — напряжение потребителя. По закону Ома сила тока $I = \frac{\Delta U}{R} = \frac{\gamma U}{R}$, где R — сопротивление проводов, $\Delta U = \gamma U$ — падение напряжения на проводах. Но $R = \frac{\rho l}{S}$. Поэтому

$$I = \frac{\gamma U S}{\rho l} \text{ и } N = \frac{\gamma U S}{\rho l} U_1.$$

Напряжение потребителя

$$U_1 = U - \Delta U = U - \gamma U = U(1 - \gamma).$$

Подставив значение U_1 в выражение для мощности, получим

$$N = \frac{\gamma(1 - \gamma)U^2 S}{\rho l};$$

$$N = \frac{(1 - 0,1) \cdot 0,1 \cdot (230)^2 \cdot 18 \cdot 10^{-8}}{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 3000} = 1680 \text{ (вт)}.$$

31. Сколько меди нужно для устройства линии передачи длиной 10 км, если напряжение на электростанции 440 в, а потребителю необходимо передать мощность 50 кВт при допустимой потере напряжения в проводке 10%?

Условие: $l' = 10 \text{ км} = 10\,000 \text{ м};$
 $U = 440 \text{ в};$
 $N = 50 \text{ кВт} = 50\,000 \text{ вт};$
 $\gamma = 0,1.$

! $\frac{m - ?}{D = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.}$
 $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м}.$

Решение. Масса меди, необходимой для устройства проводки, $m = DV$, где V — объем проводов, D — плотность меди. Но $V = Sl$, где l — длина проводки, S — поперечное сечение медного провода. Поэтому $m = DSl$. Таким образом, задача сводится к определению сечения провода линии передачи. Для этого воспользуемся формулой $R = \frac{\rho l}{S}$, откуда $S = \frac{\rho l}{R}$. Сопротивление проводки определим из условия $R = \frac{\gamma U}{I}$, где γU — падение напряжения на проводах, I — сила тока. К потребителю подводится напряжение $U_1 = U - \gamma U = (1 - \gamma)U$, а передаваемая потребителю мощность равна N . Отсюда $I = \frac{N}{(1 - \gamma)U}$. Подставляя значение I в выражение для сопротивления, получим

$$R = \frac{\gamma U(1 - \gamma)U}{N} = \frac{\gamma(1 - \gamma)U^2}{N}.$$

Тогда

$$S = \frac{\rho l N}{\gamma(1 - \gamma)U^2}.$$

А масса меди

$$m = D \frac{\rho N l^2}{\gamma(1 - \gamma)U^2}.$$

Учитывая, что в проводке два провода ($l = 2l'$), найдем

$$m = \frac{4D\rho N l'^2}{\gamma(1 - \gamma)U^2};$$

$$m = \frac{4 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 50\,000 \cdot (10\,000)^2}{0,1 \cdot (1 - 0,1) \cdot (440)^2} = 174 \cdot 10^3 \text{ (кг)} = 174 \text{ (т)}.$$

32. Определить коэффициент полезного действия электрического чайника, если 2 л воды при температуре 20°C закипают за 20 мин. Сила потребляемого тока 3 а. Напряжение сети 220 в.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } m &= 2 \text{ кг;} \\ t_1^{\circ} &= 20^{\circ}\text{C;} \\ t_2^{\circ} &= 100^{\circ}\text{C;} \\ t &= 20 \text{ мин} = 20 \cdot 60 \text{ сек;} \\ I &= 3 \text{ а;} \\ U &= 220 \text{ в.} \\ \hline \eta &= ? \\ c &= 4,19 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град.} \end{aligned}$$

Решение. Коэффициент полезного действия равен отношению полезно затраченной теплоты Q_1 ко всей израсходованной Q :

$$\eta = \frac{Q_1}{Q}.$$

Полезная теплота, затраченная на нагревание воды, $Q_1 = cm(t_2^{\circ} - t_1^{\circ})$. Вся израсходованная теплота $Q = IUt$. Поэтому

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{cm(t_2^{\circ} - t_1^{\circ})}{IUt}; \\ \eta &= \frac{4,19 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot (100 - 20)}{3 \cdot 220 \cdot 20 \cdot 60} = 0,85; \quad \eta = 85 \%. \end{aligned}$$

33. Электрический аппарат для перегонки воды потребляет мощность 2,5 квт. Сколько дистиллированной воды можно получить за 2 часа работы аппарата, если его к. п. д. 80 %, а вода из водопровода поступает при температуре 10°C?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } N &= 2,5 \text{ квт} = 2500 \text{ вт;} \\ t &= 2 \text{ ч} = 2 \cdot 3600 \text{ сек;} \\ \eta &= 0,8; \\ t_1^{\circ} &= 10^{\circ}\text{C;} \\ t_2^{\circ} &= 100^{\circ}\text{C.} \\ \hline m &= ? \\ c &= 4,19 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град;} \\ L &= 22,6 \cdot 10^5 \text{ дж/кг.} \end{aligned}$$

Решение. Количество теплоты, полезно израсходованное при работе аппарата, $Q = N \eta t$. Это количество теплоты идет на нагревание массы воды от температуры t_1° до кипения (Q_1) и на превращение ее в пар (Q_2). Но $Q_1 = cm(t_2^{\circ} - t_1^{\circ})$, а $Q_2 = Lm$. Записав уравнение теплового баланса, получим

$$cm(t_2^{\circ} - t_1^{\circ}) + Lm = N \eta t.$$

Отсюда

$$m = \frac{N \eta t}{c(t_2^\circ - t_1^\circ) + L};$$

$$m = \frac{2500 \cdot 0,8 \cdot 2 \cdot 3600}{4,19 \cdot 10^3 \cdot (100 - 10) + 22,6 \cdot 10^6} = 5,5 \text{ (кг)}.$$

34. Обмотка индукционной нагревательной печи сделана из медной трубки длиной 30 м с наружным диаметром 12 мм и внутренним 10 мм. Обмотка охлаждается проточной водой, проходящей через трубку. Определить расход воды за час работы печи, если ток в обмотке 1000 а, а температура поступающей воды 10°C и уходящей 30°C.

У с л о в и е:

$$\begin{aligned} l &= 30 \text{ м;} \\ d_1 &= 12 \text{ мм} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ d_2 &= 10 \text{ мм} = 10^{-2} \text{ м;} \\ I &= 1000 \text{ а;} \\ t_1^\circ &= 10^\circ\text{C;} \\ t_2^\circ &= 30^\circ\text{C;} \\ t &= 1 \text{ ч} = 3600 \text{ сек.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= ? \\ c &= 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град;} \\ \rho &= 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

Решение. Пусть через трубку за 1 ч проходит масса воды m . На нагревание этой массы воды от t_1° до t_2° потребуется количество теплоты $Q_1 = cm(t_2^\circ - t_1^\circ)$. За это же время t в обмотке выделится количество теплоты $Q = I^2 R t$. Считая, что вся выделившаяся теплота идет на нагревание воды, получим

$$cm(t_2^\circ - t_1^\circ) = I^2 R t.$$

Сопротивление обмотки найдем по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S_1 - S_2} = \rho \frac{4l}{\pi(d_1^2 - d_2^2)}.$$

Тогда

$$m = \frac{4\rho I^2 l t}{\pi c(t_2^\circ - t_1^\circ)(d_1^2 - d_2^2)};$$

$$m = \frac{4 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot (1000)^2 \cdot 30 \cdot 3600}{3,14 \cdot 4,19 \cdot 10^3 \cdot (30 - 10) \cdot [(1,2 \cdot 10^{-2})^2 - (10^{-2})^2]} = 635 \text{ (кг)}.$$

35. Найти сечение свинцового предохранителя, который плавится при повышении температуры проводки на 10°C, если известно, что проводка выполнена из медного провода сечением 5 мм². Начальная температура 20°C. Потери на теплоотдачу не учитывать.

$$\begin{aligned}
 \text{У с л о в и е: } & t_1^{\circ} = 20^{\circ}\text{C}; \\
 & \Delta t^{\circ} = 10^{\circ}\text{C}; \\
 & S_2 = 5 \text{ мм}^2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2. \\
 \hline
 & S_1 = ? \\
 & t_{\text{пл}}^{\circ} = 327^{\circ}\text{C}; \\
 & \rho_1 = 2,1 \cdot 10^{-7} \text{ ом} \cdot \text{м}; \\
 & D_1 = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\
 & c_1 = 0,1 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град}; \\
 & L_1 = 0,3 \cdot 10^5 \text{ дж/кг}; \\
 & \rho_2 = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м}; \\
 & D_2 = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\
 & c_2 = 0,4 \cdot 10^3 \text{ дж/кг} \cdot \text{град}.
 \end{aligned}$$

Решение. Количество теплоты, которое выделяется в медном проводнике при повышении его температуры на Δt° , $Q_2 = c_2 m_2 \Delta t^{\circ}$, где c_2 — удельная теплоемкость медного проводника, m_2 — его масса. Это же количество теплоты найдем по закону Джоуля — Ленца: $Q_2 = I^2 R_2 t$, где I — ток в проводнике, R_2 — сопротивление медного проводника, t — время прохождения тока. Приравняем правые части полученных равенств:

$$c_2 m_2 \Delta t^{\circ} = I^2 R_2 t,$$

откуда

$$I^2 = \frac{c_2 m_2 \Delta t^{\circ}}{R_2 t}.$$

Поскольку свинцовый предохранитель включен последовательно с медным проводником, через них проходит один и тот же ток. Поэтому количество теплоты, выделяющееся в свинцовом предохранителе,

$$Q_1 = I^2 R_1 t = \frac{c_2 m_2 \Delta t^{\circ}}{R_2} R_1,$$

где R_1 — сопротивление предохранителя. Это количество теплоты идет на нагревание предохранителя от температуры t_1° до $t_{\text{пл}}^{\circ}$ и на его плавление:

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_{\text{пл}}^{\circ} - t_1^{\circ}) + L_1 m_1 = m_1 [c_1 (t_{\text{пл}}^{\circ} - t_1^{\circ}) + L_1],$$

где c_1 — удельная теплоемкость предохранителя, m_1 — его масса. Теперь можно записать, что

$$m_1 [c_1 (t_{\text{пл}}^{\circ} - t_1^{\circ}) + L_1] = c_2 m_2 \Delta t^{\circ} \cdot \frac{R_1}{R_2} \text{ или}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{c_2 m_2 \Delta t^{\circ}}{m_1 [c_1 (t_{\text{пл}}^{\circ} - t_1^{\circ}) + L_1]}.$$

Учитывая, что $R = \rho \frac{l}{S}$ и $m = DV = DS l$, соответственно получим:

$$R_1 = \rho_1 \frac{l_1}{S_1}, \quad m_1 = D_1 S_1 l_1;$$

$$R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}, \quad m_2 = D_2 S_2 l_2.$$

Тогда

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{c_2 D_2 \rho_1 \Delta t^0}{D_1 \rho_2 [c_1 (t_{\text{пл}}^0 - t_1^0) + L_1]}.$$

Отсюда

$$S_1 = S_2 \sqrt{\frac{c_2 D_2 \rho_1 \Delta t^0}{D_1 \rho_2 [c_1 (t_{\text{пл}}^0 - t_1^0) + L_1]}};$$

$$S_1 = 5 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{4 \cdot 10^2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 2,1 \cdot 10^{-7} \cdot 10}{11,3 \cdot 10^3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} [10^2 \cdot (327 - 20) + 3 \cdot 10^4]}} =$$

$$= 4 \cdot 10^{-6} \text{ (м}^2\text{)}.$$

3. ТОК В ЭЛЕКТРОЛИТАХ, ГАЗАХ И ВАКУУМЕ

Электролитом называется раствор, в котором молекулы растворимого вещества (все или часть) распадаются на ионы, т. е. диссоциируют.

Электролизом называется явление выделения вещества на электродах при прохождении тока через электролит.

Первый закон Фарадея: масса вещества, выделившегося при электролизе, прямо пропорциональна количеству электричества, прошедшему через электролит:

$$m = qk$$

или, так как $q = It$,

$$m = kIt,$$

где k — *электрохимический эквивалент*, численно равный массе выделившегося вещества при прохождении одного кулона электричества через электролит.

В системе СИ электрохимический эквивалент выражается в килограммах на кулон (кг/к). На практике k часто выражается в граммах на кулон (г/к) и миллиграммах на кулон (мг/к):

$$1 \text{ кг/к} = 10^3 \text{ г/к} = 10^6 \text{ мг/к}.$$

Второй закон Фарадея: электрохимические эквиваленты веществ пропорциональны их химическим эквивалентам:

$$k = Cx = C \frac{A}{n},$$

где C — универсальная постоянная, $x = \frac{A}{n}$ — химический эквивалент, A — атомный вес, n — валентность.

Объединенный закон электролиза:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} q = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} It,$$

где $F = \frac{1}{C}$ — число Фарадея.

Число Фарадея равно количеству электричества, которое должно пройти через электролит, чтобы выделить из него массу вещества, численно равную химическому эквиваленту $\left(m = \frac{A}{n}\right)$.

Количество вещества в килограммах, численно равное химическому эквиваленту, называется *килограмм-эквивалентом* (кг · экв).

Из опыта известно, что число Фарадея

$$F = 9,65 \cdot 10^7 \text{ к/кг} \cdot \text{экв}.$$

1. Определить сопротивление раствора серной кислоты, если известно, что при прохождении тока за два часа выделилось 0,72 г водорода. Мощность, затраченная на нагревание электролита, 100 *вт*.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } t &= 2 \text{ ч} = 2 \cdot 3600 \text{ сек}; \\ m &= 0,72 \text{ г} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}; \\ N &= 100 \text{ вт}. \\ \hline R &= ? \\ k &= 1,045 \cdot 10^{-8} \text{ кг/к}. \end{aligned}$$

Решение. Из формулы мощности тока $N = I^2 R$ найдем сопротивление $R = \frac{N}{I^2}$. Для определения I запишем первый закон

Фарадея $m = kIt$, откуда $I = \frac{m}{kt}$. Тогда

$$\begin{aligned} R &= \frac{N (kt)^2}{m^2}; \\ R &= \frac{100 \cdot (1,045 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 3600)^2}{(7,2 \cdot 10^{-4})^2} = 1,1 \text{ (ом)}. \end{aligned}$$

2. Получение алюминия электролитическим способом ведется при напряжении 4,5 *в* и плотности тока 0,4 *а/см²*. К. п. д. установки 90%. Какова мощность тока, при помощи которого можно получить 200 *кг* алюминия за сутки? Определить величину необходимой поверхности электродов.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } U &= 4,5 \text{ в}; \\ j &= 0,4 \text{ а/см}^2 = 4000 \text{ а/м}^2; \\ \eta &= 0,9; \\ m &= 200 \text{ кг}; \\ t &= 24 \text{ ч} = 24 \cdot 3600 \text{ сек}. \\ \hline N &= ? \quad S = ? \\ k &= 9,3 \cdot 10^{-8} \text{ кг/к}. \end{aligned}$$

Решение. Коэффициент полезного действия равен отношению полезной мощности ко всей затраченной:

$$\eta = \frac{N_1}{N},$$

откуда

$$N = \frac{N_1}{\eta}.$$

Полезную мощность найдем по формуле мощности $N_1 = IU$. Из формулы первого закона Фарадея определим силу тока $I = \frac{m}{kt}$.

Тогда

$$\begin{aligned} N &= \frac{N_1}{\eta} = \frac{IU}{\eta} = \frac{mU}{kt\eta}; \\ N &= \frac{200 \cdot 4,5}{9,3 \cdot 10^{-8} \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 0,9} = 125\,000 \text{ (вт)}. \end{aligned}$$

Площадь электродов найдем из условия $j = \frac{I}{S}$, откуда

$$S = \frac{I}{j} = \frac{m}{ktj};$$

$$S = \frac{200}{9,3 \cdot 10^{-8} \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 4000} = 6,23 \text{ (м}^2\text{)}.$$

3. Смена анодов в электролитических ваннах при рафинировании меди производится через трое суток непрерывной работы. Определить плотность тока, если на каждом катоде за это время откладывается 25 кг чистой электролитической меди. Размер катода $100 \times 90 \text{ см}$.

Условие: $t = 3 \text{ суток} = 3 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ сек};$

$m = 25 \text{ кг};$

$S = 9000 \text{ см}^2 = 0,9 \text{ м}^2.$

$j = ?$

$k = 0,33 \cdot 10^{-6} \text{ кг/к.}$

Решение. Плотность тока $j = \frac{I}{S}$. Для определения I запишем первый закон Фарадея $m = kIt$, откуда $I = \frac{m}{kt}$. Подставив значение I в формулу плотности тока, получим

$$j = \frac{m}{ktS};$$

$$j = \frac{25}{0,33 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 0,9} = 325 \text{ (а/м}^2\text{)}.$$

4. Сколько никеля, атомный вес которого 58,71, а валентность 2, выделяет ток в 10 а за один час?

Условие: $A = 58,71;$

$n = 2;$

$I = 10 \text{ а};$

$t = 3600 \text{ сек.}$

$m = ?$

$F = 9,65 \cdot 10^7 \text{ к/кг} \cdot \text{эв}$

Решение. Исходя из объединенного закона Фарадея, определим массу:

$$m = \frac{1}{F} \frac{A}{n} It;$$

$$m = \frac{1 \cdot 58,71 \cdot 10 \cdot 3600}{9,65 \cdot 10^7 \cdot 2} = 10,95 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}.$$

5. При серебрении ложек ток в 2 а в течение 5 часов пропускается через раствор соли серебра. Катодом служат 10 ложек, из которых каждая имеет поверхность 50 см^2 . Найти толщину слоя серебра.

Условие: $I = 2 \text{ а};$
 $t = 5 \text{ ч} = 5 \cdot 3600 \text{ сек};$
 $S = 50 \text{ см}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$
 $z = 10.$

$h = ?$

$n = 1;$

$D = 10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$

$A = 107,88.$

Решение. Толщина слоя серебра $h = \frac{V}{z \cdot S}$, где V — объем слоя серебра, S — площадь поверхности ложки, z — число ложек. Объем $V = \frac{m}{D}$. По объединенному закону электролиза найдем массу серебра $m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} \cdot It$. Подставив полученные значения m и V в выражение для h , получим

$$h = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} \cdot \frac{It}{Dz \cdot S};$$

$$h = \frac{1 \cdot 107,88 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3600}{9,65 \cdot 10^2 \cdot 1 \cdot 10,5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 7,7 \cdot 10^{-5} \text{ (м)}.$$

6. Определить стоимость получения 10 кг рафинированной меди при тарифе 4 коп. за 1 квт·ч электроэнергии, если электролиз ведется при напряжении 10 в, а коэффициент полезного действия установки 80 %.

Условие: $m = 10 \text{ кг};$

$U = 10 \text{ в};$

$\eta = 0,8;$

$k = 4 \text{ коп/квт} \cdot \text{ч} = 1,11 \cdot 10^{-6} \text{ коп/дж}.$

$n = ?$

$k = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ кг/к}.$

Решение. Для определения стоимости n получения рафинированной меди необходимо найти расход электроэнергии. Для этого воспользуемся формулой $\eta = \frac{N_1}{N} = \frac{A_1}{A}$, откуда $A = \frac{A_1}{\eta}$. По $A_1 = N_1 t = I U t = U q$, где q — заряд, прошедший через электролит. Исходя из первого закона Фарадея, найдем $q = \frac{m}{k}$, где k — электрохимический эквивалент меди. Поэтому

$$A_1 = U \cdot \frac{m}{k} \text{ и } A = \frac{A_1}{\eta} = \frac{U \cdot m}{k \eta}.$$

Стоимость электроэнергии

$$n = \gamma A = \gamma \frac{U \cdot m}{k \eta};$$

$$n = 1,11 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{10 \cdot 10}{3,3 \cdot 10^{-7} \cdot 0,8} = 417 \text{ (коп.)}.$$

7. Электрический звонок, сопротивление которого 2 ом, приводится в действие элементом Лекланше с электродвижущей силой 1,5 в и внутренним сопротивлением 0,5 ом. Определить среднее время ежедневной работы звонка, если за месяц в элементе израсходовано 3 г цинка.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } E &= 1,5 \text{ в;} \\ r &= 0,5 \text{ ом;} \\ R &= 2 \text{ ом;} \\ m &= 3 \text{ г} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг.} \\ \hline t_1 &= ? \\ A &= 65,38; \\ n &= 2; \\ F &= 9,65 \cdot 10^7 \text{ к/кг} \cdot \text{эkv.} \end{aligned}$$

Решение. Полное время работы звонка в течение месяца определим из условия $m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} It$, откуда $t = \frac{mF \cdot n}{AI}$. Сила тока $I = \frac{E}{R+r}$. Поэтому $t = \frac{mFn}{AE} (R+r)$. Среднее время ежедневной работы

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{t}{30} = \frac{mFn}{30AE} (R+r); \\ t_1 &= \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 9,65 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot (2+0,5)}{30 \cdot 65,38 \cdot 1,5} = 495 \text{ (сек).} \end{aligned}$$

8. Сколько железа и хлора выделится на электродах ванны, в которой находится раствор хлорного железа FeCl_3 , при пропускании тока в 10 а в течение 2 часов?

$$\begin{aligned} \text{Условие: } I &= 10 \text{ а;} \\ t &= 2 \text{ ч} = 2 \cdot 3600 \text{ сек.} \\ \hline m_1 &= ? \quad m_2 = ? \\ A_1 &= 55,85; \\ n_1 &= 3; \\ A_2 &= 35,46; \\ n_2 &= 1; \\ F &= 9,65 \cdot 10^7 \text{ к/кг} \cdot \text{эkv.} \end{aligned}$$

Решение. На основании объединенного закона Фарадея

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{F} \cdot \frac{A_1}{n_1} It, \\ m_1 &= \frac{1 \cdot 55,85 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3600}{9,65 \cdot 10^7 \cdot 3} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ (кг);} \\ m_2 &= \frac{1}{F} \cdot \frac{A_2}{n_2} It, \\ m_2 &= \frac{1 \cdot 35,46 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3600}{9,65 \cdot 10^7 \cdot 1} = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ (кг).} \end{aligned}$$

9. Определить валентность никеля, если известно, что за 2 часа никелирования в 100 параллельно соединенных ваннах с сопротивлением 3 ом каждая выделилось 430 г никеля. Электролиз проводился при напряжении 6 в.

Условие: $t = 2 \text{ ч} = 2 \cdot 3600 \text{ сек};$

$z = 100;$

$r = 3 \text{ ом};$

$m = 430 \text{ г} = 0,43 \text{ кг};$

$U = 6 \text{ в.}$

$n = ?$

$A = 58,71;$

$F = 9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг} \cdot \text{экв.}$

Решение. Для определения валентности никеля запишем объединенный закон Фарадея $m = \frac{1}{F} \frac{A}{n} It$, откуда $n = \frac{AIt}{mF}$. Исходя из закона Ома, найдем силу тока $I = \frac{U}{r} = \frac{zU}{r}$. Тогда

$$n = \frac{AzUt}{rmF};$$

$$n = \frac{58,71 \cdot 100 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 3600}{3 \cdot 0,43 \cdot 9,65 \cdot 10^7} = 2.$$

10. Электролиз подкисленной воды при нормальных условиях длится 10 часов, при этом выделяется 1 л кислорода. Определить силу тока.

Условие: $t = 10 \text{ ч} = 10 \cdot 3600 \text{ сек};$

$V = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$

$I = ?$

$k = 8,29 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/Кл};$

$D = 1,429 \text{ Кл/м}^3.$

Решение. Силу тока определим по первому закону Фарадея $m = kIt$, откуда $I = \frac{m}{kt}$. Но $m = DV$. Поэтому

$$I = \frac{DV}{kt};$$

$$I = \frac{1,429 \cdot 10^{-3}}{8,29 \cdot 10^{-8} \cdot 3,6 \cdot 10^4} = 0,47 \text{ (а)}.$$

11. При нормальных условиях искровой разряд в воздухе наступает при напряженности поля 30 кВ/см. Определить расстояние, которое пробегает электрон между столкновениями, если для того, чтобы ионизировать молекулы воздуха, он должен обладать энергией $2,4 \cdot 10^{-11} \text{ эрг.}$

$$\begin{aligned} \text{У с л о в и е: } E &= 30 \text{ кВ/см} = 3 \cdot 10^6 \text{ в/м}; \\ W &= 2,4 \cdot 10^{-11} \text{ эрг} = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.} \\ l &= ? \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.} \end{aligned}$$

Решение. Энергию, необходимую для ионизации молекул воздуха, электрон получает за счет работы сил поля. Величину этой работы определим по формуле $A = F \cdot l = eEl$, где F — сила, действующая на заряд электрона в электрическом поле E , l — расстояние, которое пробегает электрон между столкновениями (длина свободного пробега электрона). Но так как $W = A$, то

$$\begin{aligned} l &= \frac{W}{eE}; \\ l &= \frac{2,4 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^6} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}. \end{aligned}$$

12. Сколько электронов ежесекундно вылетает из катода электронной лампы, если анодный ток 1 мА?

$$\begin{aligned} \text{У с л о в и е: } I &= 1 \text{ мА} = 10^{-3} \text{ А.} \\ n &= ? \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.} \end{aligned}$$

Решение. Ежесекундно с катода уносится заряд $q = ne$, где n — число электронов, покидающих катод за 1 сек. Но заряд, переносимый в секунду, равен силе тока: $I = en$, поэтому

$$\begin{aligned} n &= \frac{I}{e}; \\ n &= \frac{10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,6 \cdot 10^{15} \text{ (электронов)}. \end{aligned}$$

13. Между катодом и анодом двухэлектродной электронной лампы приложена разность потенциалов 300 в. Определить конечную скорость электронов у анода, если у катода она равна нулю, ускорение электрона и время его движения, если расстояние между катодом и анодом 10 мм.

$$\begin{aligned} \text{У с л о в и е: } U &= 300 \text{ в}; \\ v_0 &= 0; \\ s &= 10 \text{ мм} = 10^{-2} \text{ м.} \\ v &= ? \quad t = ? \quad a = ? \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}; \\ m &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг.} \end{aligned}$$

Решение. Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении электрона, идет на увеличение его кинетической энергии: $\frac{mv^2}{2} = eU$, где v — конечная скорость электрона. Отсюда

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2eU}{m}}; \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 300}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,02 \cdot 10^7 \text{ (м/сек)}. \end{aligned}$$

Определим время движения электрона и его ускорение. Электрон движется равнопеременно с начальной скоростью $v_0 = 0$. Поэтому $s = \frac{at^2}{2}$ и $v = at$. Подставим значение $a = \frac{v}{t}$ в формулу пути:

$$s = \frac{v}{2} t,$$

откуда

$$t = \frac{2s}{v};$$

$$t = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{1,02 \cdot 10^7} = 1,96 \cdot 10^{-9} \text{ (сек)}.$$

Ускорение найдем по известной формуле

$$a = \frac{v}{t};$$

$$a = \frac{1,02 \cdot 10^7}{1,96 \cdot 10^{-9}} = 5,2 \cdot 10^{15} \text{ (м/сек}^2\text{)}.$$

14. Телевизионная приемная трубка работает при напряжении 30 кВ. Определить кинетическую энергию электронов у экрана этой трубки, считая, что электроны покидают катод с начальной скоростью, равной нулю.

Условие: $U = 30 \text{ кВ} = 30\,000 \text{ в};$

$$v_0 = 0.$$

$$W_k = ?$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К.}$$

Решение. Согласно закону сохранения энергии работа сил поля равна изменению кинетической энергии электронов:

$$A = \Delta W_k \text{ или } A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$$

Так как $v_0 = 0$, то $A = \frac{mv^2}{2}$. Зная, что $A = eU$, получим

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = eU;$$

$$W_k = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 30\,000 = 4,8 \cdot 10^{-15} \text{ (дж)}.$$

15. Определить падение напряжения на сопротивлении анодной нагрузки электронной лампы $R_a = 50 \text{ ком}$, если известно, что вольфрамовая нить накала этой лампы толщиной 0,1 мм и длиной 3 см каждую секунду испускает $2 \cdot 10^{15}$ электронов с каждого квадратного миллиметра своей поверхности.

Условие: $R_a = 50 \text{ ком} = 50\,000 \text{ ом};$

$$d = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м};$$

$$l = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$n = 2 \cdot 10^{15} \text{ мм}^{-2} = 2 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2}.$$

$$U = ?$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К.}$$

Решение. Падение напряжения найдем по закону Ома. $U = IR_a$. Сила анодного тока $I = neS$, где n — число электронов, испускаемых за 1 сек единицей поверхности нити накала, S — площадь этой поверхности. Выразая площадь поверхности нити накала через ее длину l и диаметр d и подставляя значение I в выражение для падения напряжения, получим

$$U = \pi nedlR_a;$$

$$U = 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{21} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 50\,000 = 150 \text{ (э)}.$$

4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Движущиеся заряды в окружающем пространстве создают магнитное поле, которое обнаруживается по силе, действующей на помещенный в это поле проводник с током

Величина силы, действующей со стороны магнитного поля на проводник длиной l , по которому идет ток силой I , определяется по формуле

$$F = B \cdot I \sin \alpha,$$

где B — магнитная индукция, α — угол между направлениями вектора индукции и тока

Магнитная индукция — это физическая величина, численно равная силе, с которой магнитное поле действует на проводник единичной длины, расположенный перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля, при токе в проводнике, равном единице силы тока:

$$B = \frac{F}{I}$$

В системе СИ единицей магнитной индукции является тесла ($мл$). Тесла — индукция такого поля, в котором на каждый метр длины проводника с током в 1 а, расположенного перпендикулярно к полю, действует сила 1 н:

$$1 \text{ мл} = 1 \text{ н/а} \cdot \text{м}.$$

Индукция магнитного поля в системе СГСМ измеряется в гауссах ($гс$). Гаусс — магнитная индукция такого поля, в котором на каждый метр длины проводника с током в 10 а, расположенного перпендикулярно к полю, действует сила 1 дин:

$$1 \text{ гс} = 10^{-4} \text{ мл}$$

Кроме индукции B , магнитное поле характеризуется напряженностью поля H . Напряженность поля H измеряется в системе СИ в амперах на метр ($а/м$), а в системе СГСМ — в эрстедах ($э$):

$$1 \text{ э} = 79,7 \text{ а/м}$$

Индукция B и напряженность H связаны следующим соотношением:

$$\begin{aligned} B &= \mu H \quad (\text{в системе СГСМ}), \\ B &= \mu_0 \mu H \quad (\text{в системе СИ}), \end{aligned}$$

где μ — магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз сила, действующая на проводник с током в данной среде, больше, чем в вакууме при прочих равных условиях; μ_0 — магнитная постоянная, равная $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ в} \cdot \text{сек/а}$ или $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}$

Для вакуума $\mu = 1$, поэтому:

$$\begin{aligned} B_0 &= H \quad (\text{в системе СГСМ}), \\ B_0 &= \mu_0 H \quad (\text{в системе СИ}). \end{aligned}$$

Магнитное поле, индукция которого во всех точках одинакова, называется *однородным*.

Магнитным потоком через площадку S называют число силовых линий, проходящих через эту площадку.

Связь магнитного потока с индукцией поля:

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где α — угол между направлением силовых линий и нормалью к площадке S .

В системе СГСМ магнитный поток измеряется в максвеллах (мкс). Максвелл — это поток индукции 1 гс через площадку 1 см², расположенную перпендикулярно к силовым линиям. Единица магнитного потока в системе СИ — вебер (вб). Вебер — это поток индукции 1 тл через площадку 1 м², расположенную перпендикулярно к силовым линиям:

$$1 \text{ вб} = 10^8 \text{ мкс}.$$

Электромагнитной индукцией называется явление возникновения тока в замкнутом контуре или разности потенциалов на концах разомкнутого контура при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур.

Э. д. с. индукции, возникающая в замкнутом контуре, пропорциональна скорости изменения магнитного потока:

$$E_{\text{инд}} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

где знак минус следует из закона Ленца

Закон Ленца: индукционный ток всегда имеет такое направление, при котором создаваемое им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызывающего этот ток.

Э. д. с. индукции, возникающая в катушке, содержащей N витков, определяется формулой

$$E_{\text{инд}} = - N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Если проводник длиной l движется в магнитном поле с индукцией B со скоростью v , направленной под углом α к вектору индукции поля, то э. д. с. индукции определяется по формуле

$$E_{\text{инд}} = - Blv \sin \alpha.$$

Самоиндукцией называется явление возникновения э. д. с. индукции в проводнике при изменении в нем тока

Величина электродвижущей силы самоиндукции, возникающей в замкнутом контуре, пропорциональна скорости изменения силы тока:

$$E_c = - L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где L — индуктивность контура, зависящая от его формы, геометрических размеров и свойств заполняющей его среды.

В системе СИ индуктивностью L измеряется в генри (гн). Генри — индуктивность такого контура, в котором при изменении тока на 1 а за 1 сек возбуждается э. д. с., равная 1 в. Индуктивность измеряется также в миллигенри (мгн), микрогенри (мкгн) и саитиметрах (см):

$$1 \text{ гн} = 10^9 \text{ мкгн} = 10^6 \text{ мкгн} = 10^9 \text{ см}.$$

Переменным электрическим током называется ток, меняющийся как по величине, так и по направлению.

Мгновенные значения э. д. с. E и силы I переменного тока в случае активной нагрузки определяются следующими формулами:

$$E = E_m \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где E_m , I_m — амплитуды э. д. с. и силы тока, т. е. их максимальные значения, T — период колебаний, t — время.

Число полных колебаний за 1 сек называется *частотой тока* f . Частота измеряется в герцах (гц).

Частота и период связаны соотношением

$$f = \frac{1}{T}.$$

Эффективным значением переменного тока называется такой постоянный ток, который за одинаковый промежуток времени выделит в одном и том же проводнике такое же количество теплоты, что и данный переменный ток.

Для синусоидального переменного тока его эффективное значение меньше амплитудного в $\sqrt{2}$ раз:

$$I_{\text{эф}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Аналогично выражаются эффективные значения э. д. с. и напряжения переменного тока:

$$E_{\text{эф}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{эф}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Наличие в цепи переменного тока емкости C создает емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C},$$

где $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

Катушка с индуктивностью L оказывает переменному току сопротивление.

$$R_L = \omega L.$$

Полное сопротивление цепи переменному току определяется по формуле

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где R — активное сопротивление, $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ — реактивное сопротивление.

Коэффициент трансформации трансформатора

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

где N_1 и N_2 — число витков первичной и вторичной обмоток, U_1 и U_2 — соответствующие напряжения.

Коэффициент полезного действия трансформатора

$$\eta = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1},$$

где I_1 , I_2 и U_1 , U_2 — токи и напряжения первичной и вторичной обмоток.

Колебательным контуром называется электрическая цепь, состоящая из конденсатора C и катушки индуктивности L . Период колебаний колебательного контура

$$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}.$$

Длиной волны λ называется расстояние, на которое перемещается волна за период:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f},$$

где c — скорость распространения электромагнитных волн.

1. Определить силу, действующую на проводник длиной 20 см, помещенный в магнитное поле, индукция которого 5 тл, если сила тока в проводнике 10 а и он образует угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением поля.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } l = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м;} \\ B = 5 \text{ тл;} \\ I = 10 \text{ а;} \\ \alpha = 30^\circ. \\ \hline F = ? \end{array}$$

Решение. Сила, действующая на проводник с током, помещенный в магнитное поле,

$$F = BIl \sin \alpha;$$

$$F = 5 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ (н)}.$$

2. Проводник с током в 5 а помещен в магнитное поле с индукцией 10 тл. Угол между направлениями тока и поля 60° . Определить активную длину проводника, если поле действует на него с силой 20 н.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } I = 5 \text{ а;} \\ B = 10 \text{ тл;} \\ \alpha = 60^\circ; \\ F = 20 \text{ н.} \\ \hline l = ? \end{array}$$

Решение. Активную длину проводника l определим из формулы $F = BIl \sin \alpha$:

$$l = \frac{F}{BI \sin \alpha};$$

$$l = \frac{20 \cdot 2}{10 \cdot 5 \cdot \sqrt{3}} = 0,46 \text{ (м)}.$$

3. В однородном магнитном поле с индукцией 0,2 тл находится прямой проводник длиной 0,2 м, концы которого подключены гибким проводом, находящимся вне поля, к источнику тока. Определить силу тока в проводнике, если известно, что при расположении его перпендикулярно к линиям индукции поля вес проводника $P = 0,4 \text{ н}$ уравнивается силой, действующей на проводник со стороны поля.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } B = 2 \text{ тл;} \\ l = 0,2 \text{ м;} \\ P = 0,4 \text{ н;} \\ \alpha = 90^\circ. \\ \hline I = ? \end{array}$$

Решение. На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила $F = BIl \sin \alpha$. По условию задачи эта

сила уравнивает вес проводника: $P = F$. Поэтому $P = BIl \sin \alpha$. Отсюда

$$I = \frac{P}{Bl \sin \alpha};$$

$$I = \frac{0,4}{0,2 \cdot 0,2 \cdot 1} = 10 \text{ (а)}.$$

4. Какую работу совершает однородное магнитное поле с индукцией $1,5 \text{ тл}$ при перемещении проводника длиной $0,2 \text{ м}$, по которому течет ток в 10 а , на расстояние $0,25 \text{ м}$, если направление перемещения перпендикулярно к направлению поля и направлению тока? Проводник расположен под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля.

Условие: $B = 1,5 \text{ тл}$;

$l = 0,2 \text{ м}$;

$I = 10 \text{ а}$;

$s = 0,25 \text{ м}$;

$\alpha = 30^\circ$.

$A = ?$

Решение. На проводник с током, находящийся в магнитном поле, действует сила $F = BIl \sin \alpha$, которая направлена перпендикулярно к направлению поля и направлению тока. При перемещении проводника эта сила совершает работу $A = Fs \cos \alpha$. По условию задачи направление перемещения проводника перпендикулярно к направлению поля и направлению тока, т. е. совпадает с направлением силы F . Поэтому $A = F \cdot s$. Подставив в эту формулу значение силы F , получим

$$A = BIl \sin \alpha \cdot s;$$

$$A = 1,5 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 0,25 = 0,38 \text{ (дж)}.$$

5. Чему равна магнитная проницаемость стали, если известно, что при помещении стального бруска в магнитное поле напряженностью 3000 а/м в нем возникает индукция $1,5 \text{ тл}$?

Условие: $H = 3000 \text{ а/м}$;

$B = 1,5 \text{ тл}$.

$\mu = ?$

$$\mu_0 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}.$$

Решение. Связь между индукцией и напряженностью поля выражается формулой $B = \mu_0 \mu H$. Отсюда

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H};$$

$$\mu = \frac{1,5}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 3000} = 398.$$

6. Найти величину магнитного потока между полюсами электромагнита, если площадь каждого полюса 100 см^2 , а плоские

поверхности их параллельны друг другу. Напряженность поля 4500 э. Поле однородно.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е. } S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2; \\ H = 4500 \text{ э} = 4500 \cdot 79,7 \text{ а/м.} \\ \hline \Phi = ? \\ \mu_0 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ зН/м.} \end{array}$$

Р е ш е н и е. Величина магнитного потока $\Phi = BS$. Учитывая, что $B_0 = \mu_0 H$, найдем

$$\Phi = \mu_0 HS;$$

$$\Phi = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 4500 \cdot 79,7 \cdot 10^{-2} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ (вб)}.$$

7. Замкнутая накоротко катушка диаметром 10 см, имеющая 200 витков, находится в магнитном поле, индукция которого увеличивается от 2 до 6 тл в течение 0,1 сек. Определить среднее значение э. д. с. индукции в катушке, если плоскость витков перпендикулярна к силовым линиям поля.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } d = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м;} \\ N = 200; \\ B_1 = 2 \text{ тл,} \\ B_2 = 6 \text{ тл;} \\ \Delta t = 0,1 \text{ сек.} \\ \hline E_{\text{инд}} = ? \end{array}$$

Р е ш е н и е. Э. д. с. индукции определим из соотношения $E_{\text{инд}} = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, где $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ — скорость изменения магнитного потока. По условию задачи плоскость витков перпендикулярна к силовым линиям поля, поэтому полный поток Φ , пронизывающий контур, определим по формуле $\Phi = BS$, где B — индукция поля, S — площадь витка. При изменении B изменяется и полный поток, т. е.

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = S(B_2 - B_1).$$

Подставив значение $\Delta \Phi$ в выражение для э. д. с. индукции с учетом, что $S = \frac{\pi d^2}{4}$, получим

$$\begin{aligned} E_{\text{инд}} &= \frac{N \pi d^2}{4 \Delta t} (B_2 - B_1); \\ E_{\text{инд}} &= \frac{200 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2}{4 \cdot 0,1} (6 - 2) = 62,8 \text{ (в)}. \end{aligned}$$

8. Прямой проводник длиной 40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью 5 м/сек перпендикулярно к линиям индукции. Э. д. с. индукции между концами проводника 0,6 в. Определить индукцию магнитного поля.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad l = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}; \\ \quad \quad \quad v = 5 \text{ м/сек}; \\ \quad \quad \quad E_{\text{инд}} = 0,6 \text{ в}; \\ \quad \quad \quad \alpha = 90^\circ. \\ \hline B = ? \end{array}$$

Решение. Из формулы $E_{\text{инд}} = Blv \sin \alpha$ определим $B = \frac{E_{\text{инд}}}{lv \sin \alpha}$. По условию задачи $\alpha = 90^\circ$, поэтому $\sin \alpha = 1$ и

$$B = \frac{E_{\text{инд}}}{lv};$$

$$B = \frac{0,6}{0,4 \cdot 5} = 0,3 \text{ (тл)}.$$

9. Определить э. д. с. индукции, возникающую на концах крыльев турбореактивного самолета, движущегося горизонтально со скоростью 900 км/ч, если размах крыльев самолета 36,5 м, а вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли 0,5 э.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad v = 900 \text{ км/ч} = 250 \text{ м/сек}; \\ \quad \quad \quad l = 36,5 \text{ м}; \\ \quad \quad \quad H = 0,5 \text{ э} = 0,5 \cdot 79,7 \text{ а/м}. \\ \hline E_{\text{инд}} = ? \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ зН/м}. \end{array}$$

Решение. Э. д. с. индукции $E_{\text{инд}} = Blv \sin \alpha$. По условию задачи $\alpha = 90^\circ$, поэтому $\sin \alpha = 1$ и $E_{\text{инд}} = Blv$. Индукцию поля найдем из условия $B = \mu_0 \mu H$ или, принимая индукцию поля в воздухе равной индукции поля в вакууме, $B_0 = \mu_0 H$. Тогда получим, что

$$E_{\text{инд}} = \mu_0 Hlv;$$

$$E_{\text{инд}} = 12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 0,5 \cdot 79,7 \cdot 36,5 \cdot 250 = 0,46 \text{ (в)}.$$

10. Проводник длиной 15 см помещен в магнитное поле с индукцией 2 тл. Концы проводника замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопrotивление всей цепи 0,5 ом. Какую мощность необходимо затратить, чтобы двигать проводник перпендикулярно к линиям индукции со скоростью 10 м/сек?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е:} \quad l = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}; \\ \quad \quad \quad B = 2 \text{ тл}; \\ \quad \quad \quad R = 0,5 \text{ ом}; \\ \quad \quad \quad v = 10 \text{ м/сек}; \\ \quad \quad \quad \alpha = 90^\circ. \\ \hline N = ? \end{array}$$

Решение. В проводнике, движущемся в магнитном поле, возбуждается э. д. с. индукции $E_{\text{инд}} = Blv \sin \alpha$. Поскольку цепь замкнута, возникает индукционный ток

$$I = \frac{E_{\text{инд}}}{R} = \frac{Blv \sin \alpha}{R}.$$

Мощность индукционного тока $N = E_{\text{инд}} \cdot I$. На основании закона сохранения энергии такая же мощность должна быть затрачена при движении проводника в магнитном поле. Поэтому искомая мощность

$$N = \frac{(Blv \sin \alpha)^2}{R};$$

$$N = \frac{(2 \cdot 0,15 \cdot 10)^2}{0,5} = 18 \text{ (вт)}.$$

11. Определить индуктивность катушки, если при изменении в ней тока от 5 до 10 а за 0,1 сек в катушке возникает э. д. с. самоиндукции, равная 10 в.

Условие: $I_1 = 5 \text{ а};$
 $I_2 = 10 \text{ а};$
 $\Delta t = 0,1 \text{ сек};$
 $E_c = 10 \text{ в}.$
 $\frac{L - ?}{L - ?}$

Решение. Величина электродвижущей силы самоиндукции

$$E_c = L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

откуда

$$L = \frac{E_c \Delta t}{\Delta I} = \frac{E_c \Delta t}{I_2 - I_1};$$

$$L = \frac{10 \cdot 0,1}{10 - 5} = 0,2 \text{ (гн)}.$$

12. Мгновенное значение электродвижущей силы синусоидального тока для фазы 30° равно 120 в. Каково амплитудное и эффективное значение э. д. с.?

Условие: $\omega t = 30^\circ;$
 $E = 120 \text{ в}.$
 $\frac{E_m - ?}{E_m - ?} \quad \frac{E_{\text{эф}} - ?}{E_{\text{эф}} - ?}$

Решение. Амплитудное значение э. д. с. определим из соотношения $E = E_m \sin \omega t$, откуда

$$E_m = \frac{E}{\sin \omega t};$$

$$E_m = \frac{120}{\frac{1}{2}} = 240 \text{ (в)}.$$

Эффективное значение э. д. с. определим по формуле

$$E_{\text{эф}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}};$$

$$E_{\text{эф}} = \frac{240}{\sqrt{2}} = 170 \text{ (в)}.$$

13 Неоновая лампочка, которая зажигается и гаснет при напряжении 84 в, включена в цепь переменного тока промышленной частоты с эффективным напряжением 120 в. Определить время между вспышками лампочки и продолжительность вспышки.

Условие: $U_1 = U_2 = 84$ в;
 $U_{\text{эф}} = 120$ в;
 $T = 0,02$ сек.
 $\Delta t_1 = ? \quad \Delta t_2 = ?$

Решение. К лампочке подведено переменное напряжение

$$U = U_m \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

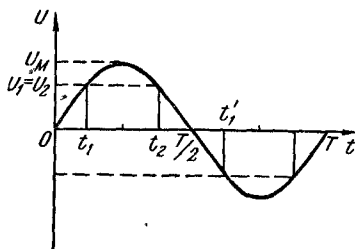


Рис. 78.

где U_m — амплитуда напряжения. График зависимости этого напряжения от времени приведен на рис. 78. Лампочка будет зажигаться в каждый полупериод, когда подведенное к ней напряжение достигает значения напряжения зажигания. Время от начала периода до момента зажигания t_1 найдем из условия

$$U_1 = U_m \sin \frac{2\pi}{T} t_1$$

или, учитывая, что $U_m = \sqrt{2} U_{\text{эф}}$,

$$U_1 = \sqrt{2} U_{\text{эф}} \sin \frac{2\pi}{T} t_1.$$

Подставив численные значения, получим

$$\sin \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{84}{1,4 \cdot 120} = \frac{1}{2}.$$

Поэтому $\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6}$ или

$$t_1 = \frac{T}{12};$$

$$t_1 = \frac{0,02}{12} = 1,66 \cdot 10^{-2} \text{ (сек.)}.$$

По условию задачи напряжения зажигания и гашения лампы одинаковы ($U_1 = U_2$), поэтому из рисунка следует, что время между вспышками лампы

$$\Delta t_1 = t'_1 - t_2 = 2t_1 = \frac{T}{6},$$

$$\Delta t_1 = 0,0033 \text{ сек.},$$

а продолжительность вспышки

$$\Delta t_2 = \frac{T}{2} - 2t_1 = \frac{T}{2} - \frac{T}{6} = \frac{T}{3};$$

$$\Delta t_2 = 0,0066 \text{ сек.}$$

14. Определить сопротивление вторичной обмотки трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 10$, если при включении первичной обмотки в сеть напряжением 120 в во вторичной обмотке идет ток 5 а, а ее напряжение 6 в. Потерями энергии в первичной обмотке пренебречь.

У с л о в и е:

$$\begin{array}{l} k = 10; \\ U_1 = 120 \text{ в}; \\ I_2 = 5 \text{ а}; \\ U_2 = 6 \text{ в}. \\ \hline r_2 = ? \end{array}$$

Решение. По условию задачи потерями в первичной обмотке пренебрегаем, поэтому э. д. с. индукции в первичной обмотке равна по величине подведенному к ней напряжению ($E_1 = U_1$). Учитывая, что $k = \frac{E_1}{E_2}$, найдем э. д. с. во вторичной обмотке $E_2 = \frac{E_1}{k} = \frac{U_1}{k}$. Но $E_2 = I_2 r_2 + U_2$, где I_2 — ток вторичной обмотки, r_2 — ее сопротивление, U_2 — падение напряжения. В результате находим

$$I_2 r_2 = E_2 - U_2 = \frac{U_1}{k} - U_2$$

или

$$\begin{aligned} r_2 &= \frac{\frac{U_1}{k} - U_2}{I_2} = \frac{U_1 - k U_2}{k I_2}; \\ r_2 &= \frac{120 - 10 \cdot 6}{10 \cdot 5} = 1,2 \text{ (ом)}. \end{aligned}$$

15. Катушка индуктивности и реостат сопротивлением 110 ом присоединены параллельно к сети синусоидального тока частотой 50 гц. Определить индуктивность катушки, если по ней идет ток 0,5 а, а ток в реостате 2 а. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

У с л о в и е:

$$\begin{array}{l} R = 110 \text{ ом}; \\ I_1 = 0,5 \text{ а}; \\ I_2 = 2 \text{ а}; \\ f = 50 \text{ гц}. \\ \hline L = ? \end{array}$$

Решение. Индуктивность катушки L найдем из формулы $R_L = \omega L$, где R_L — индуктивное сопротивление. По закону Ома $R_L = \frac{U}{I_1}$, где U — напряжение, подводимое к катушке. Поскольку катушка подсоединена параллельно реостату, подводимое к ним напряжение $U = R I_2$ одинаково. Подставив значение U в

формулу индуктивного сопротивления и учитывая, что $\omega = 2\pi f$, определим $R_L = \frac{RI_2}{I_1}$ или

$$L = \frac{R_L}{\omega} = \frac{RI_2}{2\pi f I_1};$$

$$L = \frac{110 \cdot 2}{0,5 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 1,4 \text{ (гн)}.$$

16. В сеть переменного тока напряжением 220 в включены последовательно конденсатор емкостью 40 мкф и катушка с индуктивностью 0,5 гн и активным сопротивлением 5 ом. Определить эффективное значение силы тока. Частота тока 50 гц.

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } U_{\text{эф}} = 220 \text{ в,} \\ C = 40 \text{ мкф} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ ф; } \\ L = 0,5 \text{ гн; } \\ R = 5 \text{ ом; } \\ f = 50 \text{ гц.} \\ \hline I_{\text{эф}} - ? \end{array}$$

Решение. Эффективное значение силы тока $I_{\text{эф}} = \frac{U_{\text{эф}}}{Z}$, где $U_{\text{эф}}$ — эффективное значение напряжения, Z — полное сопротивление цепи, оказываемое переменному току. Полное сопротивление определяется по формуле

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Учитывая, что $\omega = 2\pi f$, окончательно получим

$$\begin{aligned} I_{\text{эф}} &= \frac{U_{\text{эф}}}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)^2}}; \\ I_{\text{эф}} &= \frac{220}{\sqrt{5^2 + \left(2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,5 - \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}\right)^2}} = 2,85 \text{ (а)}. \end{aligned}$$

17. На какую частоту настроен радиоприемник, если его приемный контур обладает самоиндукцией 1,5 мгн и емкостью 450 нф?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } L = 1,5 \text{ мгн} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ гн; } \\ C = 450 \text{ нф} = 450 \cdot 10^{-12} \text{ ф.} \\ \hline f - ? \end{array}$$

Решение. Частоту колебаний определим по формуле

$$f = \frac{1}{T},$$

где $T = 2\pi\sqrt{LC}$ — период колебаний колебательного контура. Подставив это значение T в формулу частоты, получим

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}};$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 450 \cdot 10^{-12}}} = 1,94 \cdot 10^5 \text{ (Гц)}.$$

18. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 0,6 мГн и переменного конденсатора, емкость которого может меняться от 50 до 450 пФ. На какие длины волн рассчитан контур?

У с л о в и е:

$$L = 0,2 \text{ мГн} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Гн};$$

$$C_{\min} = 50 \text{ пФ} = 50 \cdot 10^{-12} \text{ Ф};$$

$$C_{\max} = 450 \text{ пФ} = 450 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

$$\lambda_{\min} - ? \quad \lambda_{\max} - ?$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек.}$$

Решение. Длина волны $\lambda = cT$. Период колебаний колебательного контура определяется по формуле $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$. При изменении емкости от значения C_{\min} до C_{\max} период колебаний будет меняться соответственно от $T_{\min} = 2\pi\sqrt{L \cdot C_{\min}}$ до $T_{\max} = 2\pi\sqrt{L \cdot C_{\max}}$. Поэтому

$$\lambda_{\min} = c \cdot 2\pi\sqrt{L \cdot C_{\min}},$$

$$\lambda_{\min} = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 3,14 \sqrt{0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-12}} = 188 \text{ (м)}$$

и

$$\lambda_{\max} = c \cdot 2\pi\sqrt{L \cdot C_{\max}},$$

$$\lambda_{\max} = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 3,14 \sqrt{0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 450 \cdot 10^{-12}} = 565 \text{ (м)},$$

т. е. колебательный контур рассчитан на длины волн от 188 до 565 м.

19. Через сколько времени возвратится к радиолокатору отраженный от цели сигнал, если цель находится на расстоянии 50 км от локатора?

У с л о в и е:

$$s = 50 \text{ км} = 5 \cdot 10^4 \text{ м}.$$

$$t - ?$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек.}$$

Решение. Сигнал возвратится к радиолокатору через время

$$t = \frac{2s}{c};$$

$$t = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ (сек)}.$$

Вопросы и задачи для самопроверки

1. Какова роль трения при электризации тел?
2. До каких расстояний необходимо сблизить трущиеся тела, чтобы имела место электризация?
3. Чем вызвано уменьшение силы взаимодействия зарядов, находящихся в диэлектрике, по сравнению с силой их взаимодействия в вакууме?
4. Два маленьких шарика подвешены на тонких изолирующих нитях в одной точке. Что произойдет, если шарикам сообщить одноименные заряды: 1) при обычных условиях; 2) в состоянии невесомости? Считать, что силой гравитационного притяжения между шариками можно пренебречь.
5. Почему при раскалывании сахара в темноте наблюдается свечение?
6. Объяснить следующее явление: при приближении наэлектризованной стеклянной палочки к маленькой бумажке она сначала притягивается, а затем отталкивается.
7. Определить силу притяжения двух разноименных точечных зарядов величиной $0,1$ к каждый, находящихся в воздухе на расстоянии 100 м.
8. На расстоянии 1 м друг от друга расположены два тела с положительными зарядами $2 \cdot 10^{-5}$ и $4,5 \cdot 10^{-5}$ к. На каком расстоянии от тела с большим зарядом помещен пробный заряд, если он находится в равновесии?
9. Два шарика массами 4 и 5 г подвешены на нитях на некотором расстоянии друг от друга. Первому шарiku сообщен заряд $2 \cdot 10^{-5}$ ед. СГСЭ. Определить заряд, сообщенный второму шарiku, если известно, что сила всемирного тяготения уравновешивается кулоновской силой.
10. Поверхностная плотность заряда тем больше, чем больше кривизна поверхности. Всегда ли это верно?

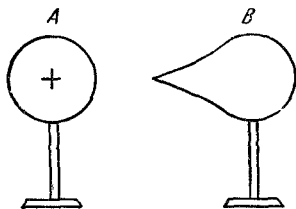


Рис 79

11. Что произойдет, если заряженный положительно шар A (рис. 79) приблизить к проводнику B с заостренным концом? Шар A и проводник B укреплены на изолирующих подставках.
12. При каких условиях при соприкосновении двух одноименно заряженных проводников заряд будет переходить от проводника с меньшим потенциалом к проводнику с большим потенциалом?
13. Два отрицательных точечных заряда находятся в вакууме на расстоянии 48 см и взаимодействуют с силой 10^{-3} н. Сколько электронов содержится в каждом заряде?
14. Определить поверхностную плотность заряда на металли-

ческом шарике диаметром 8 см, если он действует на заряд $2 \cdot 10^{-7}$ к, расположенный на расстоянии 1 м в воздухе, с силой, равной $3,2 \cdot 10^{-2}$ н.

15. Чему равна сила, действующая на заряд $2 \cdot 10^{-6}$ к, находящийся в однородном электрическом поле напряженностью 150 в/см?

16. Три одинаковых заряда по $3 \cdot 10^{-8}$ к каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд необходимо поместить в центре этого треугольника, чтобы результирующая сил, действующих на каждый заряд, была равна нулю?

17. Металлический шар диаметром 0,2 м заряжен до потенциала 10 000 в. Определить величину заряда шара.

18. На сколько вольт увеличится потенциал Земли зарядом в 1 к?

19. Можно ли прочесть формулу $C = \frac{q}{U}$ так: емкость проводника прямо пропорциональна величине заряда и обратно пропорциональна его потенциалу?

20. В однородном электрическом поле напряженностью 20 000 в/см перемещается заряд $5 \cdot 10^{-3}$ к. Определить работу, совершаемую при перемещении этого заряда на расстояние 1 мм по направлению поля.

21. Электрон из состояния покоя пробегает в электрическом поле расстояние 0,005 мм по направлению силовых линий поля и приобретает кинетическую энергию $2,4 \cdot 10^{-11}$ эрг. Чему равна напряженность поля?

22. Как направлена напряженность поля у поверхности проводника, если заряды на последнем находятся в равновесии?

23. Два одинаковых шарика диаметром 0,01 м заряжены до потенциалов +6000 и -6000 в. Чему равна сила взаимного притяжения шариков, если расстояние между их центрами 0,1 м?

24. На расстоянии $5 \cdot 10^{-2}$ м от поверхности шара потенциал равен 600 в, на расстоянии 10^{-1} м — 420 в. До какого потенциала заряжен шар?

25. Два конденсатора, емкость которых 300 и 500 см, заряжены соответственно до 500 и 400 в. Какая получится разность потенциалов на обкладках конденсаторов, если их соединить параллельно?

26. Заряженная пылинка массой 10^{-7} г помещена в однородное электрическое поле напряженностью $2 \cdot 10^{-5}$ в/м. Определить заряд пылинки, если известно, что она находится в равновесии.

27. Определить емкость лейденской банки, имеющей наружный диаметр 15 см, толщину стекла 0,5 см и высоту обкладок 20 см.

28. Два конденсатора соединены последовательно, и к ним приложена разность потенциалов 150 в. Определить емкость второго конденсатора, если емкость первого 10 000 пф, а на обкладках батареи сосредоточен заряд $5 \cdot 10^{-6}$ к.

29. Определить силу тока в цепи, по которой за 20 мин проходит заряд, равный 30 к.

30. Найти массу медного провода диаметром 0,36 мм, если его сопротивление 57 ом.

31. Определить плотность тока в медном проводе длиной 20 м, если провод находится под напряжением 3,4 в.

32. Анодный ток в радиолампе 10 ма. Сколько электронов падает на анод лампы за 1 сек?

33. Найти падение напряжения на медном проводе длиной 1 км и диаметром 2 мм, если сила тока в нем 4 а.

34. Каково должно быть сопротивление шунта к гальванометру для уменьшения чувствительности последнего в 20 раз? Внутреннее сопротивление гальванометра 950 ом.

35. Как нужно соединить два элемента с электродвижущими силами по 2,2 в и внутренними сопротивлениями 0,5 ом каждый, чтобы при подключении батареи к внешнему сопротивлению 5 ом получить максимальный ток?

36. Для чего производится заземление корпуса электрических установок?

37. При подключении одинаковыми проводами к зажимам батареи поочередно двух вольтметров первый показывает напряжение несколько большее, чем второй. Почему?

38. Как из трех катушек сопротивлением 10 ом получить сопротивление 15 ом?

39. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20°C равно 35,8 ом. Какова будет температура нити лампочки, если при включении ее в сеть напряжением 120 в по нити идет ток 0,33 а?

40. При измерении силы тока в цепи поочередно двумя амперметрами оказалось, что один из них показывает меньшую силу тока, чем второй. Какой амперметр имеет меньшее сопротивление?

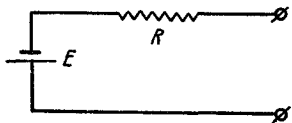


Рис. 80.

41. Чему равно напряжение на зажимах цепи, изображенной на рис. 80?

42. Внутреннее сопротивление источника тока 0,4 ом, а сопротивление внешней цепи 1 ом. Как изменится сила тока в цепи при измерении ее амперметром с сопротивлением 0,01 ом?

43. Внутреннее сопротивление источника тока 0,4 ом, а сопротивление внешней цепи 1 ом. Как изменится напряжение во внешней цепи при измерении его вольтметром с сопротивлением 20 ом?

44. Как определить длину проводника, намотанного на катушку, не разматывая ее?

45. Проволоку, имеющую сопротивление 200 ом, разрезали на равные части. Когда эти части соединили параллельно, получилось сопротивление 2 ом. На сколько частей разрезали проволоку?

46. Каково сопротивление дуги Петрова, если она питается от сети напряжением 110 в и для получения тока в 5 а необходимо включить сопротивление 17 ом?

47. Вольтметр, предназначенный для измерения напряжения до 20 в, имеет сопротивление 300 ом и шкалу на 20 делений. 1) Какое добавочное сопротивление нужно подключить к этому вольтметру, чтобы измерять напряжение до 120 в? 2) Какова будет цена деления вольтметра в этом случае?

48. Две группы из последовательно включенных элементов соединены параллельно. Э. д. с. каждого элемента 1,2 в, внутреннее сопротивление 0,2 ом. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление 1,5 ом. Определить силу тока во внешней цепи.

49. Какова величина пусковых сопротивлений электровоза, если сопротивление каждого из шести его тяговых двигателей 0,255 ом? Напряжение в контактной цепи 3000 в, максимально допустимый ток в период пуска 300 а и двигатели в это время соединены последовательно.

50. При напряжении 120 в в лампочке накаливания израсходовано в течение 30 сек 1800 дж энергии. Сколько кулонов электричества прошло через нить лампы и чему равна сила тока?

51. Напряжение на зажимах генератора автомобиля ГАЗ-69 равно 12 в. Определить работу тока во внешней цепи за 10 часов, если ее сопротивление 0,56 ом.

52. Чему равна мощность гидроэлектростанции, если расход воды составляет 2,6 м³ в секунду при высоте напора 3 м? Коэффициент полезного действия станции принять равным 85 %.

53. Является ли работа, совершаемая источником тока во внутренней цепи, величиной постоянной для данного источника?

54. Почему при включении электроплитки в квартире яркость свечения ламп накаливания сначала уменьшается, а затем возрастает почти до первоначального значения?

55. Какая проволока, медная или железная (одинакового сечения), нагревается током сильнее при последовательном их включении?

56. Новогодняя елка освещается лампочками накаливания, рассчитанными на напряжение 6,3 в и ток 0,28 а. Напряжение сети 126 в. Сколько лампочек используется для освещения и как они включены, если ток в подводящих проводах 1,4 а?

57. Три 50-ваттные и четыре 25-ваттные лампочки накаливания рассчитаны на напряжение 110 в. Каким образом включить их в сеть напряжением 220 в, чтобы они горели нормальным накалом?

58. Трамвайный тяговый двигатель ДТП-6 работает при напряжении 550 в и в длительном режиме потребляет ток 70 а. Определить расходуемую двигателем мощность.

59. Через сколько времени в чайнике с обмоткой из проволоки сопротивлением $45\text{ }\Omega$ закипит $0,5\text{ кг}$ воды, если начальная температура воды 10°C и к. п. д. чайника 50% ? Напряжение сети 110 В .

60. К зажимам батареи аккумуляторов, э. д. с. которой 12 В и внутреннее сопротивление $0,5\text{ }\Omega$, присоединен нагреватель, потребляющий мощность 20 Вт . Определить силу тока в цепи.

61. При силе тока 3 А во внешней цепи батареи выделяется мощность 18 Вт , при силе тока 1 А — 10 Вт . Определить э. д. с. и внутреннее сопротивление батареи.

62. Определить к. п. д. электрочайника, если он за 20 мин нагревает 2 кг воды от 8 до 100°C , потребляя мощность 710 Вт .

63. Необходимо передать 100 кВт электроэнергии на расстоянии $7,5\text{ км}$, причем потери на нагревание проводов не должны превышать 3% передаваемой энергии. Какова масса медных проводов, если ток передается под напряжением 6000 В ?

64. Капиллярная трубка с диаметром внутреннего сечения $0,5\text{ мм}$ наполнена раствором CuSO_4 . Определить удельное сопротивление раствора, если сопротивление столбика длиной 62 см равно $10^6\text{ }\Omega$.

65. Можно ли на основании законов Фарадея сделать заключение, что для электролитического выделения одинаковых количеств веществ требуется затрата одинаковых количеств энергии тока?

66. Сопротивление печи, в которой получают алюминий, $8,5 \cdot 10^{-4}\text{ }\Omega$, напряжение $7,3\text{ В}$. Какова сила тока?

67. В элементе Лекланше за один час работы растворилось $0,5\text{ г}$ цинка. Определить силу тока в цепи элемента.

68. Определить толщину слоя меди, выделившейся за 5 часов при электролизе медного купороса, если плотность тока 80 А/м^2 .

69. Через сколько времени можно разложить $14,6\text{ г}$ соляной кислоты, пропуская ток $0,6\text{ А}$?

70. Определить э. д. с., возникающую в проводнике длиной $0,5\text{ м}$, движущемся в однородном магнитном поле с индукцией 2 тл , если проводник перемещается со скоростью 10 м/сек . Направление движения перпендикулярно к направлению силовых линий.

71. Найти разность потенциалов на концах оси автомобиля, возникающую при движении его со скоростью 120 км/ч , если длина оси $1,5\text{ м}$ и вертикальная составляющая магнитного поля Земли $5 \cdot 10^{-5}\text{ тл}$.

72. Как определить число витков в катушке, не разматывая ее?

73. Чему равна емкость конденсатора, включенного в цепь переменного тока частотой 50 Гц , если амплитуда приложенного к конденсатору напряжения 380 В , а эффективное значение силы тока в цепи 5 А ?

74. Почему сердечники в трансформаторах делают не сплошными, а из тонких изолированных пластин?

75. Амплитудное значение силы тока $9,8 \text{ а}$. Чему равно эффективное значение силы тока?

76. Сколько витков должна иметь вторичная обмотка трансформатора для повышения напряжения с 110 до $11\,000 \text{ в}$, если первичная катушка имеет 20 витков?

77. Определить длину волны, возбуждаемой колебательным контуром, состоящим из катушки с индуктивностью $0,05 \text{ гн}$ и плоского конденсатора с площадью обкладок $0,5 \text{ м}^2$, разделенных парафинированной бумагой толщиной 1 мм

78. Радиолокационная станция излучает 10 -сантиметровые радиоволны. Какова частота колебаний?

Глава IV

ОПТИКА. СТРОЕНИЕ АТОМА

1. ФОТОМЕТРИЯ. ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА

Светом называется электромагнитное излучение с длиной волны от 400 до 760 мкм. Источником такого излучения являются молекулы и атомы вещества, находящиеся в возбужденном состоянии.

Мощностью излучения называется количество энергии, излучаемой светящимся телом в единицу времени

Световым потоком называется количество световой энергии (оцениваемое по зрительному ощущению глаза), которое переносится через какую-либо площадь S за единицу времени:

$$\Phi = \frac{L}{t}.$$

Силой света источника называется отношение светового потока Φ к величине телесного угла ω , в котором этот поток распространяется:

$$I = \frac{\Phi}{\omega}.$$

Освещенность называется отношение светового потока Φ к площади поверхности S , на которую он падает:

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

За основную светотехническую единицу в системе СИ принята свеча. Свеча — единица силы света, значение которой принимается таким, чтобы яркость полного излучателя при температуре затвердевания платины была равна 60 св на 1 см² (ГОСТ 9867—61).

Яркость источника — отношение силы света I источника к площади видимой поверхности его S' :

$$B = \frac{I}{S'}.$$

Точечным источником света называется источник, размеры которого малы по сравнению с расстоянием до места наблюдения и который посылает световой поток равномерно во все стороны.

Люмен — единица светового потока. Люмен есть световой поток, создаваемый точечным источником, сила света которого равна 1 св в телесном углу в 1 стер:

$$1 \text{ лм} = 1 \text{ св} \cdot 1 \text{ стер}.$$

Люкс — единица освещенности. Люкс есть освещенность, создаваемая световым потоком в 1 лм при равномерном распределении его на площади в 1 м²:

$$1 \text{ лк} = \frac{1 \text{ лм}}{1 \text{ м}^2}.$$

Законы освещенности: освещенность поверхности, перпендикулярной световому потоку, прямо пропорциональна силе света точечного источника и обратно пропорциональна квадрату расстояния от поверхности до источника (закон Ламберта):

$$E = \frac{I}{r^2},$$

освещенность поверхности, на которую падает световой поток под углом i , прямо пропорциональна косинусу угла падения:

$$E = E_0 \cos i,$$

где E_0 — освещенность поверхности перпендикулярно падающим световым потоком

Если линейные размеры поверхности малы по сравнению с расстоянием до источника, то освещенность поверхности пропорциональна силе света источника, косинусу угла падения и обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника света:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos i.$$

Механический эквивалент света — это отношение мощности светового излучения N_1 к световому потоку Φ :

$$A = \frac{N_1}{\Phi}.$$

Световая отдача — отношение светового потока Φ к полной мощности N , потребляемой источником света:

$$\eta = \frac{\Phi}{N}.$$

Закон отражения света: луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр к границе раздела двух сред в точке падения луча лежат в одной плоскости, и угол падения луча равен углу отражения луча: $i = i'$.

Формула сферического зеркала:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{F} = D,$$

где d — расстояние от предмета до полюса зеркала; f — расстояние от изображения до полюса зеркала; R — радиус кривизны зеркала, F — главное фокусное расстояние зеркала; D — оптическая сила зеркала

Правило знаков: если отображаемый предмет, изображение и главный фокус зеркала действительные, то соответствующие расстояния берутся со знаком плюс; если изображение или главный фокус зеркала мнимые, то эти расстояния берутся со знаком минус.

1. Электрическая лампа в 100 св посылает во все стороны ежеминутно 120 дж световой энергии. Определить механический эквивалент света и световую отдачу, если лампа потребляет мощность 100 вт.

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } I = 100 \text{ св;} \\ W = 120 \text{ дж;} \\ t = 60 \text{ сек;} \\ N = 100 \text{ вт.} \\ \hline A = ? \quad \eta = ? \end{array}$$

Решение. Излучаемый лампой полный световой поток $\Phi_0 = 4\pi I$. Тогда механический эквивалент света

$$A = -\frac{W}{4\pi I t};$$

$$A = \frac{120}{1256 \cdot 60} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ (вт/лм)}.$$

Световая отдача

$$\eta = \frac{\Phi_0}{N};$$

$$\eta = \frac{1256}{100} = 12,56 \text{ (лм/вт)}.$$

2. Световая отдача электрической лампы мощностью 500 вт составляет 18,2 лм/вт. Определить силу света и полный световой поток лампы.

Условие: $\eta = 18,2 \text{ лм/вт};$
 $N = 500 \text{ вт}.$

$\Phi_0 = ? \quad I = ?$

Решение. Полный световой поток, излучаемый лампой,

$$\Phi_0 = N \eta;$$

$$\Phi_0 = 500 \cdot 18,2 = 9100 \text{ (лм)}.$$

Сила света лампы

$$I = \frac{\Phi_0}{4\pi};$$

$$I = \frac{9100}{12,56} = 724,5 \text{ (св)}.$$

3. Какой световой поток падает на поверхность площадью 200 см² в ясный солнечный день, когда освещенность достигает 100 000 лк?

Условие: $E = 100\,000 \text{ лк};$
 $S = 200 \text{ см}^2 = 0,02 \text{ м}^2.$

$\Phi = ?$

Решение. Световой поток

$$\Phi = ES;$$

$$\Phi = 100\,000 \cdot 0,02 = 2000 \text{ (лм)}.$$

4. Ширина кадрового окна киноаппарата 1,2 см, ширина экрана 2,4 м. Освещенность экрана должна быть не менее 4 лк. Определить минимальную освещенность кадрового окна киноаппарата.

Условие: $b_1 = 1,2 \text{ см};$
 $b_2 = 2,4 \text{ м} = 240 \text{ см};$
 $E_2 = 4 \text{ лк}.$

$E_1 = ?$

Решение. Освещенность экрана во столько раз меньше освещенности кадрового окна, во сколько раз площадь кадрового окна меньше площади освещенной части экрана:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Линейные размеры экрана больше линейных размеров кадрового окна в $\frac{b_2}{b_1}$ раз, а площадь освещенной части экрана больше площади кадрового окна в $\left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2$ раз. Следовательно,

$$S_2 = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \cdot S_1, \text{ а } \frac{E_1}{E_2} = \frac{\left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \cdot S_1}{S_1},$$

откуда

$$E_1 = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \cdot E_2;$$

$$E_1 = \left(\frac{240}{1,2}\right)^2 \cdot 4 = 160\,000 \text{ (лк)}.$$

5. Сила света точечного источника 200 св. Найти полный световой поток, испускаемый этим источником, и освещенность поверхности, перпендикулярной к направлению лучей и находящейся на расстоянии 5 м от источника.

Условие: $I = 200 \text{ св};$

$r = 5 \text{ м}.$

$$\frac{\Phi_0 - ? \quad E - ?}{}$$

Решение. Полный световой поток

$$\Phi_0 = 4\pi I;$$

$$\Phi_0 = 4 \cdot 3,14 \cdot 200 \approx 2510 \text{ (лм)}.$$

Освещенность поверхности

$$E = \frac{I}{r^2};$$

$$E = \frac{200}{5^2} = 8 \text{ (лк)}.$$

6. Площадь пола физкультурного зала равна 72 м². Определить общую силу света электрических ламп, обеспечивающих среднюю освещенность пола в 50 лк, если для освещения пола используется 25% излучаемого ими светового потока.

Условие: $S = 72 \text{ м}^2;$

$E = 50 \text{ лк};$

$\eta = 0,25.$

$$\frac{I - ?}{}$$

Решение. Световой поток, падающий на поверхность пола, $\Phi = ES$. Полный световой поток, излучаемый лампами, $\Phi_0 = \frac{\Phi}{\eta}$.

Общая сила света электрических ламп

$$I = \frac{\Phi_0}{4\pi} = \frac{ES}{4\pi\eta};$$

$$I = \frac{50 \cdot 72}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,25} \approx 1150 \text{ (св)}.$$

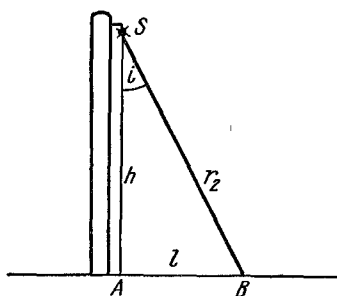


Рис. 81

7. На столбе высотой 8 м подвешена электрическая лампочка S, дающая полный световой поток 3768 лм. Определить освещенность поверхности земли у основания столба и на расстоянии 4 м от основания столба (рис. 81).

Условие: $h = 8 \text{ м};$
 $l = 4 \text{ м};$
 $\Phi_0 = 3768 \text{ лм}.$
 $E_1 = ? \quad E_2 = ?$

Решение. Сила света источника

$$I = \frac{\Phi_0}{4\pi}; \quad I = \frac{3768}{12,56} = 300 \text{ (св)}.$$

Освещенность у основания столба

$$E_1 = \frac{I}{r_1^2} = \frac{\Phi_0}{4\pi h^2} \text{ (при } r_1 = h);$$

$$E_1 = \frac{3768}{12,56 \cdot 64} \approx 4,7 \text{ (лк)}.$$

Освещенность на расстоянии 4 м от основания столба

$$E_2 = \frac{\Phi_0}{4\pi r_2^2} \cos i.$$

Из $\triangle ASB$

$$r_2 = \sqrt{h^2 + l^2}, \quad r_2 = \sqrt{8^2 + 4^2} \approx 8,9 \text{ (м)};$$

$$\cos i = \frac{h}{r_2}, \quad \cos i = 0,90.$$

Отсюда

$$E_2 = \frac{3768 \cdot 0,90}{12,56 \cdot 80} \approx 3,3 \text{ (лк)}.$$

8. Свет от электрической лампочки в 200 св падает на тетрадь ученика под углом 60° и создает освещенность 70 лк (рис. 82). Определить, на каком расстоянии от тетради находит-

ся лампочка и на какой высоте (относительно тетради) она подвешена.

Условие: $I = 200$ св;

$i = 60^\circ$;

$E = 70$ лк.

$r = ?$ $h = ?$

Решение. Освещенность, созданная точечным источником света S в центре тетради,

$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos i.$$

Отсюда

$$r = \sqrt{\frac{I \cos i}{E}};$$

$$r = \sqrt{\frac{200 \cdot 0,5}{70}} \approx 1,2 \text{ (м)}.$$

Высота, на которой подвешена лампочка,

$$h = r \cos i;$$

$$h = 1,2 \cdot \frac{1}{2} = 0,6 \text{ (м)}.$$

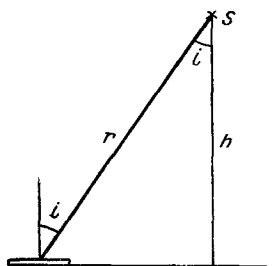


Рис. 82

9. В трубе диаметром 2 м в точке A (рис. 83) подвешена электрическая лампочка силой света 50 св. Определить освещенность поверхности трубы в точке C , находящейся в плоскости перпендикулярного сечения трубы на высоте 50 см от точки B .

Условие: $I = 50$ св;

$AB = 2$ м;

$BD = 0,50$ м.

$E = ?$

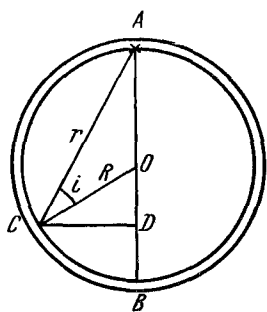


Рис. 83.

Решение. Освещенность в точке C определим по формуле

$$E = \frac{I \cos i}{r^2}.$$

Угол i образован падающим лучом AC и радиусом R , проведенным из центра O в точку C . Так как $OD = \frac{1}{2} OC$, то $\angle OCD = 30^\circ$, а $\angle COD = 60^\circ$. Но $\triangle AOC$ — равнобедренный, углы при основании AC равны между собой. Угол COD является внешним углом $\triangle AOC$, поэтому он равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним. Следовательно, $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$. Расстояние $r = AC = 2 \cdot OC \cdot \cos i$. Освещенность в точке C

$$E = \frac{I \cdot \cos i}{4 \cdot OC^2 \cdot \cos^2 i} = \frac{I}{4 \cdot OC^2 \cdot \cos i};$$

$$E = \frac{50}{4 \cdot 1^2 \cdot 0,865} \approx 14,7 \text{ (лк)}.$$

10. В центре круглого стола диаметром 1,8 м поставлена настольная лампа S_1 с одной электрической лампочкой на высоте 40 см от поверхности стола. Над центром стола на высоте 2 м от его поверхности висит люстра S_2 с тремя такими же лампочками. В каком случае получится большая освещенность края стола (и во сколько раз): когда включена настольная лампа или когда включена люстра?

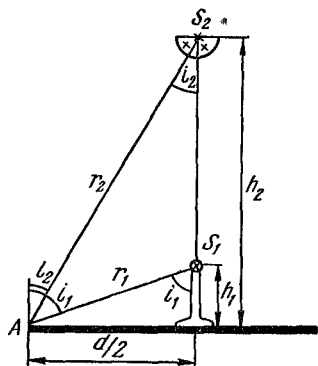


Рис. 84.

Условие: $d = 1,8$ м;
 $h_1 = 40$ см = 0,4 м;
 $h_2 = 2$ м;
 $n = 3$.
 $\frac{E_1}{E_2} = ?$

Решение. Освещенность края стола в точке А (рис. 84) настольной лампой

$$E_1 = \frac{l}{r_1^2} \cos i_1, \text{ где } r_1^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h_1^2;$$

$$\cos i_1 = \frac{h_1}{r_1}.$$

Освещенность края стола люстрой

$$E_2 = \frac{3l}{r_2^2} \cos i_2, \text{ где } r_2^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h_2^2; \quad \cos i_2 = \frac{h_2}{r_2}.$$

Отношение освещенностей

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2 \cos i_1}{3r_1^2 \cos i_2}.$$

Так как

$$r_1^2 = 0,81 + 0,16 = 0,97, \quad r_2^2 = 0,81 + 4 = 4,81,$$

то

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{4,81 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{4,81}}{3 \cdot 0,97 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,97}} \approx 0,73; \quad E_2 > E_1.$$

11. Над горизонтальной поверхностью MN помещены на высоте $h = 2$ м и на расстоянии $l = 1$ м друг от друга два источника света S_1 и S_2 , дающие полный световой поток в 2100 лм каждый. Определить освещенности поверхности MN в точках А и В под источниками света и в точке С, находящейся на середине расстояния l .

Условие: $h = 2$ м;
 $l = 1$ м;
 $\Phi_0 = 2100$ лм.
 $\frac{E_A - ? \quad E_B - ? \quad E_C - ?}{}$

Решение. Освещенности в точках A и B равны между собой и складываются из освещенностей, созданных источниками S_1 и S_2 (рис. 85):

$$E_A = E_B = E_1 + E_2,$$

где E_1 — освещенность, созданная в точке A источником S_1 , E_2 — освещенность, созданная в точке A источником S_2 . Тогда

$$E_1 = \frac{I_1}{h^2}; \quad E_2 = \frac{I_2 \cos i_1}{r_1^2}.$$

Общая освещенность

$$E_A = \frac{I_1}{h^2} + \frac{I_2 \cos i_1}{r_1^2}.$$

Но $I_1 = I_2 = \frac{\Phi_0}{4\pi}$, $I_1 = I_2 =$

$$= \frac{2100}{4 \cdot 3,14} \approx 167 \text{ (св)};$$

$$r_1^2 = h^2 + l^2, \quad r_1^2 = 4 + 1 = 5 \text{ (м}^2\text{)}; \quad \cos i_1 = \frac{h}{r_1}, \quad \cos i_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Следовательно,

$$E_A = \frac{167}{4} + \frac{167}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 71,6 \text{ (лк)}.$$

Освещенность в точке C

$$E_C = E'_1 + E'_2,$$

где E'_1 и E'_2 — освещенности, созданные источниками S_1 и S_2 в точке C . Но $E'_1 = E'_2 = E$, где $E = \frac{I_1}{r_2^2} \cos i_2$. Так как

$$r_2^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2, \quad \text{а } \cos i_2 = \frac{h}{r_2}, \quad \text{то } E = \frac{I_1 h}{r_2^3}.$$

Отсюда

$$E_C = \frac{2I_1 h}{r_2^3};$$

$$E_C = \frac{2 \cdot 167 \cdot 2}{4,25 \cdot \sqrt{4,25}} = 76,2 \text{ (лк)}.$$

12. Предмет при фотографировании освещается электрической лампочкой, расположенной от него на расстоянии 2 м. Во сколько раз надо увеличить экспозицию при съемке, если лампочку отодвинуть на расстояние 3 м от предмета?

Условие: $r_1 = 2 \text{ м};$

$r_2 = 3 \text{ м}.$

$\frac{t_2}{t_1} = ?$

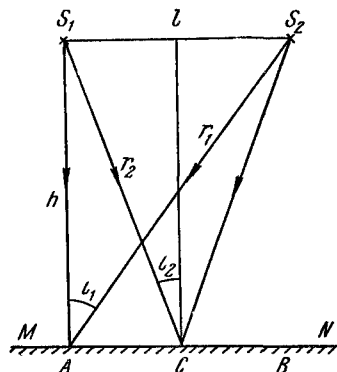


Рис 85

Решение. Экспозиция обратно пропорциональна освещенности предмета:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{E_1}{E_2},$$

где t_1 и t_2 — экспозиции в первом и втором случаях; E_1 и E_2 — освещенности при расстояниях от лампочки до предмета r_1 , r_2 . Считая, что свет от лампочки падает на предмет нормально, найдем освещенности:

$$E_1 = \frac{l}{r_1^2}; \quad E_2 = \frac{l}{r_2^2}.$$

А так как

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2},$$

то

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}; \quad \frac{t_2}{t_1} = \frac{9}{4}.$$

Отсюда

$$t_2 = 2,25t_1,$$

т. е. экспозицию надо увеличить в 2,25 раза.

13. Для печатания фотоснимка при лампе, дающей силу света 60 св и расположенной на расстоянии 1 м, требуется экспозиция 2 сек. Какая потребуется экспозиция для печатания того же снимка при лампе в 40 св, расположенной на расстоянии 1,5 м от снимка?

$$\begin{array}{l} \text{Условие: } I_1 = 60 \text{ св;} \\ r_1 = 1 \text{ м;} \\ t_1 = 2 \text{ сек;} \\ I_2 = 40 \text{ св;} \\ r_2 = 1,5 \text{ м.} \\ \hline t_2 = ? \end{array}$$

Решение. Количество световой энергии, получаемое единицей поверхности снимка в первом и втором случаях, должно быть одинаковым: $E_1 t_1 = E_2 t_2$, где $E_1 = \frac{I_1}{r_1^2}$, $E_2 = \frac{I_2}{r_2^2}$. Тогда

$$\frac{I_1 t_1}{r_1^2} = \frac{I_2 t_2}{r_2^2},$$

откуда

$$t_2 = \frac{I_1 \cdot r_2^2 \cdot t_1}{I_2 \cdot r_1^2};$$

$$t_2 = \frac{60 \cdot 1,5^2 \cdot 2}{40 \cdot 1^2} \approx 6,75 \text{ (сек).}$$

14. Два плоских зеркала N_1O и N_2O (рис. 86) расположены под углом 120° друг к другу. Источник света помещен симметрично зеркалам на расстоянии 12 см от линии их пересечения. Определить расстояние между мнимыми изображениями источника S в зеркалах.

Условие: $\angle N_1ON_2 = 120^\circ$;
 $OS = 12\text{ см}$.
 $S_1S_2 = ?$

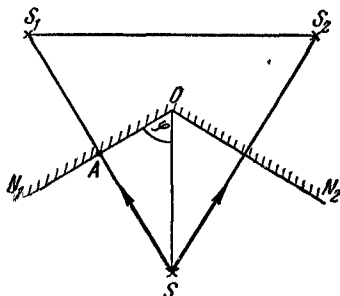


Рис. 86.

Решение. Построим изображения источника S в зеркалах N_1O и N_2O ; точки S_1 и S_2 соединим между собой. Треугольник SS_1S_2 — равнос

торонний. Следовательно, $S_1S_2 = SS_1 = SS_2$. Определим длину стороны SS_1 . Так как точка S_1 симметрична точке S относительно зеркала, то $SA = S_1A$, а $SS_1 = 2 \cdot SA$. Отрезок $SA = OS \cdot \sin \varphi$. Отсюда $SS_1 = 2 \cdot OS \cdot \sin \varphi$. Угол $\varphi = 60^\circ$, а $SS_1 = 2 \cdot 12 \cdot 0,866 = 20,784 \approx 20,8\text{ (см)}$. Значит, расстояние между мнимыми изображениями источника S в зеркалах

$$S_1S_2 = 20,8\text{ см.}$$

15. Экран N помещен на расстоянии 50 см от точечного источника света S в 60 св . Определить освещенность экрана в точке C (рис. 87), если за источником света на расстоянии 10 см находится плоское зеркало, расположенное параллельно плоскости экрана.

Условие: $I = 60\text{ св}$;
 $l = 50\text{ см} = 0,5\text{ м}$;
 $l_1 = 10\text{ см} = 0,1\text{ м}$.
 $E = ?$

Решение. Освещенность экрана в точке C равна сумме освещенностей E_1 и E_2 , вызванных светом, непосредственно падающим от источника S и отраженным от зеркала:

$$E = E_1 + E_2.$$

Освещенность

$$E_1 = \frac{I}{l^2}.$$

Вызванную отраженным от зеркала светом освещенность E_2 в точке C можно определить, если найти расстояние от точки C

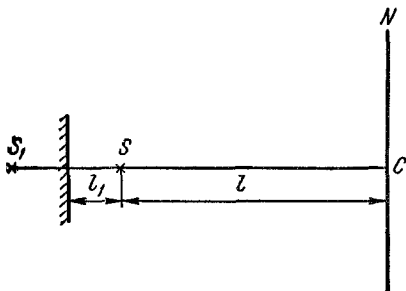


Рис 87.

до мнимого изображения источника S_1 в зеркале. Это расстояние $S_1C = l + 2l_1$, а освещенность

$$E_2 = \frac{I}{(l + 2l_1)^2}.$$

Тогда

$$E = \frac{I}{l^2} + \frac{I}{(l + 2l_1)^2};$$

$$E = \frac{60}{0,25} + \frac{60}{(0,5 + 0,2)^2} \approx 360 \text{ (лк)}.$$

16. В фокусе вогнутого зеркала с радиусом кривизны 1 м и диаметром отверстия 20 см помещена электрическая лампочка в 50 св. По другую сторону от лампочки, на расстоянии 0,5 м от нее, расположен экран, плоскость которого перпендикулярна оптической оси зеркала. Определить освещенность экрана в точке C , лежащей на оптической оси зеркала. Потерей энергии при отражении от зеркала пренебречь.

Условие: $R = 1 \text{ м};$
 $d = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м};$
 $I = 50 \text{ св};$
 $l = 0,5 \text{ м}.$

 $E = ?$

Решение. Экран освещается светом, непосредственно падающим от лампочки и отраженным от зеркала (рис. 88). Поэтому общая освещенность в точке C равна сумме освещенностей:

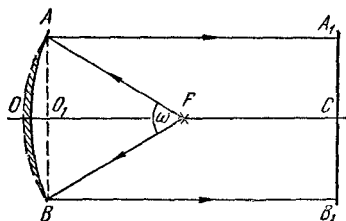


Рис 88.

$$E = E_1 + E_2,$$

где E_1 — освещенность в точке C , вызванная лучами, непосредственно падающими от лампочки на экран; E_2 — освещенность в точке C отраженными от зеркала лучами. Освещенность

$$E_1 = \frac{I}{l^2}.$$

Освещенность E_2 можно определить, зная световой поток Φ , отраженный зеркалом, и площадь поверхности экрана, освещаемой светом, отраженным от зеркала. Так как весь световой поток, падающий от источника света на зеркало, отражается на экран, то $\Phi = \omega I$, где ω — телесный угол, внутри которого распространяется световой поток, падающий на зеркало; I — сила света источника. Телесный угол ω численно равен площади поверхности сегмента AOB , отнесенной к квадрату радиуса:

$$\omega = \frac{S}{FA^2},$$

где S — площадь поверхности сегмента AOB . Поверхность сегмента AOB $S = 2\pi \cdot FA \cdot OO_1$, где $OO_1 = OF - O_1F$; $O_1F = \sqrt{FA^2 - AO_1^2}$. По $FA = OF$, поэтому $O_1F = \sqrt{OF^2 - AO_1^2}$, а $OO_1 = OF - \sqrt{OF^2 - AO_1^2}$. Тогда $S = 2\pi \cdot OF \cdot (OF - \sqrt{OF^2 - AO_1^2})$, а так как $OF \approx \frac{R}{2}$ и $AO_1 = \frac{d}{2}$, то

$$S = 2\pi \frac{R}{2} \left(\frac{R}{2} - \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \right) = \frac{\pi \cdot R}{2} (R - \sqrt{R^2 - d^2});$$

$$\omega = \frac{\frac{\pi R}{2} (R - \sqrt{R^2 - d^2})}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2} \right);$$

$$\omega = 0,04\pi \text{ стер.}$$

Световой поток, отраженный зеркалом,

$$\Phi = 0,04\pi \cdot 50 = 2\pi \text{ (лм).}$$

Освещенность

$$E_2 = \frac{\Phi}{S} \text{ или } E_2 = \frac{\Phi}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4\Phi}{\pi d^2}.$$

Следовательно,

$$E = \frac{I}{l^2} + \frac{4\Phi}{\pi d^2};$$

$$E = \frac{50}{0,25} + \frac{4 \cdot 2\pi}{\pi \cdot 0,04} = 200 \text{ лк} + 200 \text{ лк} = 400 \text{ (лк)}.$$

17. При помощи вогнутого сферического зеркала, радиус кривизны которого 40 см, необходимо получить действительное изображение предмета в половину натуральной величины. Где нужно поместить предмет и экран относительно зеркала?

Условие: $R = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м};$

$$\frac{h}{H} = 0,5.$$

$$\frac{d}{f} = ? \quad f = ?$$

Решение. Линейное увеличение, даваемое вогнутым зеркалом, $k = \frac{f}{d}$. По условию задачи $k = 0,5$, следовательно,

$$d = 2f.$$

Из формулы зеркала $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$ определим f :

$$f = \frac{3R}{2};$$

$$f = \frac{3 \cdot 0,4}{2} = 0,6 \text{ (м)}.$$

Тогда

$$d = 0,6 \cdot 2 = 1,2 \text{ (м)}.$$

18. Где находится и какой величины изображение Солнца, полученное на экране от сферического рефлектора, имеющего радиус кривизны 16 м?

Условие: $R = 16 \text{ м.}$
 $\frac{d_{\text{из}} - ? \quad f - ?}{d = 15 \cdot 10^{10} \text{ м;}}$
 $d_c = 13,9 \cdot 10^8 \text{ м.}$

Решение. Изображение Солнца находится в фокальной плоскости зеркала, т. е. на расстоянии 8 м от его полюса ($f = 8 \text{ м}$). Из формулы увеличения $k = \frac{f}{d}$ определим диаметр изображения Солнца на экране:

$$\frac{d_{\text{из}}}{d_c} = \frac{f}{d}.$$

Но $f = F = \frac{R}{2}$, значит,

$$\frac{d_{\text{из}}}{d_c} = \frac{R}{2d} \text{ или } d_{\text{из}} = d_c \cdot \frac{R}{2d};$$

$$d_{\text{из}} = 13,9 \cdot 10^8 \cdot \frac{8}{15 \cdot 10^{10}} = 0,074 \text{ (м)} = 7,4 \text{ (см)}.$$

19. Величина изображения предмета, полученного от вогнутого сферического зеркала, вдвое больше величины самого предмета. Расстояние от предмета до его изображения 15 см. Определить оптическую силу зеркала.

Условие: $\frac{h}{H} = 2;$
 $\frac{f - d = 0,15 \text{ м.}}{D - ?}$

Решение. По условию задачи $f - d = 0,15 \text{ м}$, а $k = \frac{f}{d} = 2$. Отсюда $f = 2d$; $d = 0,15 \text{ м}$; $f = 0,30 \text{ м}$. Зная формулу оптической силы линзы и подставляя в нее числовые значения, найдем

$$D = \frac{f + d}{f \cdot d};$$

$$D = \frac{0,15 + 0,30}{0,15 \cdot 0,30} = 10 \text{ (дптр)}.$$

20. Человек смотрит в вогнутое зеркало, расположив его от лица на расстоянии 20 см. На каком расстоянии от зеркала находится изображение, если радиус кривизны зеркала 120 см? Определить увеличение, даваемое зеркалом.

Условие: $d = 20 \text{ см;}$
 $R = 120 \text{ см.}$
 $\frac{f - ? \quad k - ?}{f - ? \quad k - ?}$

Решение. Так как фокусное расстояние $F = \frac{R}{2} = 60$ см, то изображение мнимое, прямое, увеличенное. Воспользовавшись формулой линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$, определим расстояние от зеркала до изображения:

$$f = \frac{d \cdot F}{F - d};$$

$$f = \frac{20 \cdot 60}{60 - 20} = 30 \text{ (см)}.$$

Увеличение, даваемое зеркалом,

$$k = \frac{f}{d};$$

$$k = \frac{30}{20} = 1,5.$$

21. Предмет находится на расстоянии $\frac{2}{3} F$ от вершины выпуклого зеркала (рис. 89). Где будет изображение и какое оно?

Условие: $d = \frac{2}{3} F$.

$$\frac{1}{f} - ? \quad k - ?$$

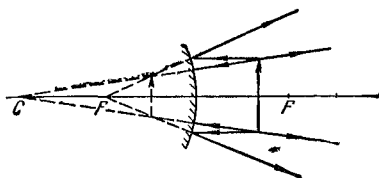


Рис. 89.

Решение. Так как изображение и фокус выпуклого зеркала мнимые, то в формуле зеркала F и f нужно взять со знаком минус:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}.$$

Определим f :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F} \text{ или } f = \frac{d \cdot F}{F + d};$$

$$f = \frac{\frac{3}{2} F \cdot F}{F + \frac{3}{2} F} = \frac{2F^2}{5F} = \frac{2}{5} F.$$

Тогда

$$k = \frac{f}{d} = \frac{\frac{2}{5} F}{\frac{3}{2} F} = 0,6.$$

Изображение будет прямое, мнимое и уменьшенное.

22. Эталонная лампа в 60 св находится слева от фотометра на расстоянии 72 см. Чему равна сила света испытуемой лампы, если она находится справа от фотометра на расстоянии 102 см и при этом обе стороны фотометра освещены одинаково?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } I_1 = 60 \text{ св;} \\ r_1 = 0,72 \text{ м;} \\ r_2 = 1,02 \text{ м.} \\ I_2 = ? \end{array}$$

Решение. При одинаковой освещенности обеих сторон фотометра выполняется следующее соотношение:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2},$$

откуда

$$I_2 = I_1 \frac{r_2^2}{r_1^2};$$

$$I_2 = 60 \cdot \frac{1,02^2}{0,72^2} \approx 120 \text{ (св).}$$

2. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА. ЛИНЗЫ. ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

Закон преломления света: луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр к границе раздела двух сред в точке падения луча лежат в одной плоскости, и отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данных двух сред и для данной длины волны есть величина постоянная и называется *показателем преломления* второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{2,1}$$

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению скоростей света в этих средах:

$$n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2},$$

где c_1 — скорость света в среде, из которой свет падает, а c_2 — скорость света в среде, в которую свет преломляется

Показатель преломления данной среды относительно вакуума называется *абсолютным показателем преломления* данной среды:

$$n = \frac{c}{c_1},$$

где c — скорость света в вакууме, а c_1 — скорость света в этой среде.

Если свет падает из среды оптически более плотной, то явление полного отражения света на границе раздела двух сред называется *полным отражением*.

Предельный угол полного отражения есть наименьший угол падения, начиная с которого наблюдается полное отражение:

$$\sin i_0 = \frac{1}{n}$$

(если второй средой является вакуум).

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное сферическими или сферической и плоской поверхностями.

Линза называется *тонкой*, если ее толщина мала по сравнению с радиусами ее поверхностей

Формулы такой линзы:

$$D = \frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны линзы; n — показатель преломления линзы;

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где d — расстояние от линзы до предмета; f — расстояние от линзы до изображения; F — главное фокусное расстояние; D — оптическая сила линзы.

Правило знаков для линзы то же, что и для зеркала.

Линейное увеличение, даваемое линзой,

$$k = \frac{h}{H} = \frac{f}{d},$$

где h — линейные размеры изображения; H — линейные размеры предмета.

Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вплотную,

$$D = D_1 + D_2,$$

где D_1 и D_2 — оптические силы линз.

Увеличение, даваемое лупой,

$$k = \frac{L}{F},$$

где L — расстояние наилучшего зрения, равное для нормального глаза 25 см;

F — главное фокусное расстояние лупы.

Угловое увеличение, даваемое микроскопом,

$$k = k_1 \cdot k_2 = \frac{L}{F_{\text{ок}}} \cdot \frac{\sigma}{F_{\text{об}}},$$

где k_1 — увеличение, даваемое окуляром; k_2 — увеличение, даваемое объективом; L — расстояние наилучшего зрения; σ — оптическая длина тубуса микроскопа (расстояние от заднего фокуса объектива до переднего фокуса окуляра);

$F_{\text{об}}$, $F_{\text{ок}}$ — фокусные расстояния объектива и окуляра.

Угловое увеличение, даваемое телескопом,

$$k = \frac{F_{\text{об}}}{F_{\text{ок}}},$$

где $F_{\text{об}}$ — фокусное расстояние объектива; $F_{\text{ок}}$ — фокусное расстояние окуляра.

1. Луч света падает из воздуха на поверхность воды под углом 30° . Как изменится угол преломления, если угол падения увеличить на 15° ?

Условие: $i_1 = 30^\circ$;

$$i_2 = i_1 + 15^\circ.$$

$$\frac{r_2 - r_1 = ?}{n = 1,33}.$$

Решение. Показатель преломления $n = \frac{\sin i}{\sin r}$. В нашем случае

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = n.$$

Зная i_1 и i_2 , определим r_1 и r_2 :

$$\sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n}, \quad \sin r_1 = \frac{0,50}{1,33} = 0,38, \quad r_1 = 22^\circ;$$

$$\sin r_2 = \frac{\sin i_2}{n}, \quad \sin r_2 = \frac{0,71}{1,33} = 0,52, \quad r_2 = 31^\circ.$$

Следовательно,

$$r_2 - r_1 = 31^\circ - 22^\circ = 9^\circ.$$

Угол преломления увеличится на 9° .

2. Мальчик, глядя с моста, определил, что глубина реки 2 м. Какова истинная глубина реки?

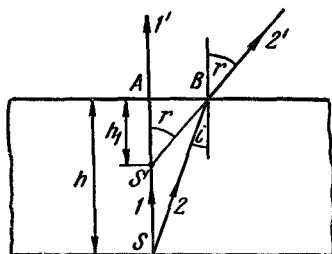


Рис. 90.

Условие: $\frac{h_1 = 2 \text{ м.}}{h - ?}$
 $n = 1,33.$

Решение. Рассмотрим два луча, вышедших из точки S (рис. 90). Луч 1 падает на границу раздела воды и воздуха перпендикулярно и переходит в воздух, не меняя своего направления (луч I'); близкий к нему луч 2 падает на границу раздела под углом i и, преломившись, идет под углом r к перпендикуляру (луч $2'$). Глаз будет видеть на пересечении продолжений лучей I' и $2'$ изображение светящейся точки (точка S'). Из рисунка видно, что

$$h = \frac{AB}{\operatorname{tg} i}; \quad h_1 = \frac{AB}{\operatorname{tg} r}.$$

Отсюда

$$\frac{h}{h_1} = \frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i}.$$

Но вследствие малых значений углов i и r $\operatorname{tg} r \approx \sin r$; $\operatorname{tg} i \approx \sin i$. Тогда

$$\frac{h}{h_1} = \frac{\sin r}{\sin i} = n; \quad h = h_1 n.$$

Истинная глубина реки

$$h = 2 \cdot 1,33 = 2,66 \text{ (м)}.$$

3. Водолаз, находясь под водой, видит Солнце на высоте 60° над горизонтом. Определить действительную высоту Солнца над горизонтом.

Условие: $\frac{\varphi_1 = 60^\circ.}{\varphi_2 - ?}$
 $n = 1,33.$

Решение. Воспользуемся законом преломления света $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n}$, откуда $\sin r = n \cdot \sin i$. Из рис. 91 видно, что $i = 90^\circ - \varphi_1 =$

$= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Следовательно, $\sin r = 1,33 \cdot 0,50 = 0,67$; $r = 42^\circ$. Действительная высота Солнца над горизонтом

$$\varphi_2 = 90^\circ - r = 48^\circ.$$

4. Луч, отраженный от поверхности воды, образует с преломленным лучом угол 90° . Определить угол падения и угол преломления.

Условие: $\angle S_1OS_2 = 90^\circ$.

$$\frac{i - ?}{r - ?} = n = 1,33.$$

Решение. Угол падения равен углу отражения: $i = i'$, а по закону преломления $\frac{\sin i}{\sin r} = n$. Из рис. 92 видно, что $r = 90^\circ - i'$, тогда $\sin r = \sin(90^\circ - i') = \cos i' = \cos i$. Отсюда

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\cos i} = \operatorname{tg} i = n, \quad \operatorname{tg} i = 1,33.$$

Следовательно,

$$i = 53^\circ; \quad r = 37^\circ.$$

5. Луч света переходит из стекла, показатель преломления которого 1,6, в воздух. При каком угле падения угол преломления вдвое больше угла падения?

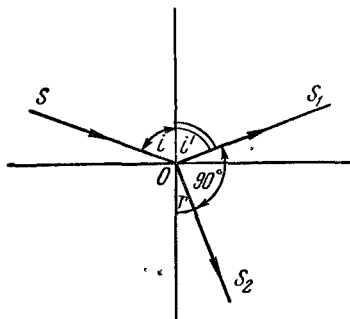


Рис. 92.

Условие: $n = 1,6$;
 $r = 2i$.

$$\frac{i - ?}{r - ?}$$

Решение. Так как свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду, то $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n}$, но $r = 2i$, следовательно, $\frac{\sin i}{\sin 2i} = \frac{1}{n}$. Преобразуем

выражение $\sin 2i = 2 \sin i \cdot \cos i$. После подстановки получим, что

$$\frac{1}{2 \cos i} = \frac{1}{n}; \quad \cos i = \frac{n}{2}; \quad \cos i = \frac{1,6}{2} = 0,80.$$

Отсюда

$$i \approx 39^\circ.$$

6. Показатель преломления стекла $n_1 = 1,54$. Определить показатель преломления воды относительно стекла.

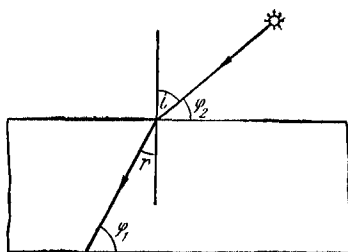


Рис. 91.

Условие:
$$\frac{n_1 = 1,54.}{n_{2,1} = ?}$$
$$n_2 = 1,33.$$

Решение. Относительный показатель преломления $n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2}$.

Так как $c_1 = \frac{c}{n_1}$, а $c_2 = \frac{c}{n_2}$, то

$$n_{2,1} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1};$$

$$n_{2,1} = \frac{1,33}{1,54} = 0,86.$$

7. Определить скорость распространения света в стекле, если при переходе света из воздуха в стекло угол падения оказался равным 50° , а угол преломления 30° .

Условие: $i = 50^\circ;$
 $r = 30^\circ.$
 $c_1 = ?$

Решение. Скорость света в стекле $c_1 = \frac{c}{n}$. Показатель преломления стекла $n = \frac{\sin i}{\sin r}$. Отсюда

$$c_1 = \frac{c \sin r}{\sin i};$$

$$c_1 = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{0,50}{0,77} \approx 2 \cdot 10^8 \text{ (м/сек)}.$$

8. Пучок параллельных лучей падает на поверхность воды под углом 60° . Ширина пучка в воздухе равна 10 см. Определить ширину пучка в воде.

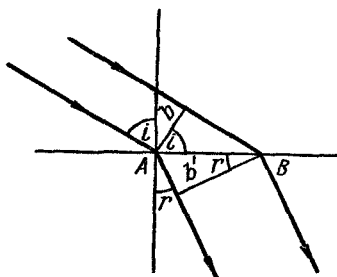


Рис. 93.

Условие: $b = 10 \text{ см};$

$$i = 60^\circ.$$

$$b' = ?$$

$$n = 1,33.$$

Решение. Из построения (рис. 93) следует, что $b = AB \cdot \cos i$; $b' = AB \cdot \cos r$. Отсюда $\frac{b}{b'} = \frac{\cos i}{\cos r}$. Но

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n. \text{ Следовательно, } \sin r = \frac{\sin i}{n}; \quad \sin r = \frac{0,866}{1,33} = 0,651;$$

$r = 41^\circ$. Определим b' :

$$b' = b \frac{\cos r}{\cos i};$$

$$b' = 10 \cdot \frac{0,869}{0,500} \approx 17,4 \text{ (см)}.$$

9. Узкий пучок света падает под углом 60° на поверхность стеклянной плоскопараллельной пластинки толщиной 2 см . Определить ширину BD между пучками лучей, отраженными от верхней и нижней поверхностей пластинки, показатель преломления которой $1,6$ (рис. 94).

Условие: $i = 60^\circ$;
 $d = 2\text{ см}$;
 $n = 1,6$.
 $BD = ?$

Решение. Ширину пучка света найдем из $\triangle ADB$:

$$BD = AB \cdot \sin(90^\circ - i) = AB \cdot \cos i = \frac{AB}{2} = AE.$$

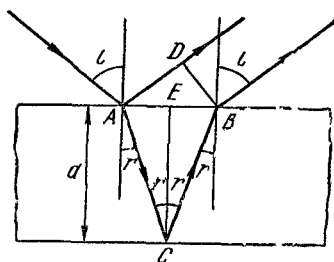


Рис. 94

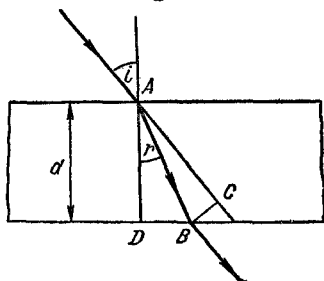


Рис. 95

Из $\triangle AEC$ определим AE : $AE = EC \operatorname{tg} r = d \cdot \operatorname{tg} r$. Из закона преломления света найдем угол r : $\sin r = \frac{\sin i}{n}$; $\sin r = \frac{0,87}{1,6} = 0,54$; $r = 33^\circ$. Тогда

$$BD = AE = 2 \cdot 0,65 = 1,3\text{ (см)}.$$

10. Луч света падает под углом 40° на плоскопараллельную пластинку толщиной 1 см . Проходя через пластинку, он смещается на $2,3\text{ мм}$. Определить показатель преломления вещества плоскопараллельной пластинки.

Условие: $i = 40^\circ$;
 $d = 1\text{ см}$;
 $BC = 2,3\text{ мм} = 0,23\text{ см}$.
 $n = ?$

Решение. Из $\triangle ADB$ определим AB (рис. 95): $AB = \frac{d}{\cos r}$, а из $\triangle ACB$ — $AB = \frac{BC}{\sin(i-r)}$. Приравняем оба значения: $\frac{d}{\cos r} = \frac{BC}{\sin(i-r)}$ или $\frac{\sin(i-r)}{\cos r} = \frac{BC}{d}$. Подставляем в последнее из полученных равенств выражение $\sin(i-r) = \sin i \cdot \cos r - \sin r \cdot \cos i$,

найдем $\sin i - \cos i \cdot \operatorname{tg} r = \frac{BC}{d}$. Разделим равенство на $\cos i$, получим

$$\operatorname{tg} r = \operatorname{tg} i - \frac{BC}{d \cdot \cos i}; \quad \operatorname{tg} r = 0,84 - \frac{0,23}{0,776} \approx 0,54; \quad r = 28^\circ.$$

Показатель преломления

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}; \quad n = \frac{0,64}{0,47} \approx 1,36.$$

11. Луч света падает на трехгранную призму под углом 40° . Преломляющий угол призмы 30° , а показатель преломления стекла, из которого сделана призма, равен 1,6. Под каким углом луч выйдет из призмы и каков его угол отклонения от первоначального направления?

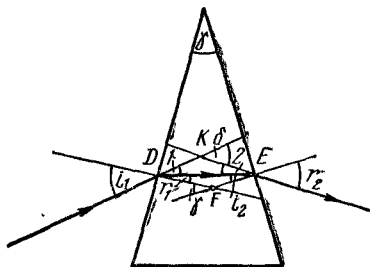


Рис. 96.

$$\begin{aligned} \text{Условие: } i_1 &= 40^\circ; \\ \gamma &= 30^\circ; \\ n &= 1,6. \\ r_2 &= ? \quad \delta = ? \end{aligned}$$

Решение. Для определения угла, под которым луч выйдет из призмы, применим закон преломления к лучу в точках D и E (рис. 96). Для точки E : $\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{1}{n}$, откуда

$$\sin r_2 = n \sin i_2. \quad (1)$$

Для точки D : $\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n$, откуда

$$\sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n}. \quad (2)$$

Угол γ является внешним углом для $\triangle DEF$:

$$\gamma = r_1 + i_2, \text{ а } i_2 = \gamma - r_1.$$

Найдем угол r_1 из равенства (2):

$$\sin r_1 = \frac{0,64}{1,6} = 0,40; \quad r_1 \approx 24^\circ.$$

Определим угол i_2 :

$$i_2 = 30^\circ - 24^\circ = 6^\circ.$$

Следовательно, из равенства (1) получим, что

$$\sin r_2 = 1,6 \cdot 0,10 = 0,16; \quad r_2 \approx 9^\circ.$$

Угол отклонения δ есть внешний угол $\triangle DEK$, поэтому $\delta = \angle 1 + \angle 2$. Но $\angle 1 = i_1 - r_1$, а $\angle 2 = r_2 - i_2$. Тогда $\delta = i_1 - r_1 + r_2 - i_2$ или $\delta = i_1 + r_2 - (i_2 + r_1)$. Но $r_1 + i_2 = \gamma$, следовательно,

$$\begin{aligned} \delta &= i_1 + r_2 - \gamma; \\ \delta &= 40^\circ + 9^\circ - 30^\circ = 19^\circ. \end{aligned}$$

12. Монохроматический луч падает перпендикулярно боковой грани призмы и выходит из призмы отклоненным на 30° . Показатель преломления стекла призмы 1,6. Определить преломляющий угол призмы.

Условие: $\delta = 30^\circ$;
 $n = 1,6$.
 $\gamma = ?$

Решение. Применим закон преломления к лучу в точке падения E (рис. 97). Получим, что

$$\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{1}{n}. \text{ Но } i_2 = \gamma \text{ (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами),}$$

$$\text{а } r_2 = i_2 + \delta = \gamma + \delta. \text{ Тогда } \frac{\sin \gamma}{\sin (\gamma + \delta)} = \frac{1}{n};$$

$$n \cdot \sin \gamma = \sin (\gamma + \delta);$$

$$n \cdot \sin \gamma = \sin \gamma \cdot \cos \delta + \cos \gamma \cdot \sin \delta;$$

$$n = \cos \delta + \operatorname{ctg} \gamma \cdot \sin \delta; \operatorname{ctg} \gamma = \frac{n - \cos \delta}{\sin \delta}.$$

$$\text{Отсюда } \operatorname{ctg} \gamma = \frac{1,60 - 0,87}{0,50} = 1,46;$$

$$\gamma \approx 34^\circ 20'.$$

13. Из центра плота в воду на глубину 10 м опущена электрическая лампочка. Какие минимальные размеры (длину и ширину) должен иметь плот, чтобы ни один луч от лампочки не мог пройти через поверхность воды?

Условие: $h = 10 \text{ м}$.
 $a = ?$
 $n = 1,33$.

Решение. Лучи света от лампочки не будут преломляться в воздух, если они падают на поверхность воды под углом, равным или большим предельного угла полного отражения i_0 .

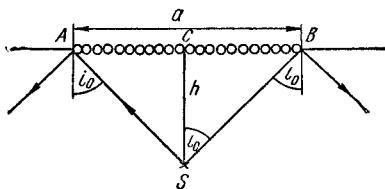


Рис. 98.

Предельный угол полного отражения определяется из формулы $\sin i_0 = \frac{1}{n}$, где n — показатель преломления воды. В $\triangle SCB$ (рис. 98) угол $CSB = i_0$. Если длина плота a , а глубина, на которую опущена в воду лам-

почка, h , то $\operatorname{tg} i_0 = \frac{a}{2h}$, откуда $a = 2h \operatorname{tg} i_0$. Найдем угол i_0 :

$$\sin i_0 = 0,75; i_0 = 49^\circ.$$

Тогда

$$a = 2 \cdot 10 \cdot 1,15 = 23 \text{ (м)}.$$

Наименьшие ширина и длина плота должны быть равны 23 м.

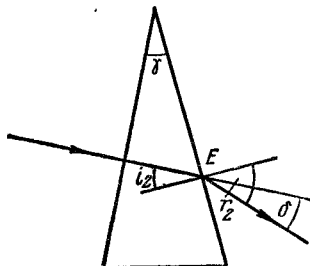


Рис. 97.

14. На дне водосма глубиной 50 см находится электрическая лампочка, помещенная в центре непрозрачного открытого сверху цилиндра высотой 10 см и диаметром 24 см. Определить площадь дна водоема, освещаемого лампочкой (рис. 99).

У с л о в и е: $d = 50$ см;
 $h = 10$ см;
 $2r = 24$ см.

 $S = ?$
 $n = 1,33.$

Решение. Лучи, падающие на поверхность воды под углом, меньшим предельного, будут преломляться в воздух и не попадут на дно водоема. Те же лучи, которые падают на поверхность воды под углом, большим предельного, будут претерпевать полное отражение и освещать поверхность дна. Из рисунка видно, что на дно будет падать световой пучок, ограниченный лучами $S'AC$ и $S'BD$.

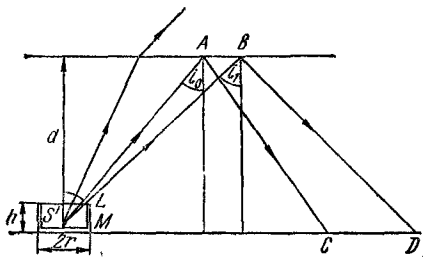


Рис. 99

Освещаемая часть дна водоема будет представлять собой кольцо, внутренний радиус которого $R_1 = S'C$, а внешний $R_2 = S'D$. Определим предельный угол полного отражения первого крайнего луча из соотношения $\sin i_0 = \frac{1}{n}$: $\sin i_0 = 0,75$; $i_0 = 49^\circ$. Угол i_1 , под которым падает второй крайний луч на поверхность воды, найдем из $\triangle S'LM$, где $\angle S'LM = i_1$:

$$\operatorname{tg} i_1 = \frac{r}{h}; \operatorname{tg} i_1 = \frac{12}{10} = 1,2.$$

Внутренний радиус кольца

$$R_1 = 2d \operatorname{tg} i_0; R_1 = 2 \cdot 50 \cdot 1,15 = 115 \text{ (см)}.$$

Внешний радиус кольца

$$R_2 = 2d \operatorname{tg} i_1; R_2 = 2 \cdot 50 \cdot 1,2 = 120 \text{ (см)}.$$

Площадь дна водоема, освещаемого лампочкой,

$$S = S_2 - S_1 = \pi (R_2^2 - R_1^2);$$

$$S \approx 3790 \text{ см}^2 \approx 0,38 \text{ м}^2.$$

15. У призмы с преломляющим углом 45° показатель преломления стекла равен 1,6. Каким должен быть наибольший угол падения луча на грань призмы, чтобы при выходе луча из призмы наступило полное отражение?

У с л о в и е: $\gamma = 45^\circ$;
 $n = 1,6.$

 $i_1 = ?$

Решение. Полное отражение наступит тогда, когда луч будет падать на грань AC (рис. 100) под углом, равным или большим предельного угла полного отражения. Предельный угол полного отражения определяется из соотношения $\sin i_0 = \frac{1}{n}$, откуда

$$\sin i_0 = 0,625; \quad i_0 = 38^\circ 40'.$$

Зная угол i_0 , можно найти угол r_1 из $\triangle MNO$:

$$r_1 + i_0 = 45^\circ;$$

$$r_1 = 45^\circ - i_0 = 45^\circ - 38^\circ 40' = 6^\circ 20'.$$

Так как $\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n$, то

$$\sin i_1 = n \sin r_1; \quad \sin i_1 = 1,6 \cdot 0,110 = 0,176;$$

$$i_1 \approx 10^\circ 10'.$$

Угол падения луча на грань AB не должен превышать $10^\circ 10'$.

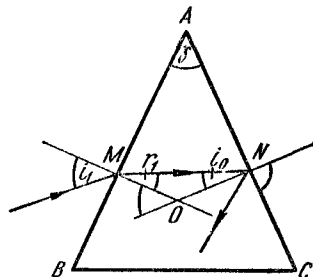


Рис. 100

16. На каком расстоянии от двояковыпуклой линзы с оптической силой 2,5 *дптр* надо поместить предмет, чтобы его изображение получилось на расстоянии 2 м от линзы?

Условие: $D = 2,5$ *дптр*;

$$\frac{f = 2 \text{ м.}}{d = ?}$$

Решение. Двояковыпуклая линза может давать действительное или мнимое изображение. В случае действительного изображения:

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{d} = D - \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{d} = 2,5 - 0,5 = 2;$$

$$d = 0,5 \text{ м.}$$

В случае мнимого изображения:

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{d} = D + \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{d} = 2,5 + 0,5 = 3;$$

$$d \approx 0,33 \text{ м.}$$

17. На каком расстоянии от двояковыпуклой линзы следует поместить предмет, чтобы получить изображение, увеличенное в 2 раза? Фокусное расстояние линзы 60 *см*.

Условие: $k = 2$;

$$\frac{F = 60 \text{ см.}}{d = ?}$$

Решение. Увеличение, даваемое линзой, $k = \frac{f}{d}$. Так как $k = 2$, то $f = 2d$. Если изображение действительное, то

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{2d}, \quad \frac{1}{F} = \frac{3}{2d},$$

откуда

$$d = \frac{3}{2}F; d = 90 \text{ см.}$$

Если изображение мнимое, то

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{2d},$$

откуда

$$d = \frac{F}{2}; d = 30 \text{ см.}$$

18. Один и тот же предмет фотографируют дважды: с расстояний 90 см и 165 см. Высота предмета на снимках оказалась равной соответственно 4 см и 2 см. Определить фокусное расстояние объектива фотоаппарата.

У с л о в и е:

$$\begin{array}{l} d_1 = 90 \text{ см;} \\ d_2 = 165 \text{ см;} \\ h_1 = 4 \text{ см;} \\ h_2 = 2 \text{ см.} \\ \hline F = ? \end{array}$$

Р е ш е н и е. Пусть действительная высота предмета H . Тогда полученное в первом случае увеличение

$$k_1 = \frac{h_1}{H} = \frac{f_1}{d_1}, \quad (1)$$

а во втором случае

$$k_2 = \frac{h_2}{H} = \frac{f_2}{d_2}. \quad (2)$$

Применив формулу линзы к каждому случаю, получим еще два уравнения:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} \quad (3) \quad \text{и} \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}. \quad (4)$$

Решая систему из 4 уравнений, определим F . Из уравнений (1) и (2) получим, что $\frac{h_1}{h_2} = \frac{f_1 d_2}{f_2 d_1}$. Подставив значения h_1 , h_2 , d_1 и d_2 , найдем, что $\frac{4}{2} = \frac{165 \cdot f_1}{90 \cdot f_2}$, откуда $\frac{f_1}{f_2} = \frac{4 \cdot 90}{2 \cdot 165} = \frac{12}{11}$, а $f_2 = \frac{11}{12} f_1$. Подставим полученное значение f_2 в уравнение (4):

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{12}{11 f_1}.$$

Решим систему уравнений (3) и (5):

$$\begin{array}{l} \frac{1}{F} = \frac{1}{90} + \frac{1}{f_1}, \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{165} + \frac{12}{11 f_1}, \end{array}$$

в результате чего найдем:

$$f = 18 \text{ см; } F = 15 \text{ см.}$$

19. Физкультурник бежит со скоростью 8 м/сек на расстоянии 15 м от фотоаппарата перпендикулярно направлению съемки. Какую минимальную выдержку должен обеспечить затвор фотоаппарата, чтобы смещение изображения на снимке не превышало 0,1 мм? Фокусное расстояние объектива фотоаппарата 5 см.

У с л о в и е: $d = 15 \text{ м};$
 $v = 8 \text{ м/сек};$
 $h = 0,1 \text{ мм} = 0,0001 \text{ м};$
 $F = 0,05 \text{ м}.$

 $t = ?$

Р е ш е н и е. Смещение изображения на снимке h так относится к перемещению физкультурника H , как расстояние от изображения до оптического центра объектива относится к расстоянию от оптического центра объектива до предмета: $\frac{h}{H} = \frac{f}{d}$, откуда

$H = \frac{h \cdot d}{f}$, а минимальная выдержка

$$t = \frac{H}{v} = \frac{h \cdot d}{f \cdot v}.$$

Определим f из формулы линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$: $f = \frac{F \cdot d}{d - F}$, а затем, подставив полученное значение f в формулу для t , найдем

$$t = \frac{h(d - F)}{F \cdot v};$$

$$t = \frac{0,0001 \cdot 14,95}{0,05 \cdot 8} \approx 0,014 \text{ (сек)}.$$

20. Расстояние между электрической лампочкой и экраном 100 см. Помещая между лампочкой и экраном собирательную линзу, можно получить резкое изображение лампочки при двух положениях линзы, отстоящих друг от друга на 80 см. Определить фокусное расстояние линзы.

У с л о в и е: $l = 100 \text{ см};$
 $a = 80 \text{ см}.$

 $F = ?$

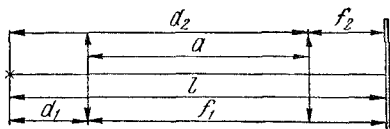


Рис. 101.

Р е ш е н и е. Выразим d_2 , f_2 и f_1 через d_1 , a и l (рис. 101.) Тогда $f_1 = l - d_1$; $f_2 = l - d_1 - a$; $d_2 = d_1 + a$. Так как фокусное расстояние линзы $F = \frac{f \cdot d}{f + d}$, то $\frac{f_1 d_1}{f_1 + d_1} = \frac{f_2 d_2}{f_2 + d_2}$, но $f_1 + d_1 = f_2 + d_2 = l$. Значит, $f_1 d_1 = f_2 d_2$; $(l - d_1) d_1 = (l - d_1 - a)(d_1 + a)$; $la - a^2 - 2d_1 a = 0$; $d_1 = \frac{l - a}{2}$; $f_1 = l - \frac{l - a}{2} = \frac{l + a}{2}$.

Найдем F :

$$F = \frac{\frac{l-a}{2} \cdot \frac{l+a}{2}}{\frac{l-a}{2} + \frac{l+a}{2}} = \frac{l^2 - a^2}{4l};$$

$$F = \frac{100^2 - 80^2}{4 \cdot 100} = 9 \text{ (см)}.$$

21. Предмет находится на расстоянии mF от оптического центра рассеивающей линзы с фокусным расстоянием F . На каком расстоянии получится изображение и какое оно?

Условие: $d = mF$.

$$f - ? \quad \frac{h}{H} - ?$$

Решение. Для рассеивающей линзы $-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$. В нашем случае $-\frac{1}{F} = \frac{1}{mF} - \frac{1}{f}$, откуда

$$f = \frac{m}{m+1} F.$$

Изображение прямое, мнимое, уменьшенное в $(m+1)$ раз по сравнению с предметом.

22. Источник света находится на главной оптической оси линзы (рис. 102, а). Построить дальнейший ход луча SA и определить положение изображения точки S , даваемого линзой.

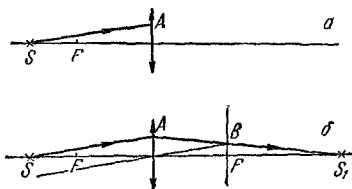


Рис. 102

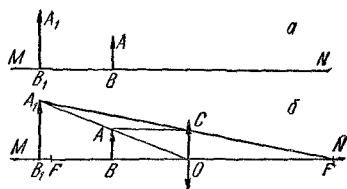


Рис. 103

Решение. Проведем фокальную плоскость, а затем побочную оптическую ось, параллельную падающему лучу (рис. 102, б). Точку пересечения побочной оптической оси с фокальной плоскостью соединим с точкой A . Продолжим прямую AB до пересечения с главной оптической осью. Точка S_1 и будет изображением точки S .

23. На рис. 103, а изображена главная оптическая ось линзы. AB — предмет, A_1B_1 — его изображение. Определить геометрическим построением положение оптического центра и главного фокуса линзы. Какая линза: собирающая или рассеивающая?

Решение. Изображение прямое и увеличенное. Значит, линза собирающая. Предмет расположен между фокусом и оптическим центром. Для нахождения положения оптического центра и фокуса линзы сделаем следующее построение (рис. 103, б). Точку A_1

соединим с точкой A и продолжим эту линию до пересечения с главной оптической осью MN . Точка O будет оптическим центром линзы. Изобразив линзу, проведем луч из точки A параллельно оси MN до пересечения с линзой. Полученную точку C соединим с точкой A_1 . Продолжим линию A_1C до пересечения с осью MN . Точка F и будет фокусом линзы.

24. Предмет находится на расстоянии 18 см от оптического центра собирающей линзы с фокусным расстоянием 12 см. В фокальной плоскости линзы находится плоское зеркало. Определить, на каком расстоянии от линзы получится изображение предмета, даваемое этой системой, и какое оно.

Условие: $F = 12$ см;
 $d = 18$ см.
 $f - ?$

Решение. Построим изображение предмета, даваемое этой системой (рис. 104). Так как угол падения равен углу отражения, то $\triangle COF_1 = \triangle C_1OF_1$, откуда $CO = C_1O$. Так как $CO = AB$, а $C_1O = A_1B_1$, то величина изображения A_1B_1 равна величине предмета AB . Изображение действительное, обратное и равное самому предмету. Из подобия треугольников FAB и FA_1B_1 следует, что сторона $B_1F = FB = 6$ см, а $OB_1 = OF - B_1F = 6$ см. Изображение находится на расстоянии 6 см от оптического центра линзы.

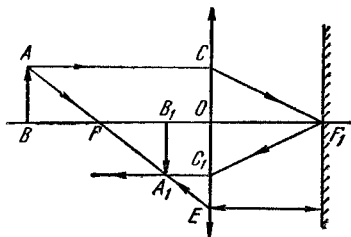


Рис. 104.

25. При помощи проекционного фонаря, имеющего объектив с фокусным расстоянием 20 см, проектируют диапозитив размером 9×12 см на экран размером 3×4 м. На каком расстоянии от экрана следует поставить проекционный фонарь, чтобы изображение диапозитива полностью вместились на экране?

Условие: $F = 20$ см;
 $S_1 = 9 \times 12$ см;
 $S_2 = 3 \times 4$ м.
 $f - ?$

Решение. Линейное увеличение должно быть равно 300 см : 9 см = $100 : 3$ или 400 см : 12 см = $100 : 3$. Но увеличение, даваемое объективом, $k = \frac{f}{d}$, значит, $\frac{f}{d} = \frac{100}{3}$, откуда $\frac{1}{d} = \frac{100}{3f}$. Подставив значение $\frac{1}{d}$ в формулу линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, получим

$$\frac{1}{F} = \frac{100}{3f} + \frac{1}{f} = \frac{103}{3f}.$$

Находим f :

$$f = F \cdot \frac{103}{3};$$

$$f = 20 \cdot \frac{103}{3} = 687 \text{ (см)} \approx 6,9 \text{ (м)}.$$

26. Определить оптическую силу лупы, дающей 6-кратное увеличение.

Условие: $k = 6.$
 $\frac{D - ?}{L = 0,25 \text{ м.}}$

Решение. Увеличение, даваемое лупой, $k = \frac{L}{F}$ или $k = L \cdot D$, где D — оптическая сила лупы, L — расстояние наилучшего зрения. Тогда

$$D = \frac{k}{L};$$

$$D = \frac{6}{0,25} = 24 \text{ (дптр)}.$$

27. Диаметр красного кровяного шарика 7,5 мк. Определить диаметр изображения этого шарика при рассмотрении под микроскопом, имеющим объектив с фокусным расстоянием 4 мм и окуляр с фокусным расстоянием 24 мм, если предметное стеклышко расположено на расстоянии 4,2 мм от оптического центра объектива.

Условие: $d = 7,5 \text{ мк} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ мм};$
 $F_{об} = 4 \text{ мм};$
 $F_{ок} = 24 \text{ мм};$
 $d_1 = 4,2 \text{ мм.}$
 $\frac{d' - ?}{L = 250 \text{ мм.}}$

Решение. Диаметр изображения шарика $d' = k \cdot d$, где $k = \frac{\delta \cdot L}{F_{об} \cdot F_{ок}}$ — увеличение микроскопа. Определим длину тубуса микроскопа $\delta = f_1 - F_{об}$. Применив формулу линзы, найдем f_1 :

$$\frac{1}{F_{об}} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}; \quad f_1 = \frac{F_{об} \cdot d_1}{d_1 - F_{об}}; \quad f_1 = \frac{4 \cdot 4,2}{0,2} = 84 \text{ (мм)}.$$

Оптическая длина тубуса микроскопа $\delta = 84 - 4 = 80 \text{ (мм)}$. Так как $k = \frac{80 \cdot 250}{4 \cdot 24} \approx 208$, то диаметр изображения шарика

$$d' = 7,5 \cdot 208 = 1560 \text{ (мк)} = 1,56 \text{ (мм)}.$$

28. Телескоп дает 500-кратное увеличение. Фокусное расстояние окуляра 2 см. Определить оптическую силу объектива и длину тубуса телескопа.

Условие: $k = 500;$

$$\frac{F_{\text{ок}} = 2 \text{ см.}}{D_{\text{об}} - ? \text{ } L - ?}$$

Решение. Увеличение, даваемое телескопом, $k = \frac{F_{\text{об}}}{F_{\text{ок}}}$, откуда $F_{\text{об}} = kF_{\text{ок}}; F_{\text{об}} = 500 \cdot 2 = 1000 \text{ (см)} = 10 \text{ (м)}$. Оптическая сила объектива

$$D_{\text{об}} = \frac{1}{F_{\text{об}}};$$

$$D_{\text{об}} = 0,1 \text{ дптр.}$$

Длина трубы телескопа

$$L \approx 10 \text{ м.}$$

3. ВОЛНОВЫЕ И КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

Интерференция волн — наложение в пространстве двух (или нескольких) систем волн, имеющих одинаковую частоту колебаний и неизменный сдвиг фаз в каждой точке пространства. Интерференцию света можно наблюдать при освещении экрана двумя когерентными источниками света.

Когерентными называются такие источники света, которые совершают колебания одинаковой частоты и с постоянной во времени разностью фаз.

Если оптическая разность хода волн от двух когерентных источников света до данной точки экрана равна четному числу полуволн излучаемого монохроматического света, то в этой точке наблюдается усиление освещенности (максимум), если нечетному числу полуволн — ослабление освещенности (минимум). Чередующиеся усиления и ослабления освещенности точек экрана образуют интерференционную картину.

Дифракция — отклонение световых волн от прямолинейного распространения при встрече с препятствием или экраном, имеющим отверстие.

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа узких щелей в непрозрачном экране, которые имеют одинаковую ширину и расположены на равных расстояниях друг от друга.

Формула дифракционной решетки (при нормальном падении лучей света на ее поверхность):

$$(a + b) \sin \varphi = n \lambda,$$

где $(a + b)$ — постоянная дифракционной решетки (a — ширина щели, b — ширина промежутка между щелями); φ — угол между нормалью к дифракционной решетке и направлением на максимум; n — порядок максимума, считая от неотклоненного (нулевого) изображения щели; λ — длина волны падающего света.

Дисперсия — зависимость показателя преломления среды от длины волны распространяющегося света.

При прохождении белого света через трехгранную призму происходит разложение его в спектр.

Спектр — пространственное разделение сложного света на составляющие цвета при прохождении через призму (дисперсионный спектр) или дифракционную решетку (дифракционный спектр).

Фотон (квант) света — материальная частица электромагнитного излучения, обладающая массой и энергией.

Энергия фотона

$$\epsilon = h \nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

где h — постоянная Планка, равная $6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·сек; ν — частота света;
 c — скорость света в вакууме; λ — длина волны
 Масса фотона

$$m = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{h \nu}{c^2} = \frac{h}{c \lambda}.$$

Фотоэффект — процесс взаимодействия света с веществом, в результате которого энергия фотонов передается электронам вещества. При *внешнем* фотоэффекте поглощение фотонов сопровождается вылетом электронов из поверхностного слоя металла, при *внутреннем* фотоэффекте — перемещением электронов внутри тела.

Законы внешнего фотоэффекта: фототок насыщения прямо пропорционален падающему на поверхность световому потоку; кинетическая энергия фотоэлектронов не зависит от падающего светового потока, а является линейной функцией частоты падающего света:

$$\frac{mv^2}{2} = h \nu - A \quad (\text{уравнение Эйнштейна}),$$

где $\frac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия фотоэлектронов; $h\nu$ — энергия фотона; A — работа выхода электронов из поверхностного слоя металла

Длинноволновая граница фотоэффекта — это наибольшая длина волны, при которой еще наблюдается явление фотоэффекта для данного металла:

$$\lambda_m = \frac{hc}{A}.$$

1. Какая частота колебаний соответствует крайним красным ($\lambda_k = 760$ мкм) и крайним фиолетовым ($\lambda_\phi = 400$ мкм) лучам видимого света?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } \lambda_k = 760 \text{ мкм} = 760 \cdot 10^{-9} \text{ м;} \\ \lambda_\phi = 400 \text{ мкм} = 400 \cdot 10^{-9} \text{ м.} \\ \hline \nu_k = ? \quad \nu_\phi = ? \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек.} \end{array}$$

Решение. Длина волны, скорость распространения света и частота колебаний связаны между собой следующим соотношением: $\lambda = \frac{c}{\nu}$, где c — скорость распространения света в вакууме. Отсюда

$$\nu_k = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}}{760 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 3,95 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1};$$

$$\nu_\phi = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1}.$$

2. Длина волны желтых лучей в воздухе 580 мкм. Какова длина волны их в воде?

$$\begin{array}{l} \text{У с л о в и е: } \lambda_{\text{ж}} = 580 \text{ мкм.} \\ \hline \lambda_{\text{в}} = ? \\ n = 1,33. \end{array}$$

Решение. Так как частота колебаний при переходе света из воздуха в воду остается неизменной, то

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{c_{\text{в}}}{\nu},$$

где $\lambda_{\text{в}}$ — длина волны желтых лучей в воде; $c_{\text{в}}$ — скорость распространения света в воде; ν — частота колебаний. Но $\nu = \frac{c}{\lambda_{\text{ж}}}$, где $\lambda_{\text{ж}}$ — длина волны желтых лучей в вакууме. Отсюда, зная показатель преломления воды n ,

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{c_{\text{в}} \lambda_{\text{ж}}}{c} = \frac{\lambda_{\text{ж}}}{n};$$

$$\lambda_{\text{в}} = 580 : \frac{4}{3} = 435 \text{ (ммк)}.$$

3. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света 0,5 мм, расстояние до экрана 5 м. Расстояние от неотклоненного изображения щели до первого максимума на экране для зеленых лучей оказалось равным 5 мм. Определить длину волны зеленых лучей.

Условие: $S_1 S_2 = 0,5 \text{ мм};$
 $OO_1 = 5 \text{ м} = 5000 \text{ мм};$
 $OA = 5 \text{ мм}.$

$\lambda = ?$

Решение. Максимумы получаются в том случае, если разность хода лучей $S_1 A$ и $S_2 A$ (рис. 105) соответствует четному числу полуволн:

$$S_1 A - S_2 A = 2n \frac{\lambda}{2}.$$

Разность хода $S_1 A - S_2 A = S_1 C$ можно определить из $\triangle S_1 S_2 C$: $S_1 C = S_1 S_2 \cdot \sin \varphi$. Так как угол φ мал, то $\sin \varphi$ можно с достаточным приближением заменить тангенсом угла φ : $\sin \varphi \approx \tan \varphi$, а $\tan \varphi = \frac{OA}{OO_1}$. Тогда $S_1 S_2 \cdot \sin \varphi = S_1 S_2 \cdot \tan \varphi = S_1 S_2 \cdot \frac{OA}{OO_1}$. При $n=1$

$$\lambda = S_1 S_2 \cdot \frac{OA}{OO_1};$$

$$\lambda = 0,5 \cdot \frac{5}{5000} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ (мм)} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

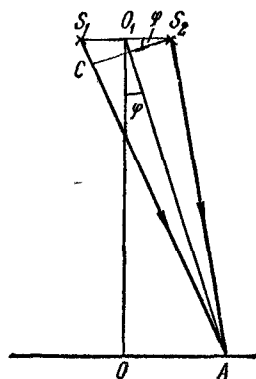


Рис. 105.

4. Для измерения малых перемещений пользуются интерферометром (рис. 106). Свет от источника S падает на слегка посеребренное зеркальце O . Часть лучей, отразившись от зеркальца O , попадает на зеркальце O_1 , отражается от него и проходит в зрительную трубу L . А другая часть лучей, пройдя через зеркальце O , попадает на зеркальце O_2 , отражается от него и идет обратно к зеркальцу O . Отражившись от зеркальца O , лучи проходят в зрительную трубу. В поле зрения зрительной трубы наблюдается интерференционная картина в виде светлых и темных полос, если источник излучает монохроматический свет. Опреде-

лить, на сколько переместилось зеркальце O_2 , если интерференционная картина в поле зрения зрительной трубы сместилась на 500 полос. Длина волны падающего света 644 мкм .

Условие: $N = 500$;

$$\frac{\lambda = 644 \text{ мкм} = 6,44 \cdot 10^{-7} \text{ м.}}{x = ?}$$

Решение. При смещении зеркальца на расстояние $\frac{\lambda}{2}$ раз-

ность хода лучей изменяется на λ , т. е. в поле зрения трубы интерференционная картина смещается на одну полосу. При смещении картины на N полос зеркальце переместится на расстояние

$$x = N \frac{\lambda}{2};$$

$$x = 500 \cdot \frac{6,44 \cdot 10^{-7}}{2} =$$

$$= 16,1 \cdot 10^{-5} (\text{м}) = 0,161 (\text{мм}).$$

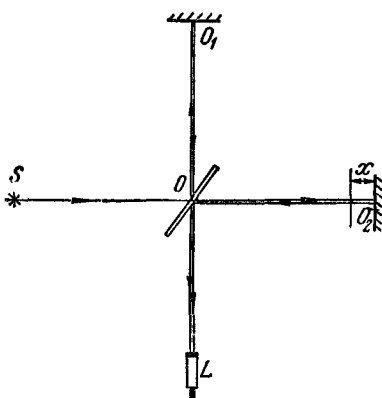


Рис. 106.

5. Для измерения длины световой волны применена дифракционная решетка, имеющая 100 штрихов на 1 мм . Первое дифракционное изображение на экране получено на расстоянии 12 см от центрального. Расстояние от дифракционной решетки до экрана 2 м . Определить длину световой волны.

Условие: $N = 100 \text{ мм}^{-1}$;

$x = 12 \text{ см} = 120 \text{ мм}$;

$l = 2 \text{ м} = 2000 \text{ мм}$.

$\lambda = ?$

Решение. Воспользуемся формулой дифракционной решетки $n\lambda = (a + b) \cdot \sin \varphi$. Постоянная дифракционной решетки

$$(a + b) = \frac{1}{N}; (a + b) = \frac{1}{100} = 0,01 (\text{мм}).$$

Так как угол отклонения мал (рис. 107), то $\sin \varphi = \tan \varphi = \frac{x}{l}$. Поэтому

$$\lambda = (a + b) \cdot \frac{x}{l};$$

$$\lambda = 0,01 \cdot \frac{120}{2000} = 6 \cdot 10^{-4} (\text{мм}) = 600 (\text{нм}).$$

6. Сколько штрихов на 1 мм должна иметь дифракционная решетка, если зеленая линия

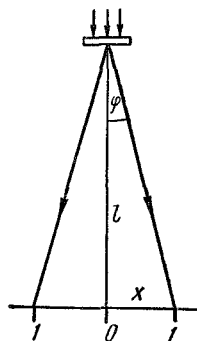


Рис. 107.

ртути ($\lambda = 5461 \text{ \AA}$) в спектре первого порядка наблюдается под углом $19^\circ 08'$?

Условие: $\lambda = 5461 \text{ \AA} = 5461 \cdot 10^{-7} \text{ мм}$;

$\varphi = 19^\circ 08'$.

$N = ?$

Решение. Из формулы дифракционной решетки $n\lambda = (a + b) \cdot \sin \varphi$ определим постоянную решетки

$$(a + b) = \frac{1}{N} = \frac{n\lambda}{\sin \varphi}; \quad N = \frac{\sin \varphi}{n\lambda};$$

$$N = \frac{0,328}{5461 \cdot 10^{-7}} \approx 600 \text{ (мм}^{-1}\text{)}.$$

7. Дифракционная решетка, имеющая 100 штрихов на 1 мм, помещена на расстоянии 2 м от экрана и освещается пучком лучей белого света, падающим перпендикулярно на решетку. Определить ширину дифракционного спектра первого порядка, полученного на экране.

Условие. $N = 100 \text{ мм}^{-1}$;

$l = 2 \text{ м} = 2 \cdot 10^3 \text{ мм}$.

$AB = ?$

Решение. Из формулы дифракционной решетки $n\lambda = (a + b) \cdot \sin \varphi$, положив $n = 1$, найдем $\lambda = (a + b) \cdot \sin \varphi$. Но угол отклонения мал (рис. 108), поэтому $\sin \varphi \approx \tan \varphi = \frac{x}{l}$.

Тогда $\lambda = (a + b) \frac{x}{l}$, откуда $x = \frac{\lambda l}{a + b} = \lambda \cdot l \cdot N$. Для фиолетовых лучей ($\lambda_{\text{ф}} = 400 \text{ мкм} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$)

$$x_1 = 2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 = 80 \text{ (мм)}.$$

Для красных лучей ($\lambda_{\text{к}} = 760 \text{ мкм} = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$)

$$x_2 = 2 \cdot 10^3 \cdot 7,6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 = 156 \text{ (мм)}.$$

Длина спектра

$$AB = x_2 - x_1 = 156 - 80 = 76 \text{ (мм)}.$$

8. Во сколько раз энергия фотона рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda_1 = 1 \text{ \AA}$ больше энергии фотона видимого света с длиной волны $\lambda_2 = 0,4 \text{ мк}$?

Условие: $\lambda_1 = 1 \text{ \AA} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$;

$\lambda_2 = 0,4 \text{ мк} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = ?$

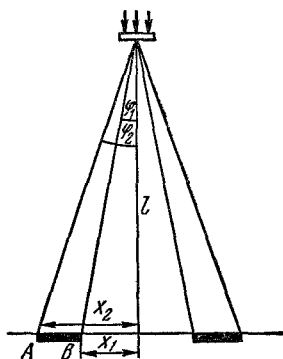


Рис. 108.

Решение. Энергия фотона рентгеновского излучения $\varepsilon_1 = h \cdot \frac{c}{\lambda_1}$. Энергия фотона видимого света $\varepsilon_2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_2}$. Отсюда

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1};$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{0,4 \cdot 10^{-8}}{1 \cdot 10^{-10}} = 4 \cdot 10^3.$$

Энергия фотона рентгеновского излучения больше энергии видимого света в $4 \cdot 10^3$ раз.

9. При какой длине электромагнитной волны энергия фотона была бы равна $9,93 \cdot 10^{-19}$ дж?

Условие: $\varepsilon = 9,93 \cdot 10^{-19}$ дж.

$$\lambda - ?$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек};$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}.$$

Решение. Энергия фотона $\varepsilon = h \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, откуда

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\varepsilon};$$

$$\lambda = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{9,93 \cdot 10^{-19}} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ (м)} \approx 0,2 \text{ (мк)}.$$

10. Глаз человека воспринимает свет длиной волны 0,5 мк, если световые лучи, попадающие в глаз, несут энергию не менее $20,8 \cdot 10^{-18}$ дж в секунду. Какое количество квантов света при этом каждую секунду попадает на сетчатку глаза?

Условие: $\lambda = 0,5 \text{ мк} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м};$

$$W_1 = 20,8 \cdot 10^{-18} \text{ дж}.$$

$$N - ?$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек};$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}.$$

Решение. Энергия кванта $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$. Количество квантов, каждую секунду попадающих на сетчатку глаза,

$$N = \frac{W_1}{\varepsilon} = \frac{W_1 \lambda}{h \cdot c};$$

$$N = \frac{20,8 \cdot 10^{-18} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 53.$$

11. Красная граница фотоэффекта для калия соответствует длине волны 0,6 мк. Определить работу выхода электронов из калия.

Условие: $\lambda = 0,6 \text{ мк} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$

$$A - ?$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек};$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}.$$

Решение. Работа выхода электронов равна энергии кванта с длиной волны, соответствующей красной границе фотоэффекта:

$$A = h \cdot \frac{c}{\lambda};$$

$$A = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{0,6 \cdot 10^{-7}} \approx 33,1 \cdot 10^{-20} \text{ (дж)}.$$

4. СТРОЕНИЕ АТОМА. АТОМНАЯ ЭНЕРГИЯ

За единицу заряда в атомной физике принимается заряд, численно равный заряду электрона:

$$e_0 = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ к}$$

За единицу массы принимается $\frac{1}{16}$ доля массы атома кислорода O^{16} :

$$1 \text{ а. е. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

За единицу энергии принимается электрон-вольт:

$$1 \text{ эв} = 16 \cdot 10^{-20} \text{ дж}$$

Радиусы стационарных орбит электрона в атоме водорода (по Бору) определяются из условия

$$mv_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$$

где m — масса электрона; v_n — скорость электрона на n -й орбите; r_n — радиус n -й орбиты; h — постоянная Планка; $n = 1, 2, 3, \dots$ — порядковый номер орбиты.

Энергия электрона на n -й стационарной орбите

$$W_n = -k^2 \frac{2\pi^2 m e^4}{n^2 \cdot h^2}$$

где $k = 9 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2/\text{к}^2$

Величина излучаемого или поглощаемого кванта энергии

$$h \cdot \nu_{m, n} = W_m - W_n$$

где $\nu_{m, n}$ — частота кванта света, поглощаемого электроном при переходе с m -й на n -ю орбиту; W_m и W_n — энергия электрона на этих орбитах.

Число протонов в ядре $N_p = Z$, где Z — порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

Число нейтронов в ядре $N_n = M - Z$, где M — массовое число элемента.

Связь между массой и энергией:

$$m = \frac{W}{c^2} \text{ или } W = mc^2$$

Рентген — единица измерения количества рентгеновского или γ -излучения; рентген — это доза рентгеновского или γ -излучения, при которой в 1 см^3 облучаемого объема воздуха при нормальных условиях создается $2,082 \cdot 10^9$ пар ионов

1. Какова скорость электрона, обладающего энергией 1 эв?

Условие: $W = 1 \text{ эв} = 16 \cdot 10^{-20} \text{ дж}$.

$$\frac{v - ?}{m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}$$

Решение. Электрон обладает кинетической энергией $W = \frac{mv^2}{2}$, откуда скорость электрона

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 16 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 6 \cdot 10^5 \text{ (м/сек.)}.$$

2. При радиоактивном распаде из ядра полония вылетает α -частица со скоростью $1,6 \cdot 10^7$ м/сек. Определить энергию α -частицы.

Условие: $v = 1,6 \cdot 10^7$ м/сек.

$$\frac{W - ?}{m = 6,644 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}}$$

Решение. Энергия α -частицы

$$W = \frac{mv^2}{2};$$

$$W = \frac{6,644 \cdot 10^{-27} \cdot (1,6 \cdot 10^7)^2}{2} \approx 9,8 \cdot 10^{-13} \text{ (дж)} \approx 6,1 \text{ (Мэв)}.$$

3. Определить радиус первой стационарной орбиты атома водорода и скорость электрона на этой орбите.

Условие:

$$\frac{r_1 - ? \quad v_1 - ?}{\begin{aligned} k &= 9 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2/\text{К}^2; \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К}; \\ h &= 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек.} \end{aligned}}$$

Решение. Стационарными орбитами атома водорода (по Бору) являются орбиты, для которых

$$m \cdot v_n r_n = \frac{n \cdot h}{2\pi}. \quad (1)$$

Между ядром атома и электроном действует сила кулоновского притяжения $F = k \frac{e^2}{r_n^2}$. Если электрон вращается вокруг ядра равномерно по круговой орбите, то кулоновская сила притяжения является центростремительной силой, удерживающей электрон на круговой орбите, т. е. $\frac{mv_n^2}{r_n} = k \frac{e^2}{r_n^2}$, откуда

$$mv_n r_n = k \frac{e^2}{v_n}. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что $k \frac{e^2}{v_n} = n \frac{h}{2\pi}$, а $v_n = k \frac{2\pi e^2}{n \cdot h}$.

Скорость электрона на первой ($n = 1$) орбите

$$v_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 3,14 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{1 \cdot 6,625 \cdot 10^{-34}} \approx 2,19 \cdot 10^6 \text{ (м/сек.)}.$$

Радиус первой орбиты

$$r_1 = \frac{h}{2\pi m \cdot v_1};$$

$$r_1 = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,19 \cdot 10^6} \approx 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ (м)}.$$

4. Определить полную энергию электрона в атоме водорода на первой стационарной орбите (в джоулях и электрон-вольтах).

Условие: $n = 1$.

$$\begin{aligned} W_1 &= ? \\ m &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}; \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К}; \\ h &= 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек}; \\ k &= 9 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2/\text{К}^2. \end{aligned}$$

Решение. Полная энергия определяется по формуле

$$W = -k^2 \frac{2\pi^2 \cdot m \cdot e^4}{n^2 \cdot h^2};$$

$$\begin{aligned} W_1 &= - (9 \cdot 10^9)^2 \frac{2 \cdot 3,14^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4}{1^2 \cdot (6,625 \cdot 10^{-34})^2} \approx \\ &\approx - 2,18 \cdot 10^{-17} \text{ (Дж)} \approx - 13,6 \text{ (эВ)}. \end{aligned}$$

5. При переходе электронов в атоме водорода с 4-й стационарной орбиты на 2-ю излучается фотон, дающий зеленую линию в спектре водорода. Определить длину волны этой линии, если при излучении фотона атом теряет 2,53 эВ энергии.

Условие: $W = 2,53 \text{ эВ} = 40,48 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$.

$$\begin{aligned} \lambda &= ? \\ h &= 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек}; \\ c &= 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}. \end{aligned}$$

Решение. Атом теряет энергию, равную энергии излученного фотона. Энергия фотона $\epsilon = h \frac{c}{\lambda}$, откуда

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\epsilon};$$

$$\lambda = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{40,48 \cdot 10^{-20}} \approx 0,49 \cdot 10^{-6} \text{ (мм)} = 0,49 \text{ (мк)}.$$

6. Карманный дозиметр радиоактивного облучения, представляющий собой миниатюрную ионизационную камеру емкостью 3 нФ, заряжен до потенциала 180 в. Под влиянием облучения потенциал снизился до 160 в. Сколько рентген покажет дозиметр, если до этого он был поставлен на нуль, а объем воздуха в камере 1,8 см³?

Условие: $C = 3 \text{ нф} = 3 \cdot 10^{-12} \text{ ф};$

$$U_1 = 180 \text{ в};$$

$$U_2 = 160 \text{ в};$$

$$V = 1,8 \text{ см}^3.$$

$$\frac{\text{Доза облучения} - ?}{q_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к.}}$$

Решение. Потенциал дозиметра уменьшился в результате нейтрализации части его заряда ионами, возникшими в камере при облучении. Определим величину образовавшегося заряда: $q = C \Delta U$.

Этому заряду соответствует количество пар ионов $N = \frac{q}{q_1}$, где q_1 — заряд одновалентного иона. Отсюда

$$N = \frac{C \Delta U}{q_1};$$

$$N = \frac{3 \cdot 10^{-12} \cdot 20}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,38 \cdot 10^9 \text{ (пар ионов)}.$$

Одному рентгену соответствует доза облучения, при которой в 1 см^3 воздуха возникает $2,082 \cdot 10^9$ пар ионов. Следовательно, зарегистрированная дозиметром

$$\text{доза облучения} = \frac{0,38 \cdot 10^9}{1,8 \cdot 2,082 \cdot 10^9} \approx 0,1 \text{ (р)}.$$

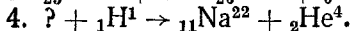
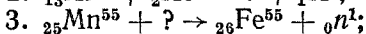
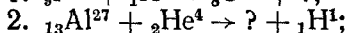
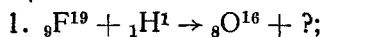
7. При радиоактивном распаде из ядра ${}_{92}\text{U}^{238}$ испускается α -частица. Написать ядерную реакцию. В ядро какого элемента превращается при этом ядро атома урана?

Решение. ${}_{92}\text{U}^{238} \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_{90}\text{Th}^{234}$. Образуется ядро изотопа тория.

8. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер изотопов магния ${}_{12}\text{Mg}^{24}$, ${}_{12}\text{Mg}^{25}$, ${}_{12}\text{Mg}^{26}$.

Решение. В состав ядра изотопа ${}_{12}\text{Mg}^{24}$ входит 12 протонов и 12 нейтронов, а в состав ядер изотопов магния ${}_{12}\text{Mg}^{25}$ — 12 протонов и 13 нейтронов и ${}_{12}\text{Mg}^{26}$ — 12 протонов и 14 нейтронов.

9. Написать недостающие обозначения в следующих ядерных реакциях:



Решение. Сумма зарядов взаимодействующих частиц до ядерной реакции должна быть равна сумме зарядов частиц, возникающих в результате ядерной реакции. Поэтому сумма нижних индексов частиц до взаимодействия равна сумме нижних индексов частиц после взаимодействия (закон сохранения заряда). Сумма массовых чисел взаимодействующих частиц до ядерной реакции равна сумме массовых чисел частиц, возникающих после реакции.

Поэтому сумма верхних индексов в левой части записи равна сумме верхних индексов в правой части (закон сохранения массы). Следовательно,

1. ${}_9\text{F}^{19} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_8\text{O}^{16} + {}_2\text{He}^4$;
2. ${}_{13}\text{Al}^{27} + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_{14}\text{Si}^{30} + {}_1\text{H}^1$;
3. ${}_{25}\text{Mn}^{55} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_{26}\text{Fe}^{55} + {}_0n^1$;
4. ${}_{12}\text{Mg}^{25} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_{11}\text{Na}^{22} + {}_2\text{He}^4$.

10. При бомбардировке изотопа азота ${}_7\text{N}^{14}$ нейтронами получается изотоп углерода ${}_6\text{C}^{14}$, который оказывается β -радиоактивным. Написать уравнения обеих реакций.

Решение. ${}_7\text{N}^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6\text{C}^{14} + {}_1\text{H}^1$;
 ${}_6\text{C}^{14} \rightarrow {}_{-1}e^0 + {}_7\text{N}^{14}$.

11. При бомбардировке изотопа алюминия ${}_{13}\text{Al}^{27}$ α -частицами получается радиоактивный изотоп фосфора ${}_{15}\text{P}^{30}$, который затем распадается с выделением позитронов. Написать уравнения обеих реакций.

Решение. ${}_{13}\text{Al}^{27} + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_{15}\text{P}^{30} + {}_0n^1$;
 ${}_{15}\text{P}^{30} \rightarrow {}_{+1}n^0 + {}_{14}\text{Si}^{30}$.

12. Написать реакцию взаимодействия электрона с позитроном.

Решение. В результате взаимодействия электрона с позитроном обе частицы исчезают и возникает γ -излучение:

$$-{}_1e^0 + {}_1e^0 \rightarrow 2 \cdot h\nu.$$

13. Определить полную энергию тела массой 1 кг.

Решение. Масса и энергия тела связаны между собой следующим соотношением: $W = mc^2$, где m — масса тела; W — полная энергия; c — скорость света. Тогда

$$W = 1 \text{ кг} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м/сек})^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж}.$$

14. Какая энергия соответствует 1 а. е. м.?

Решение. Так как $m = 1 \text{ а. е. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, то

$$W = 1,66 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2 = 14,94 \cdot 10^{-11} \text{ (дж)} \approx 931 \text{ (Мэв)}.$$

15. Какую энергию следует затратить, чтобы разделить ядро атома лития ${}_3\text{Li}^7$ на составляющие его протоны и нейтроны?

Решение. Ядро лития ${}_3\text{Li}^7$ состоит из трех протонов и четырех нейтронов. Энергию, необходимую для разделения ядра на составляющие частицы, можно определить, вычислив дефект массы:

$$\Delta m = (3 \cdot 1,00814 + 4 \cdot 1,00898) - 7,01822 = 0,04212 \text{ (а. е. м.)} = \\ = 0,06992 \cdot 10^{-27} \text{ (кг)}.$$

Энергия, связанная с данной массой,

$$W = \Delta m \cdot c^2;$$

$$W = 0,06992 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 0,62928 \cdot 10^{-11} \text{ (дж)} = 39,3 \text{ (Мэв)}.$$

16. Какая энергия выделится, если при реакции ${}_4\text{Be}^9 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_5\text{B}^{10} + {}_0n^1$ подвергнуть превращению все ядра, находящиеся в 1 г бериллия?

Решение. Общая масса взаимодействующих частиц до реакции $m_1 = 9,01505 + 2,01474 = 11,02979$ (а. е. м.). Общая масса полученных в результате ядерной реакции частиц $m_2 = 10,01612 + 1,00899 = 11,02511$ (а. е. м.). Дефект массы $\Delta m = m_1 - m_2$; $\Delta m = 0,00468$ а. е. м. Так как 1 а. е. м. соответствует 931 Мэв энергии, то при делении одного ядра выделяется энергия $\Delta W = 0,00468 \cdot 931 = 4,35508$ (Мэв). В одном грамме любого вещества содержится количество атомов, равное числу Авогадро, деленному на атомный вес:

$$N_1 = \frac{N_0}{A}; \quad N_1 = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{9} \approx 0,669 \cdot 10^{23}.$$

Общее количество выделившейся энергии

$$W = \Delta W \cdot N_1;$$

$$W = 4,355 \cdot 0,669 \cdot 10^{23} \approx 2,91 \cdot 10^{23} \text{ (Мэв)} \approx 46,6 \cdot 10^3 \text{ (дж)}.$$

17. Определить, как протекает реакция ${}_7\text{N}^{14} + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_8\text{O}^{17} + {}_1\text{H}^1$. С поглощением или выделением энергии?

Решение. Суммарная масса частиц до реакции $m_1 = 14,00752 + 4,00388 = 18,01140$ (а. е. м.), а после реакции — $m_2 = 17,00453 + 1,00814 = 18,01267$ (а. е. м.). Тогда дефект массы $\Delta m = m_1 - m_2$; $\Delta m = -0,00127$ а. е. м. Знак минус указывает на то, что ядерная реакция протекает с поглощением энергии. Количество поглощенной энергии при одном акте превращения

$$\Delta W = 0,00127 \cdot 931 = 1,18 \text{ (Мэв)}.$$

18. Какое количество энергии можно получить от деления 1 г урана ${}_{92}\text{U}^{235}$, если при каждом делении выделяется энергия, равная приблизительно 200 Мэв?

Решение. Общее количество энергии, выделяющейся при делении 1 г урана,

$$W = 200 \text{ Мэв} \cdot \frac{N_0}{A},$$

где N_0 — число Авогадро; A — атомный вес. Следовательно,

$$W = 200 \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{235} = 5,1 \cdot 10^{23} \text{ (Мэв)} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ (квт} \cdot \text{ч)}.$$

Вопросы и задачи для самопроверки

1. Как определить полный световой поток, излучаемый точечным источником света силой I ?

2. Единицу освещенности — люкс — можно определить двояко: как освещенность поверхности, находящейся на расстоянии 1 м

от точечного источника света в 1 св, при перпендикулярном падении лучей и как освещенность поверхности 1 м² световым потоком 1 лм. Докажите тождественность этих определений.

3. Какой световой поток проходит через поверхность 100 см², отстоящую на расстоянии 2 м от точечного источника света в 60 св, если лучи падают перпендикулярно поверхности? Как изменится световой поток, если поверхность отодвинуть от источника света на 3 м; если ее повернуть на угол 30° относительно падающего луча?

4. Перегоревшую лампу в 100 св заменили лампой в 60 св. Во сколько раз необходимо уменьшить расстояние от лампы до освещаемой поверхности после замены, чтобы освещенность осталась прежней?

5. На каком расстоянии от средней точки классной доски следует поместить электрическую лампочку в 150 св, чтобы получить освещенность 150 лк? Угол падения лучей 60°.

6. При съемке предмета с расстояния 5 м нужна экспозиция 0,1 сек. Какая нужна экспозиция при съемке того же предмета с расстояния 10 м? Фокусное расстояние объектива фотоаппарата 5 см.

7. С помощью фотоувеличителя печатают фотоснимки сначала размером 6×9 см, а затем 9×12 см. В каком случае выдержка при печатании больше и во сколько раз?

8. В зеркальном гальванометре при включении тока зеркальце повернулось на угол α . На какой угол отклонился «зайчик» на шкале гальванометра?

9. Человек приближается к плоскому зеркалу со скоростью 1 м/сек. С какой скоростью он приближается к своему изображению?

10. Постройте в плоском зеркале АВ (рис. 109) изображение светящейся точки S. Найдите ту область, в которой глаз будет видеть изображение светящейся точки в зеркале.

S
x

A ~~~~~ B

11. Предмет перемещается по главной оптической оси вогнутого зеркала из бесконечности к полюсу зеркала. Проследите, как будет перемещаться изображение предмета и каким оно будет на различных участках перемещения.

Рис. 109.

12. На экране при помощи сферического зеркала получили уменьшенное изображение предмета. Какое это зеркало? Где расположен предмет относительно зеркала?

13. В вогнутом сферическом зеркале получено изображение предмета в $\frac{1}{2}$ натуральной величины. На каком расстоянии от зеркала помещен предмет и где получилось его изображение, если радиус кривизны зеркала 40 см?

14. Главная оптическая ось сферического зеркала — MN; предмет — АВ; его изображение — А₁В₁ (рис. 110). Найти построением

положение полюса зеркала и его центра кривизны. Какое зеркало — выпуклое или вогнутое?

15. Почему луч света, переходя из одной среды в другую, меняет свое направление?

16. Показатель преломления воды 1,33. С какой скоростью свет распространяется в воде?

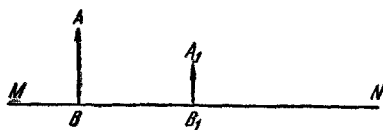


Рис. 110.

17. Определить показатель преломления воды относительно стекла. Какой физический смысл относительного показателя преломления?

18. Человек, глядя на камень, лежащий на дне реки,

определил, что камень находится на глубине 80 см. Какова действительная глубина, если угол между лучом зрения и перпендикуляром к поверхности воды равен 60° ?

19. Луч падает перпендикулярно грани равнобедренной призмы. Какой наименьший преломляющий угол должна иметь призма, чтобы наблюдалось полное отражение луча от противоположной грани призмы? Показатель преломления стекла призмы 1,6.

20. Построить изображение светящейся точки, лежащей на главной оптической оси собирающей линзы.

21. Построить изображение предмета, значительно большего линзы.

22. Как должна быть расположена лампочка в карманном фонаре относительно рефлектора и линзы, чтобы фонарь давал пучок параллельных лучей?

23. Стекла́нная двояковыпуклая линза с радиусом кривизны 10 см помещена в воду. Чему равно главное фокусное расстояние линзы в воде? Показатель преломления стекла 1,6.

24. При каких условиях двояковыпуклая линза будет рассеивать падающие на нее лучи?

25. Фокусное расстояние собирающей линзы 20 см. На каком расстоянии от линзы следует поместить предмет, чтобы его изображение было в натуральную величину?

26. С какого расстояния сделан фотоснимок здания высотой 8 м, если на фотографии высота здания 0,01 м? Фокусное расстояние объектива фотоаппарата 5 см.

27. С расстояния 100 м фотографируется автомобиль, движущийся со скоростью 60 км/ч перпендикулярно направлению фотографирования. Фокусное расстояние объектива фотоаппарата 5 см. Определить необходимую экспозицию съемки, чтобы смещение изображения на снимке не превышало 0,01 см.

28. Всякая ли собирающая линза может быть использована в качестве лупы? Почему?

29. Когда оптическая сила глаза больше — при рассматривании близких или удаленных предметов?

30. Почему для телескопов применяются длиннофокусные объективы, а для микроскопов — короткофокусные?

31. Два телескопа имеют объективы диаметром соответственно 15 см и 30 см. Чем отличается изображение одной и той же звезды при рассматривании ее в эти телескопы?

32. На асфальте после дождя часто видны радужные масляные пятна. Почему они радужные?

33. Если мыльную пленку расположить вертикально и осветить красным светом, то на ней видны светлые и темные полосы. Почему? Изменится ли расстояние между полосами, если пленку осветить зеленым светом?

34. Какой диаметр должно иметь отверстие в экране, чтобы на экране не было области геометрической тени?

35. Период дифракционной решетки 0,016 мм. Третье дифракционное изображение при освещении решетки светом паров натрия оказалось расположенным от центрального изображения на расстоянии 16,5 см. Расстояние от решетки до экрана 1,5 м. Определить длину волны света паров натрия.

36. Одинаково ли главное фокусное расстояние линзы для красных и фиолетовых лучей? Почему?

37. Почему белый свет, пройдя через оконное стекло, не разлагается на составляющие цвета?

38. Узкая фиолетовая полоска продолжена красной. Что видит наблюдатель, смотрящий на эти полоски через стеклянную призму, если преломляющее ребро призмы параллельно полоскам?

39. Длина волны красного света в воде равна длине волны зеленого света в воздухе. Какой цвет увидит человек под водой, если вода освещена красным светом?

40. Пучок белого света от узкой щели падает перпендикулярно на грань трехгранной призмы с преломляющим углом 30° (рис. 111). Определить ширину спектра, полученного на экране, расположенном на расстоянии 2 м от призмы перпендикулярно к ее основанию BC . Показатель преломления стекла для красных лучей — 1,61, для фиолетовых — 1,67.

41. Чем отличается дифракционный спектр от дисперсионного?

42. Чем отличается спектр излучения от спектра поглощения?

43. Как, сопоставив спектр Солнца с линейчатым спектром водорода, можно убедиться в том, что в состав вещества Солнца входит водород?

44. Одинаково ли поглощаются оконным стеклом инфракрасные, видимые и ультрафиолетовые лучи?

45. Почему баллоны ламп ультрафиолетового света делают из кварца?

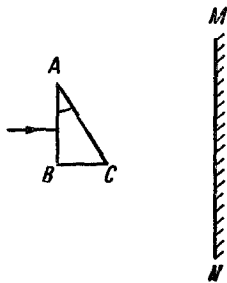


Рис 111

46. Почему на транспорте сигнал опасности красного цвета?
47. Чем большее напряжение прикладывается к рентгеновской трубке, тем более короткой длины волн рентгеновские лучи она испускает. Почему?

48. Во сколько раз энергия фотона красных лучей ($\lambda_k = 760$ мкм) меньше энергии фотона фиолетовых лучей ($\lambda_f = 400$ мкм)?

49. При какой максимальной длине волны падающего на поверхность металла света наблюдается явление фотоэффекта?

50. Определить работу выхода электронов из серебра, если фотоэффект начинает наблюдаться при длине волны падающего света 261 мкм.

51. Какой энергией обладают электроны, вырванные из цезия светом длиной волны 600 мкм? Работа выхода электронов из цезия 1,9 эВ.

52. Чем отличаются атомы нити горячей лампочки от атомов нити той же лампочки в холодном состоянии?

53. В каком случае атом поглощает энергию? Излучает ее?

54. Теоретически в спектре водорода должно быть бесконечное число линий. Почему мы видим только отдельные спектральные линии?

55. Сколько нейтронов и протонов содержится в ядрах изотопов урана ${}_{92}\text{U}^{234}$, ${}_{92}\text{U}^{235}$, ${}_{92}\text{U}^{238}$?

56. Почему элементы, расположенные в конце таблицы Менделеева, являются радиоактивными?

57. Можно ли внешним воздействием (нагреванием, ударом) изменить скорость радиоактивного распада?

58. Почему нейтроны являются лучшими снарядами для разрушения ядра атома по сравнению с другими частицами: протонами, электронами, α -частицами?

59. При облучении изотопа ртути ${}_{80}\text{Hg}^{198}$ нейтронами образуются атомы золота ${}_{79}\text{Au}^{198}$. Напишите ядерную реакцию. Выгодно ли таким путем практически получать золото?

60. Радиоактивный азот ${}_{7}\text{N}^{13}$, распадаясь, превращается в изотоп углерода ${}_{6}\text{C}^{13}$. Напишите ядерную реакцию. Какая частица при этом излучается?

61. Радиоактивный натрий ${}_{11}\text{Na}^{24}$, распадаясь, излучает электроны. Ядро какого элемента при этом образуется?

62. При бомбардировке бора ${}_{5}\text{B}^{11}$ быстро движущимися протонами наблюдаются три одинаковых трека образовавшихся частиц. Какие это частицы? Напишите ядерную реакцию.

63. Напишите ядерные реакции, приводящие к получению плутония ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ в урановом реакторе.

ОТВЕТЫ

Механика

- ✓ 1. 392 н. 2. 980 н.
- ✓ 3. Во втором случае пружина растянется в два раза длиннее.
- ✓ 4. 80 кГ; 96 кГ.
- ✓ 5. Чтобы сохранить положение равновесия.
- ✓ 6. Тянуть тележку легче, чем толкать.
- ✓ 7. Тело человека находится в устойчивом равновесии.
- ✓ 8. Натяжение каната не изменится.
- ✓ 9. ≈ 392 н. 10. ≈ 245 кн. 11. 3920 н; 1960 н.
- 12. 30 н. Направлена в сторону большей силы. Точка приложения находится за большей силой на расстоянии 0,5 м
- 13. $\approx 2,1$ кн.
- 14. 25 м/сек. Скорость нижних частей гусениц танка равна нулю.
- 15. С увеличением угла наклона ускорение увеличивается.
- 16. Да.
- 17. В сторону тела, движущегося замедленно.
- 18. Равномерное.
- 19. — 1,4 м/сек; 27 сек. 20. 150 м. 21. 48 сек; 6,2 м/сек. 22. 0,17 м/сек², 376 м. 23. 50 сек.
- 24. Маховик, вращаясь по инерции, выводит поршни из «мертвых точек»
- 25. При отходе поезда от станции легче тащить ящик в направлении, противоположном движению поезда, а при подходе к станции, наоборот легче тащить ящик по направлению движения поезда.
- 26. Чтобы постепенно затормозить движение, т. е. смягчить удар.
- 27. Чтобы уменьшить смещение наковальни при ударе по ней молотом.
- 28. 196 н. 29. Да.
- 30. Доска будет перемещаться в противоположном направлении; доска будет в покое, если произведение скорости на массу одного бегущего человека равно произведению скорости на массу другого.
- 31. В шахте динамометр покажет больший вес.
- 32. На экваторе пружинные весы показали меньший вес, чем рычажные, а на полюсе и те и другие показали одинаковый вес.
- 33. Поскользнувшись, будет падать назад, а споткнувшись, — вперед.
- 34. 7350 н; 6850 н; 7850 н. 35. 4 кн; 30 сек; 225 м. 36. 7 м/сек; 6,3 кн.
- 37. 1,2 Мн. 38. 269,5 кн. 39. $\approx 28,7$ кн. 40. 178 Мдж.
- 41. Нет, так как сила действует перпендикулярно перемещению Луны
- 42. 5,2 Мдж.

43. 19,6 кдж; 9,8 кдж. Половина работы расходовалась на приобретение телом кинетической энергии.

44. Часть работы расходуется на приобретение телом кинетической энергии.

45. За счет внутренней энергии сжатого воздуха.

46. Во внутреннюю энергию жидкости.

47. 1,2 кн. 48. 190 кн. 49. 1,4 Мвт 50. 625 кн. 51. 294 кн. 52. ≈ 125 м. 53. ≈ 137 м; ≈ 320 м. 54. 12,3 м/сек. 55. 314 рад/сек; ≈ 235 м/сек. 56. 328 м/сек. 57. $3 \cdot 10^4$ м/сек. 58. 5 об/сек. 59. 41,6 рад/сек.

60. 1) Тело будет удерживаться на своей окружности; 2) тело перейдет на окружность меньшего радиуса; 3) тело перейдет на окружность большего радиуса.

61. Наклон обруча создает центростремительную силу, искривляющую путь.

62. Колеса трамвая жестко закреплены на оси, поэтому по внешнему рельсу колесо не только катится, но и прокатывается.

63. Нет, так как в безвоздушном пространстве самолет не может управляться с помощью элеронов.

64. Чтобы уменьшить центробежную силу автомобиля.

65. Чтобы создать центростремительную силу, удерживающую их на повороте

66. Чтобы создать центростремительную силу удерживающую корабль на повороте.

67. На экваторе часть веса тела служит для удерживания его на окружности вследствие суточного вращения Земли, кроме этого, от экватора расстояние до центра Земли больше, чем до полюса.

68. При малой скорости можно, а при скорости, на которую рассчитан наклон пути для данного поворота, нельзя, так как отвес будет устанавливаться параллельно стенкам вагона.

69. На левые больше.

70. ≈ 4 22 кн; $\approx 5,8$ кн.

71. Когда сядут два человека, период колебания качелей не изменится; когда встанут — период колебания уменьшится.

72. На полюсе часы будут спешить, а на Луне отставать.

73. Период колебания уменьшится.

74. 9,9 м/сек². 75. ≈ 2 сек. 76. 3 1/сек.

77. Чтобы не вызвать резонанса стен и потолка здания.

78. Пока звук дойдет до наблюдателя, самолет за это время уйдет вперед, где и видит его наблюдатель

79. 6,8 км 80. 1360 м 81. 1950 м.

82. Цилиндрический; суженный кверху; суженный книзу.

83. Равновесие нарушится. На чашку с грузиком надо положить гирьки. вес которых равняется удвоенному весу воды в объеме грузика.

84. Равновесие не нарушится.

85. Вода не выльется, равновесие весов не нарушится.

86. Уровень воды в ведре понизится

87. Нарушится.

88. Не действует, так как все тела на искусственном спутнике Земли обладают невесомостью

89. Справедлив.

90. Нельзя, так как вода, как и все тела, обладает невесомостью. При освобождении воды из стакана она примет форму шара.

91. $\approx 15,4$ н. 92. 0,1 м 93. 29,4 н

94. Натяжение троса увеличится на $\approx 23,5$ кн

95. 7840 н/м². 96. $7,5 \cdot 10^{-4}$ м³. 97. $1,8 \cdot 10^5$ кг. 98. 7,6 кн.

99. Для увеличения скорости вытекания струи воды.

100. С увеличением скорости потока воздуха между листьями уменьшается давление.

101. Для увеличения подъемной или тормозящей сил.

Теплота и молекулярная физика

1. Процесс окрашивания состоит в диффузном проникновении частиц красителя в поры окрашиваемого вещества при последующем химическом взаимодействии.

2. Твердая соль растворяется в воде. В местах растворения возникает высокая концентрация растворимого вещества, вследствие чего молекулы соли начинают диффузно перемещаться в области с меньшей концентрацией. Этот процесс длится до полного установления равновесия.

3. Пылинки, так же как броуновские частицы, испытывают непрерывные импульсы со стороны хаотически движущихся молекул воздуха. Поэтому они не могут стремительно опуститься вниз и длительно удерживаются во взвешенном состоянии.

4. При скольжении тел с очень гладкими поверхностями проявляются силы молекулярного сцепления, действующие лишь на очень малых расстояниях, — трение возрастает.

5. С проникновением (диффузией) молекул углерода в поверхностный слой железа.

6. Вода имеет большую удельную теплоемкость по сравнению с почвой. Во время заморозков такие участки получают некоторое количество теплоты от водоема. Температура воздуха на участке понижается ниже нуля, а овощи сохраняются.

7. Причиной этого является большая теплоемкость воды по сравнению с теплоемкостью почвы.

8. 110 кг.

9. В процессе трения соприкасающиеся поверхности нагреваются (механическая энергия переходит в теплоту). При недостаточной смазке нагревание настолько значительно, что трущиеся части плавятся.

10. Кинетическая энергия молотка при ударе о твердый предмет переходит в теплоту; молоток и твердый предмет (при пластической деформации) нагреваются.

11. Механическая энергия при ударе подковы о мостовую переходит в тепло и вызывает значительное повышение температуры выбиваемых частиц.

12. $\approx 45^\circ$. 13. $\approx 2^\circ$. 14. $3,8 \cdot 10^{-2}$ кг. 15. 121 Гдж. 16. $9,4^\circ$. 17. 10 кг.

18. 117 км. 19. 35,4 %. 20. 26,9 км. 21. 17 100 т.

22. 1,875 кг/сек. 23. 1240 вагонов. 24. 28 т. 25. На 208 сек. 26. 5,9 %, 24 %.

27. 13 кг. 28. 4,75 Мдж.

29. При температуре холодильника, равной абсолютному нулю, или при бесконечно большой температуре нагревателя.

30. Искомый график представлен на рис. 112. Переходя из состояния 1 в состояние 2, а затем в состояние 3, газ получает теплоту извне. При переходе из состояния 3 в состояние 1 газ отдает теплоту.

31. Если завести нагретую от руки до температуры человеческого тела пружину часов до отказа, то при снятии часов с руки пружина, остывая, будет сжиматься и может лопнуть.

32. Кварц обладает малым коэффициентом линейного расширения, поэтому напряжения, возникающие в нем, весьма незначительны даже тогда, когда соседние части кварцевой посуды сильно отличаются температурой.

33. Даже небольшое изменение температуры может дать серьезную и недопустимую в современной технике измерений ошибку из-за того, что прибор изменит свои размеры. Чем меньше коэффициент расширения, тем меньше возможная ошибка.

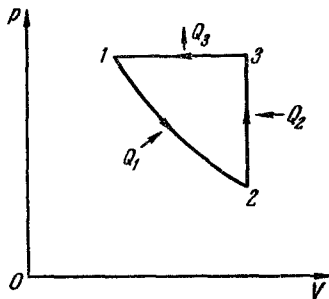


Рис. 112.

34. При закрепленных концах изменение длины моста с изменением температуры может вызвать разрушение его ферм и основания.

35. 500,3 м.

36. Расширение кварца в отличие от стекла при нагревании мало, поэтому резкие изменения температуры почти не сказываются на целостности посуды.

37. В монокристалле коэффициент линейного расширения вследствие анизотропии различен по разным направлениям.

38. 0,000009 град⁻¹. 39. 100,55 см.

40. Часы отстают за сутки на 8 сек.

41. Вода при температуре от 0 до 4°C представляет замечательное исключение из общего правила расширения тел при нагревании. В указанных условиях вода сжимается при нагревании и расширяется при охлаждении. Если охлаждать воду, начиная с комнатной температуры, то до 4°C она сжимается подобно всем телам, но от 4 до 0°C несколько расширяется, а замерзая, сильно увеличивается в объеме. При 4°C вода имеет наибольшую плотность, равную 1000 кг/м³.

42. С понижением температуры выталкивающая сила воды увеличивается Следовательно, тело будет плавать.

43. Весы покажут увеличение веса тела.

44. 54,7°C (327,7°K). 45. 3,5 м³.

46. Решение задачи приведено на рис. 113.

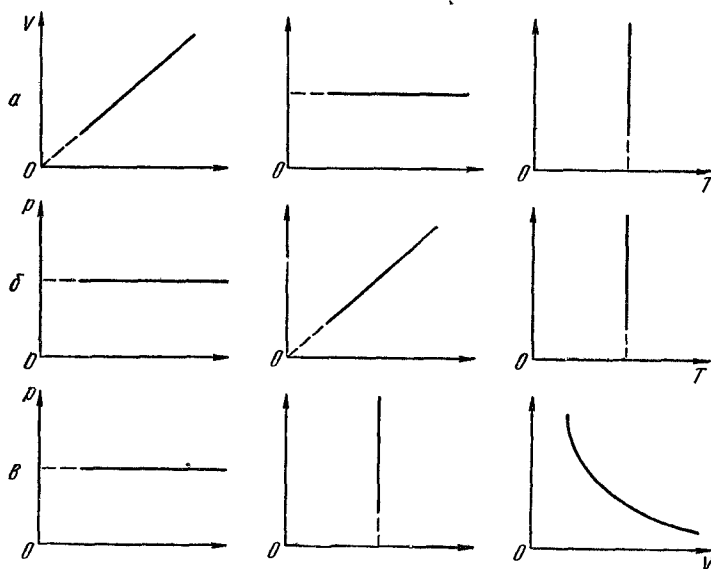


Рис. 113.

47. 4,5 м³. 48. 17,97 см. 49. $1,47 \cdot 10^5$ н/м². 50. 2084 хода. 51. 1600 см³
52. 359°C. 53. В 63,3 раза.

54. Веревка стягивается силами поверхностного натяжения воды.

55. Марлевые тампоны вследствие своей капиллярности всасывают гноящие выделения и тем очищают рану.

56. Рыхлением почвы разрушают капилляры, по которым влага поднимается на поверхность и затем испаряется.

57. Вода имеет большую удельную теплоемкость, чем окружающий воздух, поэтому она прогревается медленнее; кроме того, этому способствует испарение воды.

58. Поверхностное натяжение увеличивается по мере охлаждения воды. Высота поднятия воды, пропорциональная поверхностному натяжению, будет увеличиваться.

59. Летом температура близких к поверхности Земли слоев воздуха выше 0°C , и мелкие кристаллики льда, образовавшиеся в верхних холодных слоях атмосферы, падая, тают. Более крупные кристаллики не могут растаять, а только сплавляются, и тогда образуется град.

60. 739 Мдж. 61. 11%. 62. 2 км/сек. 63. 25 кг. 64. 2,4 квт.

65. Мокрая тряпка вследствие испарения воды всегда холоднее окружающей среды. Масло же испаряется плохо, кроме того, сухая и масляная тряпки обладают плохой теплопроводностью.

66. Испарение воды с поверхности Земли во время падения дождевых капель сопровождается поглощением количества теплоты.

67. 0,46 кг. 68. 3,84 кг. 69. 15,2 Мдж. 70. $6,8 \cdot 10^{-3}$ кг/м³. 71. 18°C . 72. 61,4%. 73. 8°C . 74. 35%. 75. 1,3 кг. 76. $2,47 \cdot 10^{-3}$ кг. 77. 0,4 м³.

Электричество

1. Основной причиной электризации является не само трение, а тесное соприкосновение тел. Трение лишь способствует соприкосновению в большем числе точек, что увеличивает заряд, переходящий от одного тела к другому.

2. До расстояний, сравнимых с расстоянием между молекулами внутри самих тел ($\approx 10^{-8}$ см).

3. Поляризацией диэлектрика.

4. 1) При обычных условиях шарики располагаются так, что нити образуют некоторый угол 2α (рис. 114, а), зависящий от соотношения веса шариков и кулоновской силы отталкивания; 2) в состоянии невесомости шарики разойдутся на расстояние, равное удвоенному значению длины нити (рис. 114, б).

5. Это свечение связано с электризацией кусков сахара при раскалывании.

6. При приближении заряженной стеклянной палочки к бумажке в последней индуцируются заряды. Заряд противоположного знака заряду палочки будет ближе, чем одноименный заряд, вследствие этого бумажка притягивается. При соприкосновении бумажки с заряженной палочкой она электризуется одноименным зарядом и поэтому отталкивается.

7. 9 кн. 8. 0,6 м. 9. 22 нк.

10. Это верно только в случае выпуклой поверхности. На вогнутой поверхности поверхностная плотность заряда больше там, где меньше кривизна поверхности.

11. Шар А разрядится, тело В зарядится положительно. Это вызвано тем, что при приближении шара А к телу В в последнем индуцируются заряды на стороне, обращенной к шару, отрицательный и положительный на противоположной стороне. Вследствие истечения отрицательного заряда с острия шар А разряжается, а тело В заряжается положительно.

12. Если проводник с более высоким потенциалом полый и соприкосновение осуществляется с его внутренней поверхностью.

13. 10^{12} электронов. 14. $8,84 \cdot 10^{-4}$ кг/м². 15. 3 см. 16. $1,73 \cdot 10^{-8}$ к. 17. $1,1 \cdot 10^{-7}$ к. 18. 1,4 кв.

19. Нельзя. Величина емкости проводника определяется его геометрическими размерами, формой и взаимным расположением с окружающими телами.

20. 10 дж. 21. 3 Мв/м.

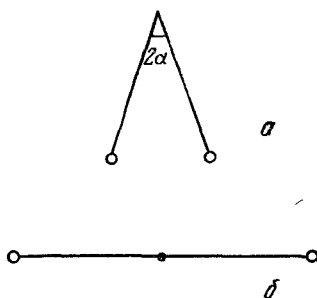


Рис. 114.

22. Перпендикулярно к поверхности проводника, так как при равновесном распределении заряда на проводнике его поверхность является эквипотенциальной, а силовые линии поля всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

23. 10 мкн. 24. 1,07 кв. 25. 437 в. 26. $4,9 \cdot 10^{-15}$ к. 27. 2290 пф
28. 5000 пф. 29. 0,25 а. 30. 0,3 кг. 31. 10 Ма/м². 32. $5,6 \cdot 10^{16}$ электронов
33. 21,6 в. 34. 50 ом. 35. Последовательно.

36. При пробое изоляции провода происходит замыкание фазы на корпус. Ток с заземленного корпуса уходит в землю.

37. Первый вольтметр имеет большее сопротивление.

38. Необходимо параллельно соединить два сопротивления и к ним последовательно присоединить третье сопротивление.

39. 2200°C.

40. Меньшим сопротивлением обладает амперметр, который показывает большую силу тока, так как при включении амперметра сопротивление цепи возрастает, а ток уменьшается.

41. $U = E$, так как цепь разомкнута.

42. Уменьшится на 0,7%. 43. Уменьшится на 1,4%.

44. Измерить диаметр d и сопротивление R и вычислить длину l по формуле $l = \frac{\pi d^2 R}{4 \rho}$, где ρ — удельное сопротивление.

45. На 10 частей. 46. 35 ом. 47. 1) 1500 ом, 2) 6 в/дел. 48. 2 а. 49. 8,47 ом.
50. 15 к; 0,5 а. 51. 9 Мдж. 52. 65 квт.

53. Работа, совершаемая источником тока во внутренней цепи, зависит от нагрузки.

54. Яркость свечения ламп накаливания зависит от подводимого к ним напряжения. Уменьшение напряжения вызвано параллельным подключением плитки с малым сопротивлением. При нагревании спирали плитки ее сопротивление возрастает и напряжение на лампах увеличивается, почти достигая прежнего значения.

55. Железная проволока нагревается сильнее, так как ее удельное сопротивление больше.

56. Используется 100 лампочек, включенных в 5 параллельных групп по 20 последовательно соединенных лампочек в каждой группе.

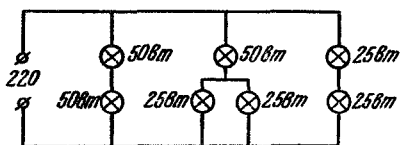


Рис. 115.

57. Схема включения лампочек приведена на рис. 115.

58. 3,85 квт. 59. Через 22,3 мин. 60. 22 а; 2 а. 61. 12 в, 2 ом. 62. 90%.

63. 3150 кг. 64. $3,15 \cdot 10^9$ ом · м.

65. Нет. Масса выделившегося при электролизе вещества зависит от величины заряда, прошедшего через электролит, а энергия зависит и от напряжения.

66. 8,5 ка. 67. 0,41 а. 68. 54 мк.

69. Через 18,5 ч. 70. 10 в. 71. $2,5 \cdot 10^{-9}$ а.

72. На катушку необходимо намотать несколько витков и подключить ее к источнику переменного напряжения. Измерив напряжение на обеих обмотках, число витков катушки определим из соотношения $n_1 = n_2 \cdot \frac{U_1}{U_2}$.

73. 41 мкф.

74. Чтобы уменьшить токи Фуко и связанные с ними потери энергии на нагревание сердечника.

75. 7 а. 76. 2000 витков 77. 126,2 км. 78. $3 \cdot 10^9$ гц

Оптика. Строение атома

1. Световой поток $\Phi = \omega I$, где ω — телесный угол, внутри которого распространяется световой поток, I — сила света. Точечный источник излучает

свет равномерно по всем направлениям. Полный телесный угол $\omega = 4\pi$ стер. Полный световой поток $\Phi_0 = 4\pi I$ лм.

2. Точечный источник света силой 1 св излучает полный световой поток $\Phi_0 = 4\pi \cdot 1$ лм. Если сфера имеет радиус 1 м, то ее поверхность 4π м² и освещенность $E = \frac{4\pi \text{ лм}}{4\pi \text{ м}^2} = 1$ лк. С другой стороны, освещенность поверхности точечным источником света при перпендикулярном падении лучей $E = \frac{I}{r^2}$. Если $I = 1$ св, $r = 1$ м, то освещенность равна 1 лк. Таким образом, оба определения являются равноценными.

3. 0,15 лм; уменьшится в 0,44 раза; уменьшится в 0,78 раза. 4. 0,78 лк. 5. 0,7 м. 6. 0,1 сек.

7. При печатании фотоснимка 9×12 см, в 2 раза.

8. На угол 2α . 9. 2 м/сек.

10. В области, ограниченной лучами S' и S'' (рис. 116).

11. При передвижении предмета из бесконечности к центру зеркала изображение перемещается от фокуса к центру зеркала, оставаясь действительным, обратным и уменьшенным. При передвижении предмета от центра к фокусу зеркала изображение перемещается от центра в бесконечность, оставаясь действительным, обратным и увеличенным. При передвижении предмета от фокуса к полюсу зеркала изображение перемещается из бесконечности к зеркалу, оставаясь все время за зеркалом увеличенным, прямым и мнимым.

12. Вогнутое; предмет расположен за центром кривизны зеркала.

13. 0,6 м; 0,3 м.

14. Зеркало выпуклое, так как изображение уменьшенное и прямое. Соединим точку A с A_1 (рис. 117) и продолжим прямую до пересечения с осью. Получим центр кривизны зеркала C . Отложим отрезок, равный A_1B_1 , от точки B_1 вниз от оси MN , найдем точку A_2 . Соединим точки A и A_2 . Точка пересечения полученной прямой с осью MN и будет полюсом зеркала O .

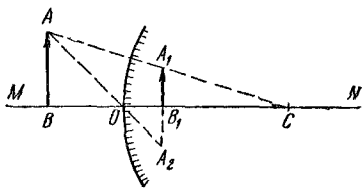


Рис. 117.

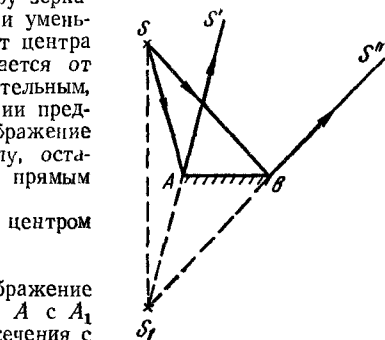


Рис. 116.

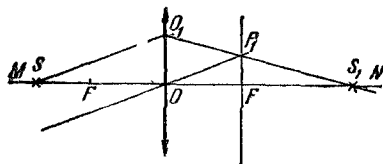


Рис. 118.

15. Скорость распространения света изменяется. Поэтому фронт волны поворачивается и наблюдается преломление волн.

16. $2,25 \cdot 10^8$ м/сек. 17. 0,89. 18. 1,6 м. 19. $38^\circ 42'$.

20. Из точки S (рис. 118) проведем произвольный луч SO_1 , падающий на линзу; затем построим побочную ось, параллельную взятому лучу. Точку пересечения F_1 побочной оптической оси с фокальной плоскостью соединим с точкой O_1 и продолжим прямую O_1F_1 до пересечения с главной оптической осью линзы. Точка S_1 и будет изображением светящейся точки S .

21. Необходимо на чертеже продлить изображение линзы в ту и другую сторону и строить изображение предмета обычным способом.

22. В центре кривизны рефлектора и в фокусе линзы.

23. 0,4 м.

24. Если показатель преломления среды, в которой находится линза, больше показателя преломления вещества линзы.

25. 0,4 м. 26. 40 м. 27. 0,012 сек.

28. Увеличение лупы $k = \frac{25 \text{ см}}{F}$. Собирательная линза дает увеличенное изображение в том случае, если $F < 25 \text{ см}$.

29. При рассматривании близких предметов. Глазные мышцы сжимают хрусталик и увеличивают кривизну его поверхности. $D = (n - 1) \cdot \frac{2}{R}$. Так как R уменьшается, то D увеличивается.

30. Увеличение, даваемое телескопом, $k = \frac{F_{об}}{F_{ок}}$. Чем больше главное фокусное расстояние объектива, тем большее увеличение дает телескоп при одном и том же окуляре. Увеличение, даваемое микроскопом, $k = k_1 \cdot k_2$, где k_2 — увеличение окуляра, а $k_1 = \frac{\delta}{F_{об}}$ — увеличение, даваемое объективом. При данной длине тубуса δ чем короче главное фокусное расстояние объектива, тем большее увеличение дает микроскоп.

31. Изображение звезды в любом телескопе представляет собой светящуюся точку, яркость которой зависит от диаметра объектива. Чем больше диаметр объектива, тем больший световой поток от звезды попадает в телескоп, а следовательно, и в глаз наблюдателя.

32. При растекании масла по поверхности воды образуется тонкая пленка. Солнечные лучи, падая на пленку и отражаясь от верхней и нижней поверхностей ее, интерферируют. На асфальте мы видим интерференционную картину в виде радужных пятен.

33. Мыльная пленка имеет в сечении клинообразную форму. При освещении ее монохроматическим светом в результате интерференции видны светлые и темные полосы. При освещении мыльной пленки зеленым светом расстояние между соседними полосами уменьшится по сравнению с расстоянием между теми же полосами при освещении красным светом.

34. Диаметр отверстия должен быть меньше $\frac{1}{2} \lambda$, где λ — длина волны падающего света.

35. 587 мкм.

36. Главное фокусное расстояние для красных лучей несколько больше, чем для фиолетовых, так как показатель преломления красных лучей меньше показателя преломления фиолетовых лучей.

37. Цветные лучи, выходя из стекла, идут параллельным пучком и, налагаясь, дают белый свет.

38. Обе полосы окажутся смещенными, причем фиолетовая полоска будет смещена больше, чем красная.

39. Ощущение цвета связано с частотой, а не с длиной волны. В разных средах скорость света и длина волны не одинаковы. Частота света остается неизменной $\left(\nu = \frac{c}{\lambda} \right)$

40. 13 см.

41. Дисперсионный спектр сжат в красной части и растянут в фиолетовой. Дифракционный спектр равномерно растянут по всему диапазону волн.

42. Спектр излучения может быть сплошным или линейчатым. Спектр поглощения — сплошной спектр, пересеченный темными линиями поглощения.

43. Среди темных линий солнечного спектра поглощения имеются такие, которые соответствуют цветным линиям спектра водорода.

44. Неодинаково. Оконное стекло мало поглощает инфракрасные и видимые лучи и почти полностью поглощает ультрафиолетовые лучи.

45. Кварцевое стекло мало поглощает ультрафиолетовые лучи.

46. Красные лучи меньше поглощаются туманом, чем лучи другого цвета.

47. Чем выше напряжение, приложенное к рентгеновской трубке, тем большую скорость имеют электроны, ударяющиеся об антиматерию рентгеновской трубки. При соударении с атомами антиматерию они выбивают электроны из более низких электронных уровней атома.

48. В 1,9 раза.

49. Максимальная длина волны, при которой наблюдается явление фотоэффекта, определяется из равенства энергии кванта работе выхода электронов с поверхности металла:

$$h\nu = A; \quad \lambda_m = \frac{h \cdot c}{A}.$$

50. 4,76 эв. 51. 0,17 эв.

52. Атомы нити горящей лампочки более возбуждены, чем атомы нити этой лампочки в холодном состоянии.

53. Атом поглощает энергию, если его электроны переходят с более низких энергетических уровней на более высокие, а излучает энергию при обратном переходе электронов.

54. Вероятность перехода электрона на орбиты, значительно отличающиеся своим номером, мала. Более вероятны переходы между ближайшими энергетическими уровнями. В видимом спектре наиболее вероятны переходы с 3-й, 4-й и 5-й орбит на 2-ю. Поэтому эти линии отчетливо видны в спектре атома водорода.

55. Число протонов 92, число нейтронов соответственно 142, 143, 146.

56. Число нейтронов в ядре значительно больше числа протонов. При таком условии ядро неустойчиво и может самопроизвольно распадаться.

57. Нет.

58. Нейтроны не имеют заряда. Сближаясь с ядром атома, они не испытывают действия кулоновских сил. Что касается электронов, то они, кроме того, имеют массу, в 1840 раз меньшую массы нейтрона, и обладают вследствие этого меньшим запасом энергии.

59. ${}_{80}\text{Hg}^{198} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{79}\text{Au}^{198} + {}_1\text{H}^1$. Экономически процесс не выгоден: количество полученного золота ввиду редкого попадания нейтронов в ядра атомов ртути ничтожно, а затраты энергии огромны.

60. Излучается позитрон: ${}_{7}\text{N}^{13} \rightarrow {}_{6}\text{C}^{13} + {}_{+1}e^0$.

61. Образуется ядро магния: ${}_{11}\text{Na}^{24} \rightarrow {}_{12}\text{Mg}^{24} + {}_{-1}e^0$.

62. Излучаются три α -частицы: ${}_{83}\text{Bi}^{211} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_{82}\text{Pb}^{207} + 3\alpha$.

63. ${}_{92}\text{U}^{238} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{92}\text{U}^{239}$; ${}_{92}\text{U}^{239} \rightarrow {}_{93}\text{Np}^{239} + {}_{-1}e^0$; ${}_{93}\text{Np}^{239} \rightarrow {}_{94}\text{Pu}^{239} + {}_{-1}e^0$.

Приложения

1. МЕЖДУНАРОДНАЯ СИСТЕМА ЕДИНИЦ

Комитет стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР 18 сентября 1961 г. утвердил единую для всех отраслей науки, техники и производства Международную систему единиц (СИ), которая с 1 января 1963 г. применяется как предпочтительная. С 1962/63 учебного года введено ее изучение во всех средних и высших учебных заведениях страны.

Новая система единиц — единая и универсальная. Она строится на основании шести независимо установленных основных единиц, двух дополнительных (табл. 1) и производных единиц.

Таблица 1

Основные и дополнительные единицы Международной системы единиц
(ГОСТ 9867—61)

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение единицы измерения	
		русское	латинское
Основные единицы			
Длина	метр	<i>м</i>	<i>m</i>
Масса	килограмм	<i>кг</i>	<i>kg</i>
Время	секунда	<i>сек</i>	<i>s</i>
Сила электрического тока	ампер	<i>а</i>	<i>A</i>
Термодинамическая температура	градус Кельвина	$^{\circ}\text{K}$	$^{\circ}\text{K}$
Сила света	свеча	<i>св</i>	<i>cd</i>
Дополнительные единицы			
Плоский угол	радиан	<i>рад</i>	<i>rad</i>
Телесный угол	стерадиан	<i>стер</i>	<i>sr</i>

Определения основных единиц

1. Метр — длина, равная 1 650 763,73 длин волн в вакууме излучения атома криптона с массовым числом 86, соответствующего определенной транзитной спектральной линии

2. Килограмм — единица массы — представлен массой международного прототипа килограмма.

3. Секунда — $\frac{1}{31\,556\,925,9747}$ часть тропического года для 1900 г января 0 в 12 часов эфемеридного времени.

4. Ампер — сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 метра один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ ньютон на каждый метр длины

5. Градус Кельвина — единица измерения температуры по термодинамической температурной шкале, в которой для температуры тройной точки воды установлено значение 273,16° К (точно).

6. Свеча — единица силы света, значение которой принимается таким, чтобы яркость полного излучателя при температуре затвердевания платины была равна 60 свечам на один квадратный сантиметр.

Определения дополнительных единиц

1. Радиан — угол между двумя радиусами круга, вырезающий на окружности дугу, длина которой равна радиусу

2. Стерadian — телесный угол, вершина которого расположена в центре сферы и который вырезает на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Международная система единиц содержит шесть основных единиц. Однако в отдельных разделах физики используются только некоторые из основных единиц.

Для измерения механических и акустических величин достаточно трех основных единиц — метра, килограмма, секунды

Для измерения тепловых величин к этим трем основным единицам добавляется четвертая основная единица — градус

Таблица 2

Приставки для образования кратных и дольных единиц (ГОСТ 7663—55)

Приставка кратной единицы	Отношение к основной единице	Обозначение		Приставка дольной единицы	Отношение к основной единице	Обозначение	
		русское	международное			русское	международное
Тера	10^{12}	Т	T	Деци	10^{-1}	д	d
Гига	10^9	Г	G	Санتي	10^{-2}	с	c
Мега	10^6	М	M	Милли	10^{-3}	м	m
Кило	10^3	к	k	Микро	10^{-6}	мк	μ
Гекто	10^2	г	h	Нано	10^{-9}	н	n
Дека	10^1	да	da	Пико	10^{-12}	п	p

Механические единицы¹

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение единицы измерения		Размер единицы измерения	Формула размерности
		русское	латинское		
Площадь	квадратный метр	м^2	m^2	$(1 \text{ м})^2$	L^2
Объем	кубический метр	м^3	m^3	$(1 \text{ м})^3$	L^3
Частота	герц	гц	Hz	$1 : (1 \text{ сек})$	T^{-1}
Плотность (объемная масса) . .	килограмм на кубический метр	кг/м^3	kg/m^3	$(1 \text{ кг}) : (1 \text{ м})^3$	$L^{-3} M$
Скорость	метр в секунду	м/сек	m/s	$(1 \text{ м}) : (1 \text{ сек})$	LT^{-1}
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/сек	rad/s	$(1 \text{ рад}) : (1 \text{ сек})$	T^{-1}
Ускорение	метр на секунду в квадрате	м/сек^2	m/s^2	$(1 \text{ м}) : (1 \text{ сек})^2$	LT^{-2}
Угловое ускорение	радиан на секунду в квадрате	рад/сек^2	rad/s^2	$(1 \text{ рад}) : (1 \text{ сек})^2$	T^{-2}
Сила	ньютон	н	N	$(1 \text{ кг}) \cdot (1 \text{ м}) : (1 \text{ сек})^2$	LMT^{-2}
Импульс силы	ньютон-секунда	$\text{н} \cdot \text{сек}$	$\text{N} \cdot \text{s}$	$(1 \text{ н}) \cdot (1 \text{ сек})$	LMT^{-1}
Давление (механическое напряжение)	ньютон на квадратный метр	н/м^2	N/m^2	$(1 \text{ н}) : (1 \text{ м})^2$	$L^{-1} MT^{-2}$
Момент инерции	килограмм-метр в квадрате	$\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$(1 \text{ кг}) \cdot (1 \text{ м})^2$	$L^2 M$
Удельный вес	ньютон на кубический метр	н/м^3	N/m^3	$(1 \text{ н}) : (1 \text{ м})^3$	$L^{-3} MT^{-2}$
Работа, энергия	джоуль	дж	J	$(1 \text{ н}) \cdot (1 \text{ м})$	$L^2 MT^{-2}$
Мощность	ватт	вт	W	$(1 \text{ дж}) : (1 \text{ сек})$	$L^2 MT^{-3}$

¹ Здесь и в дальнейшем указаны лишь те единицы физических величин, которые используются или могут быть использованы в курсе физики средней школы

Таблица 4

Тепловые единицы

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение единицы измерения		Размер единицы измерения	Формула размерности
		русское	латинское		
Количество теплоты, внутренняя энергия	джоуль	дж	J	(1 н) · (1 м)	L^2MT^{-2}
Теплоемкость	джоуль на градус	дж/град	J grad	(1 дж) : (1 град)	$L^2MT^{-2} \text{ град}^{-1}$
Удельная теплоемкость	джоуль на килограмм-градус	дж/кг · град	J kg · grad	(1 дж) : [(1 кг) · (1 град)]	$L^2T^{-2} \text{ град}^{-1}$
Удельная теплота (фазового превращения; химической реакции)	джоуль на килограмм	дж/кг	J/kg	(1 дж) : (1 кг)	L^2T^{-2}
Температурный градиент . . .	градус на метр	град/м	grad/m	(1 град) : (1 м)	$L^{-1} \cdot \text{град}$
Коэффициент линейного (и объемного) расширения	градус в минус первой степени	1/град	1/grad	1 : (1 град)	град^{-1}
Теплота сгорания	джоуль на килограмм	дж/кг	J/kg	(1 дж) : (1 кг)	L^2T^{-2}

Электрические и магнитные единицы

Таблица 5

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение единицы измерения		Размер единицы измерения	Формула размерности
		русское	международное		
Количество электричества, электрический заряд	кулон	к	С	(1 а) · (1 сек)	TI
Электрическое смещение (электрическая индукция)	кулон на квадратный метр	к/м ²	С/м ²	(1 к) : (1 м) ²	$L^{-2}TI$
Поток электрической индукции	кулон	к	С	(1 а) · (1 сек)	TI
Электрическое напряжение, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	вольт	в	V	(1 вт) : (1 а)	$L^2MT^{-3}I^{-1}$
Напряженность электрического поля	вольт на метр	в/м	V/m	(1 в) : (1 м)	$LMT^{-3}I^{-1}$
Электрическое сопротивление	ом	ом	Ω	(1 в) : (1 а)	$L^2MT^{-3}I^{-2}$
Электрическая проводимость	сименс	си	S	(1 а) : (1 в)	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$
Электрическая емкость	фарада	ф	F	(1 к) : (1 в)	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$
Поток магнитной индукции . . .	вебер	вб	Wb	(1 к) · (1 ам)	$L^2MT^{-2}I^{-1}$
Индуктивность	генри	гн	H	(1 вб) : (1 а)	$L^2MT^{-2}I^{-2}$
Магнитная индукция	тесла	тл	T	(1 вб) : (1 м) ²	$MT^{-2}I^{-1}$
Напряженность магнитного поля	ампер на метр	а/м	A/m	(1 а) : (1 м)	$L^{-1}I$
Активная мощность	ватт	вт	W	(1 дж) : (1 сек)	L^2MT^{-3}
Полная мощность	вольт-ампер	ва	VA	(1 а) · (1 в)	L^2MT^{-3}
Реактивная мощность	вар	вар	var	(1 а) · (1 в)	L^2MT^{-3}
Диэлектрическая проницаемость	фарада на метр	ф/м	F/m		$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$
Магнитная проницаемость . .	генри на метр	гн/м	H/m		$LMT^{-2}I^{-2}$

В области электромагнитных измерений, а также при измерении ионизирующих излучений к единицам длины, массы и времени добавляется единица силы тока — ампер

Для измерения оптических величин достаточно трех основных единиц — метра, секунды и свечи

Применение основных и производных единиц системы СИ в различных разделах физики имеет свои особенности.

В табл. 2 приведено образование кратных и дольных единиц Международной системы (СИ), их наименование и обозначение в соответствии с требованиями ГОСТ 7663—55 (табл. 2).

Рассмотрим применение производных единиц Международной системы в различных разделах курса физики.

Для измерения механических величин до образования системы СИ существовала система МКС. С введением системы СИ система МКС вошла в нее как составная часть (ГОСТ 7664—61). Применение ее значительно упрощает изложение основных понятий этого раздела. В табл. 3 приведены производные единицы, используемые в курсе механики.

С введением системы СИ система МКСГ для измерения тепловых единиц вошла в нее как составная часть. Система МКСГ «Тепловые единицы» введена ГОСТ 8550—61. Все тепловые измерения основаны на единице количества теплоты — джоуле (табл. 4).

Система МКСА, установленная ГОСТ 8033—56, вошла в Международную систему единиц как составная часть. Производные электрические и магнитные единицы приводятся в табл. 5.

В качестве одной из основных единиц в раздел «Оптика» входит единица силы света. В табл. 6 приведены световые единицы, принятые в системе СИ.

Таблица 6

Световые единицы

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение единицы измерения		Размер единицы измерения
		русское	латинское	
Сила света	свеча	св	cd	
Световой поток	люмен	лм	lm	(1 св) · (1 стер)
Световая энергия	люмен секунда	лм · сек	lm · s	(1 лм) · (1 сек)
Освещенность	люкс	лк	lx	(1 лм) : (1 м) ²
Количество освещения	люкс-секунда	лк · сек	lx · s	(1 лк) · (1 сек)

В разделе физики атома используются атомные постоянные и единицы измерения, которые выражены в единицах Международной системы.

II. СООТНОШЕНИЯ ЕДИНИЦ МЕЖДУНАРОДНОЙ СИСТЕМЫ С ЕДИНИЦАМИ ДРУГИХ СИСТЕМ И ВНЕСИСТЕМНЫМИ ЕДИНИЦАМИ

Механические единицы

Единицы массы

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг} & 1 \text{ кг} = 10^3 \text{ г} \\ 1 \text{ т. е. м.} = 9,81 \text{ кг} & 1 \text{ кг} = 0,102 \text{ т. е. м.} \\ 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг} & 1 \text{ кг} = 10^{-3} \text{ т} \\ 1 \text{ а. е. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} & 1 \text{ кг} = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ а. е. м.} \end{array}$$

Единицы силы

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ дин} = 10^{-5} \text{ н} & 1 \text{ н} = 10^5 \text{ дин} \\ 1 \text{ кг} = 9,81 \text{ н} & 1 \text{ н} = 0,102 \text{ кг} \end{array}$$

Единицы работы, энергии, количества теплоты

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ эрг} = 10^{-7} \text{ дж} & 1 \text{ дж} = 10^7 \text{ эрг} \\ 1 \text{ кг} \cdot \text{м} = 9,81 \text{ дж} & 1 \text{ дж} = 0,102 \text{ кг} \cdot \text{м} \\ 1 \text{ кал} = 4,19 \text{ дж} & 1 \text{ дж} = 0,239 \text{ кал} \\ 1 \text{ вт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ дж} & 1 \text{ дж} = 2,78 \cdot 10^{-4} \text{ вт} \cdot \text{ч} \\ 1 \text{ л} \cdot \text{атм} = 1,01 \cdot 10^2 \text{ дж} & 1 \text{ дж} = 9,87 \cdot 10^{-3} \text{ л} \cdot \text{атм} \\ 1 \text{ эв} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ дж} & 1 \text{ дж} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ эв} \end{array}$$

Единицы мощности

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ эрг/сек} = 10^{-7} \text{ вт} & 1 \text{ вт} = 10^7 \text{ эрг/сек} \\ 1 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} = 9,81 \text{ вт} & 1 \text{ вт} = 0,102 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} \\ 1 \text{ л. с.} = 736 \text{ вт} & 1 \text{ вт} = 1,36 \cdot 10^{-3} \text{ л. с.} \end{array}$$

Единицы давления

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ дин/см}^2 = 0,1 \text{ н/м}^2 & 1 \text{ н/м}^2 = 10 \text{ дин/см}^2 \\ 1 \text{ кг/м}^2 = 9,81 \text{ н/м}^2 & 1 \text{ н/м}^2 = 0,102 \text{ кг/м}^2 \\ 1 \text{ кг/см}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2 & 1 \text{ н/м}^2 = 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ кг/см}^2 \\ 1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2 & 1 \text{ н/м}^2 = 9,87 \cdot 10^{-6} \text{ атм} \\ 1 \text{ мм рт. ст.} = 133 \text{ н/м}^2 & 1 \text{ н/м}^2 = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.} \\ 1 \text{ мм вод. ст.} = 9,81 \text{ н/м}^2 & 1 \text{ н/м}^2 = 0,102 \text{ мм вод. ст.} \end{array}$$

Электромагнитные единицы

Единицы силы тока

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ СГСЭ}_I = \frac{10}{c} \text{ а} = \frac{1}{3 \cdot 10^9} \text{ а} & 1 \text{ а} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_I \\ 1 \text{ СГСМ}_I = 10 \text{ а} & 1 \text{ а} = 0,1 \text{ СГСМ}_I \end{array}$$

Единицы заряда

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ СГСЭ}_q = \frac{10}{c} \text{ к} = \frac{1}{3 \cdot 10^9} \text{ к} & 1 \text{ к} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q \end{array}$$

Единицы разности потенциалов, напряжения, электродвижущей силы

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ СГСЭ}_U = c \cdot 10^{-8} \text{ в} = 300 \text{ в} & 1 \text{ в} = \frac{1}{300} \text{ СГСЭ}_U \end{array}$$

Единицы напряженности электрического поля

$$1 \text{ СГСЭ}_E = c \cdot 10^{-6} \text{ в/м} = 3 \cdot 10^4 \text{ в/м} \quad 1 \text{ в/м} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-4} \text{ СГСЭ}_E$$

$$1 \text{ в/см} = 100 \text{ в/м} \quad 1 \text{ в/м} = 10^{-2} \text{ в/см}$$

Единицы электрической емкости

$$1 \text{ см} = \frac{1}{c^2} \cdot 10^9 \text{ ф} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \text{ ф} \quad 1 \text{ ф} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см}$$

Единицы магнитного потока

$$1 \text{ мкс} = 10^{-8} \text{ вб} \quad 1 \text{ вб} = 10^8 \text{ мкс}$$

Единицы напряженности магнитного поля

$$1 \text{ э} = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^3 \text{ а/м} \quad 1 \text{ а/м} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ э}$$

Единицы магнитной индукции

$$1 \text{ гс} = 10^{-4} \text{ тл} \quad 1 \text{ тл} = 10^4 \text{ гс}$$

Единицы индуктивности

$$1 \text{ см} = 10^{-9} \text{ гн} \quad 1 \text{ гн} = 10^9 \text{ см}$$

III. ТАБЛИЦЫ

1. Некоторые физические величины

Ускорение свободного падения	9,80665 м/сек ²
(при решении задач принимать)	9,8 м/сек ²)
Средний радиус Земли	6400 км
Масса Земли	5,96 · 10 ²⁴ кг
Среднее расстояние от Земли до Солнца	1,5 · 10 ⁸ км
Гравитационная постоянная	6,67 · 10 ⁻¹¹ м ³ /кг·сек ²
Абсолютный нуль температуры	— 273,15°С
(при решении задач принимать)	— 273°С)
Число Авогадро	6,025 · 10 ²⁶ кмоль ⁻¹
Число Лошмидта	2,69 · 10 ²⁵ м ⁻³
Масса электрона	9,1 · 10 ⁻³¹ кг
Заряд электрона	1,6 · 10 ⁻¹⁹ к
Число Фарадея	9,65 · 10 ⁷ к/кг · экв
Постоянная Планка	6,625 · 10 ⁻³⁴ дж·сек
Скорость света в вакууме	2,99793 · 10 ⁸ м/сек
(при решении задач принимать)	3 · 10 ⁸ м/сек)
Скорость звука в воздухе при 0°С	332 м/сек
Масса протона	1,6724 · 10 ⁻²⁷ кг
Масса нейтрона	1,6746 · 10 ⁻²⁷ кг
Масса α-частицы (ядро атома гелия)	6,644 · 10 ⁻²⁷ кг
Атомная единица массы (а. е. м)	1,66 · 10 ⁻²⁷ кг

2. Плотность вещества

(г/см³ или 10³ кг/м³)

Твердое тело

(при температуре 15—20°C)

Алмаз	3,5	Мрамор	2,7
Алюминий	2,7	Никелин	8,5
Бетон	2,2	Никель	8,9
Вольфрам	19,3	Олово	7,3
Гранит	2,6	Парафин	0,9
Древесина сухая:		Платина	21,5
береза	0,7	Плексиглас (органическое	
дуб	0,8	стекло)	1,2
сосна	0,5	Полиэтилен	0,9
Железо	7,9	Пенопласт	0,02—0,10
Золото	19,3	Пробка	0,2
Иридий	22,4	Свинец	11,3
Кирпич	1,8	Серебро	10,5
Латунь	8,5	Сталь	7,8
Лед	0,9	Стекло (бутылочное)	2,7
Медь	8,9	Стекло (оконное)	2,5
Мел	2,4	Уран	19,1
		Чугун	7,0—7,8

Жидкость

(при температуре 15—20°C)

Бензин	0,70	Нефть	0,80
Вода (4°C)	1,00	Раствор медного купороса (на-	
Вода морская	1,03	сыщенный)	1,15
Воздух жидкий (—194°C)	0,86	Ртуть при 0°C	13,6
Глицерин	1,26	» при 20°C	13,55
Керосин	0,80	» при 50°C	13,47
Масло (смазочное)	0,90	Скипидар	0,87
		Спирт	0,80

3. Коэффициент трения скольжения

Бронза по бронзе	0,20	Кожаный ремень по чугунному	
Бронза по чугуну со слабой		шкиву	0,56
смазкой	0,19	Сталь по стали	0,13
Дерево по дереву (дуб)	0,50	Сталь по льду	0,02
Дерево по сухой земле	0,71	Чугун по чугуну со слабой	
Кирпич по кирпичу	0,65	смазкой	0,15
		Уголь по меди	0,25

4. Удельная теплоемкость твердого и жидкого тела

Вещество	$10^3 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$	Вещество	$10^3 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$
Алюминий . . .	0,88	0,21	Молоко	3,9	0,94
Бетон	0,88	0,21	Медь	0,4	0,09
Вода	4,19	1,00	Никель	0,46	0,11
Глицерин . . .	2,4	0,58	Олово	0,2	0,05
Дерево (ель, сосна)	2,7	0,65	Парафин	3,2	0,77
Железо	0,46	0,11	Полиэтилен . . .	2,3	0,55
Железо (при 1530—3000°C)	0,83	0,20	Пробка	2,0	0,49
Золото	0,1	0,03	Ртуть	0,1	0,03
Керосин	2,1	0,50	Свинец	0,1	0,03
Кирпич	0,75	0,18	Серебро	0,2	0,05
Латунь	0,4	0,09	Спирт	2,4	0,58
Лед	2,1	0,50	Сталь	0,46	0,11
Мазут	2	0,5	Стекло	0,83	0,20
Масло машинное	2,1	0,50	Цинк	0,4	0,09
			Чугун	0,54	0,13
			Эфир	2,3	0,56

5. Теплота сгорания топлива

Вещество	$10^7 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$	Вещество	$10^7 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$
Бензин	4,6	11000	Лигроин	4,33	10400
Бурый уголь (подмосковный)	0,993	2980	Мазут	4	10000
Дизельное горючее	4	10000	Нефть	4,6	11000
Дрова сухие . . .	0,83	2500	Порох	0,38	900
Каменный уголь	3	7000	Спирт	3	7000
Керосин	4,6	11000	Торф	1,5	3600
Кокс	3	7000	Условное топливо	3	7000
			Чурки древесные	1,5	3600

Горючая смесь (1 кг горючего на 15 кг воз- духа)	$10^7 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$	Горючий газ	$10^7 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$
Бензин	0,3	700	Коксовый	2	4000
Нефть	0,283	679	Природный	3,6	8700
Керосин	0,28	660	Светильный	2,1	5100
Спирт	0,26	620			

6. Температура плавления вещества

(при давлении 760 мм рт ст)

Вещество	°C	Вещество	°C
Алюминий	658	Поваренная соль	770
Вода чистая	0	Ртуть	—39
Вода морская	—2,5	Свинец	327
Вольфрам	3380	Серебро	960
Воск	64	Спирт	—117
Железо	1535	Сплав Вуда	70
Лагуиь	1000	Сталь	1400
Медь	1083	Цинк	420
Нафталин	80	Чугун	1150
Олово	232		

7. Удельная теплота плавления вещества

Вещество	$10^5 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$	Вещество	$10^5 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$
Алюминий	3,8	92	Ртуть	0,1	3
Железо	2,7	65	Свинец	0,3	6
Лед	3,3	80	Серебро	0,87	21
Медь	1,8	42	Сталь	0,8	20
Нафталин	1,5	36	Цинк	1,2	28
Олово	0,58	14	Чугун белый	1,4	33
Парафин	1,5	35	Чугун серый	0,96	23

8. Температура кипения вещества
(при давлении 760 мм рт. ст.)

Вещество	°C	Вещество	°C
Азот	—196	Медь	2582
Алюминий	2330	Нафта	230
Аргон	—186	Нафталин	218
Бензин	150	Неон	—246
Вода	100	Олово	2337
Водород	—253	Парафин	390
Гелий	—269	Ртуть	357
Железо	3050	Свинец	1750
Кислород	—183	Соляр	400
Лигроин	200	Спирт	78
Льняное масло	316	Цинк	907
		Цифр	35

9. Удельная теплота парообразования и конденсации жидкости при точке кипения

Вещество	$10^5 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$	Вещество	$10^5 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$
Аммиак	13,6	327	Скипидар	3	70
Вода	22,6	539	Спирт	8,50	204
Железо	0,580	13,9	Ртуть	3,0	71
Сероуглерод	3,5	84	Эфир	3,5	84

10. Удельная теплота парообразования воды при различных температурах

°C	$10^5 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$	°C	$10^5 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}$	$\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$
0	24,8	595	150	21,1	506
20	24,3	584	200	19,5	468
50	23,7	568	250	17,0	408
70	23,2	557	300	14	330
100	22,6	539	350	88	210
			374	0	0

11. Плотность насыщающих водяных паров
(г/м³ или 10⁻³ кг/м³)

Температура в °С	Плотность	Температура в °С	Плотность	Температура в °С	Плотность
—10	2,14	4	6,4	18	15,4
— 9	2,33	5	6,8	19	16,3
— 8	2,54	6	7,3	20	17,3
— 7	2,76	7	7,8	21	18,3
— 6	2,99	8	8,3	22	19,4
— 5	3,24	9	8,8	23	20,6
— 4	3,51	10	9,4	24	21,8
— 3	3,81	11	10,0	25	23,0
— 2	4,13	12	10,7	26	24,4
— 1	4,47	13	11,4	27	25,8
0	4,84	14	12,1	28	27,2
1	5,20	15	12,8	29	28,7
2	5,60	16	13,6	30	30,3
3	6,00	17	14,5		

12. Психрометрическая таблица

t° (показания сухого термо- метра в $^{\circ}\text{C}$)	$t^{\circ}-t_1^{\circ}$ (разность показаний сухого и влажного термометров в $^{\circ}\text{C}$)											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	относительная влажность											
0	100	81	63	45	28	11						
1	100	83	65	48	32	16						
2	100	84	68	51	35	20						
3	100	84	69	54	39	24	10					
4	100	85	70	56	42	28	14					
5	100	86	72	58	45	32	19	6				
6	100	86	73	60	47	35	23	10				
7	100	87	74	61	49	37	26	14				
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7			
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11			
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5		
11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8		
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11		
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6	

Продолжение

t° (показания сухого термо- метра в $^\circ\text{C}$)	$t^\circ - t_1^\circ$ (разность показаний сухого и влажного термометров в $^\circ\text{C}$)											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	относительная влажность											
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9	
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12	5
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22	15	8
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17	10
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20	13
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22	15
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24	18
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32	26	20
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28	22
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36	30	24
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31	26
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33	27
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34	29
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41	36	30
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37	32
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43	38	33
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39	34

13. Коэффициент линейного расширения твердого тела (град^{-1})

Алюминий	0,000024	Олово	0,000021
Дерево.		Плексиглас	0,0001
поперек волокон	0,00005	Свинец	0,000029
вдоль волокон	0,000006	Серебро	0,000019
Железо	0,000012	Сталь	0,000011
Инвар	0,0000005	Стекло	0,000009
Латунь	0,000019	Цемент	0,000014
Медь	0,000017	Цинк	0,000026
		Чугун	0,000010

14. Коэффициент объемного расширения жидкости (град^{-1})

Бензин	0,0010	Нефть	0,0009
Вода (при 20°C)	0,00015	Ртуть	0,00018
Глицерин	0,00050	Серная кислота	0,00056
Керосин	0,0010	Спирт	0,0011
Масло	0,00072	Эфир	0,0017

15. Диэлектрическая проницаемость вещества

Вещество	$\epsilon_{отн}$	ϵ (ф/м)	Вещество	$\epsilon_{отн}$	ϵ (ф/м)
Вода	81	$71 \cdot 10^{-11}$	Плексиглас . .	3,3	$2,9 \cdot 10^{-11}$
Воздух	1,0006	$0,855 \cdot 10^{-11}$	Скипидар . . .	2,2	$1,9 \cdot 10^{-11}$
Керосин	2,1	$1,9 \cdot 10^{-11}$	Слюда	6,0	$5,3 \cdot 10^{-11}$
Масло транс- форматорное	2,2	$1,9 \cdot 10^{-11}$	Стекло	7,0	$6,2 \cdot 10^{-11}$
Парафин	2,1	$1,9 \cdot 10^{-11}$	Титанат бария	1200	$1100 \cdot 10^{-11}$
Парафиниро- ванная бумага	2,2	$1,9 \cdot 10^{-11}$	Эбонит	4,3	$3,8 \cdot 10^{-11}$
			Янтарь	2,8	$2,5 \cdot 10^{-11}$

16. Удельное сопротивление ($ом \cdot мм^2/м$ или $10^{-8} ом \cdot м$) и температурный коэффициент сопротивления ($град^{-1}$)

Вещество	ρ	α	Вещество	ρ	α
Алюминий	0,028	0,004	Платина	0,10	0,004
Вольфрам	0,055	0,0051	Ртуть	0,958	0,0009
Константаи	0,48	0,00002	Свинец	0,21	0,004
Латунь	0,071	0,001	Серебро	0,016	0,004
Манганин	0,45	0,00003	Сталь	0,12	0,006
Медь	0,017	0,0043	Фехраль	1,2	0,0002
Никелин	0,42	0,0001	Цинк	0,060	0,004
Нихром	1,1	0,0001			

17. Электрохимический эквивалент ($10^{-6} кг/к$)

Алюминий (Al ⁺⁺⁺)	0,093	Натрий (Na ⁺)	0,238
Водород (H ⁺)	0,01045	Никель (Ni ⁺⁺)	0,30
Железо (Fe ⁺⁺)	0,29	Свинец (Pb ⁺⁺)	1,074
Железо (Fe ⁺⁺⁺)	0,19	Серебро (Ag ⁺)	1,118
Золото (Au ⁺⁺⁺)	0,68	Хлор (Cl ⁻)	0,367
Кислород (O ⁻)	0,0829	Цинк (Zn ⁺⁺)	0,34
Медь (Cu ⁺⁺)	0,33		

18. Показатель преломления вещества

Алмаз	2,42	Лед	1,31
Вода	1,33	Плексиглас	1,50
Воздух	1,00029	Сероуглерод	1,63
Глицерин	1,47	Скипидар	1,47
Каменная соль	1,54	Спирт этиловый	1,36
Кварц	1,54	Стекло (тяжелый флинт)	1,80
Кедровое масло	1,52	Стекло (легкий крон)	1,57

IV. АЛФАВИТ

Латинский		Греческий	
<i>Aa</i>	а	$\Lambda\alpha$	альфа
<i>Bb</i>	бе	$\text{B}\beta$	бета
<i>Cc</i>	це	$\Gamma\gamma$	гамма
<i>Dd</i>	де	$\Delta\delta$	дельта
<i>Ee</i>	е	$\text{E}\varepsilon$	эпсилон
<i>Ff</i>	эф	$\text{Z}\varsigma$	дзета
<i>Gg</i>	ге (же)	$\text{H}\eta$	эта
<i>Hh</i>	аш (ха)	$\Theta\theta$	тэта
<i>Ii</i>	и	$\text{I}\iota$	иота
<i>Jj</i>	йот (жи)	$\text{K}\kappa$	каппа
<i>Kk</i>	ка	$\Lambda\lambda$	ламбда
<i>Ll</i>	эль	$\text{M}\mu$	ми (мю)
<i>Mm</i>	эм	$\text{N}\nu$	ни (ню)
<i>Nn</i>	эн	$\Xi\xi$	кси
<i>Oo</i>	о	$\text{O}\omicron$	омикрон
<i>Pp</i>	пэ	$\text{П}\pi$	пи
<i>Qq</i>	ку	$\text{P}\rho$	ро
<i>Rr</i>	эр	$\Sigma\sigma$	сигма
<i>Ss</i>	эс	$\text{T}\tau$	тау
<i>Tt</i>	тэ	$\Upsilon\upsilon$	ипсилон
<i>Uu</i>	у	$\Phi\phi$	фи
<i>Vv</i>	ве	$\text{X}\chi$	хи
<i>Ww</i>	дубль-ве	$\Psi\psi$	пси
<i>Xx</i>	икс	$\Omega\omega$	омега
<i>Yy</i>	игрек		
<i>Zz</i>	зет		

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
-----------------------	---

Глава I. Механика

1. Сложение и разложение сил. Условие равновесия тел	4
2. Прямолинейное движение	14
3. Законы Ньютона	21
4. Работа, мощность, энергия	33
5. Криволинейное движение	41
6. Вращательное движение. Движение тела по окружности	48
7. Механические колебания и волны. Звук	58
8. Жидкости и газы	63

Вопросы и задачи для самопроверки	68
---	----

Глава II. Теплота и молекулярная физика

1. Теплота и работа	76
2. Тепловое расширение твердых и жидких тел	90
3. Свойства газов	98
4. Плавление и парообразование	114
5. Влажность воздуха	125

Вопросы и задачи для самопроверки	129
---	-----

Глава III. Электричество

1. Электростатика	135
2. Постоянный электрический ток в твердых проводниках	157
3. Ток в электролитах, газах и вакууме	182
4. Электромагнетизм. Электромагнитные колебания и волны	190

Вопросы и задачи для самопроверки	202
---	-----

Глава IV. Оптика. Строение атома

1. Фотометрия. Отражение света	208
2. Преломление света. Линзы. Оптические приборы	222

3. Волновые и квантовые свойства света	237
4. Строение атома. Атомная энергия	243
Вопросы и задачи для самопроверки	248
Ответы	253
Приложения	
I Международная система единиц	262
II Соотношения единиц Международной системы с единицами других систем и внесистемными единицами	268
III Таблицы	269
IV Алфавит	277

*Цедрик Михаил Семенович, Китунович Федор Григорьевич,
Микулич Алексей Степанович, Качинский Анатолий Михайлович*

ПОСОБИЕ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ВУЗЫ. Изд. 2-е, стереотипное. Под общ. ред. М. С. Цедрика. Минск, «Высшая школа», 1966.
279 стр с илл. 53

Редактор Молчанова А. К.
Обложка художника Кричевского Г. П.
Худож. редактор Малышев Г. Г.
Техн. редактор Кислякова М. Н.
Корректор Фещенко Е. П.

Подписано к печати с матриц 28/1 1966 г. Формат 60×90¹/₁₆. Печ. л. 17,5. Уч.-изд. л. 14,81.
Тираж 365 000 экз. (1-й завод 1—160 000 экз.) Изд. № 993. Заказ 1351. Цена 57 коп.

Издательство «Высшая школа» Комитета по печати при Совете Министров БССР. Редакция физико-математической литературы. Тем. план 1966 г., № 43.
Минск, ул. Кирова, 24.

Полиграфкомбинат им. Я. Коласа Комитета по печати при Совете Министров БССР.
Минск, ул. Красная, 23.